# C13 / 2 S

# STABILITÉ DES COSSTRUCTIONS.

à l'insage des Eléves de l'Ecole (l'Application

l'Etailleile et Du Weite .

# PAR N. PERCY.

Dogwood

auf Pontoni-

A BETT.

Annual State of Property



H - 2

• •

### CANBRS

DE

# STABILITÉ DES CONSTRUCTIONS,

à l'usage des Élèves de l'Ecole d'Application

DE

l'Artillerie et du Génie.

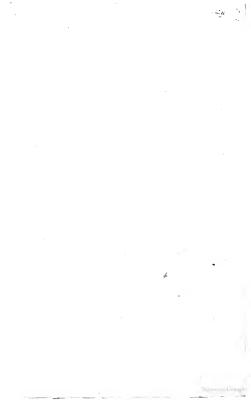
### PAR N. PERSY,



### A METZ.

Lithographic de l'École d'Application.

Juillet 1834.





### Ecole d'Application de l'Art et du Génie.

### Cours de Stabilité des Constructions.

### Owant-propos.

De la ruence des Construction de.

1. La science des Constauctions, considéree dans toute son dendue, se fonde sur la plupart des sciences mathématiques o' physiques et embrasse un grand nombre des arts qui se rasta chont à leurs différences branches.

Se la théorie generale de leno

2. Un de set principaux objet contiste dans l'application de la mécanique soit à la solidité, soit à la stabilité deto divers édifices et comprend plusieurs théories; suvoir, la résistance des solides, la stabilité des voites, celles des contractions tant en boit qu'en fer, celle des murs de revetiment, del 0 diques blo.

De l'utilitée De cotte théorie.

3. Sant doute, les utages établet et l'exemple des ouvrages ouistants on déjà exécules, perment jusqu'à un certain point supplier la théorie, du moint s'il ne s'agit que d'ouvrages semblables à ceux-là et qui n'en différent ni dans les dimentions ni dans les poids non plus que dans la qualité des materiaux; mais en ce cas même, on ne commats ni les efforts que les parties supposent ni les rétistances qu'elles pervent opposer: réduit à une routine aveugle, on s'interdit désormais lout perfectemement, et s'il s'agit d'édifier d'un genre nouveau, sur lequel l'expérience n'ait rien appois, on est duinte l'impuissance de l'exéculer ou de concilier l'économier avec la solidité. La théorie au contraire devance l'expérience, elles dirige les Ingénieurs dans l'établittements des constructions quelconques et détermines avec loute. l'exactitude n'exestaires les degré de rédistance dont chaque partie doit être pourvue.

Swentions De son principe foutur mental par Coulomb.

les degrés de rélationes dont chaque parties dont être pourvue.

4. Eules avait émit l'ideo luis-philosophique, qu'il réest aucune caule naturelle dont l'éffet envidages sous un certain aspect ne soit un maximum ou un minimum; Coulomb, imbu de la même idee, a ramené à le méthode des maximum et minimum la pluyant des théories dont il l'agit, et let a suistantes ainsi à l'arbitroires august elles avaients été judge alort abandonnées. Le mémoires très remarquable des ce célèbre Ingénieur a été publis en 1973, dans to tome s'eue recueil des ouvrages présentes à l'éteadomie, pan les savants étrangers.

Noves developperons successivemes es théories d'agrès les prinagrès de Coulomb et en mostant à profit les recherches des autres Geomètres qui se sont occupés de la même matière.

Chéorie de la résistance des Solides.

#### Reliminaires.

De la théorie particulière de la rélitance del solidete.

5. On sait que dans un corpt solide les molicules intégranted sont continuellement sollicitées par deux forces continuellement sollicitées par deux forces continuellement à certaines distances les unes des autres; suvoir, la force d'attraction qui leur est peopre, laquelle tend à les rapprecher et la force répulsire du calorique, laquelle tend à les clartes. Cest dans la considération de ces forces, ainti que de la nature, la forme, la grandeur, la situation et les distances respectives des molécules, qu'on trouve l'explication soit des différents états d'agrégation, soit des diverses propriétés des anns télles que la compressibilité, l'executifilité, l'elasticité soit qu'on devait charcher la solution directé des quettions relatives à la résistance des solutes. Mais pour cela, il faudrait commaître veux tements et les lois qui régissoit ces forces et les caronstânces qui influents sur leur action.

A difacto de cette connacioner, les Cometres ont au recours à des hypothèses secondaires, plus on moins vraisomblables et telles que les résultats on fusions non seulement asser simples, mais encre asser conformes aux phonomones reels, pour qu'on post les appliques avec facilité et avec confiance aux différents cas de la gratique.

Coup Foil rapide sur set commer cements et set progrèss. 6. Galilee à qui l'on doit les promières recherches théoriques sur la réktance des solides et les solides d'égale réktance; a supposé que les fibres (ou rangées longitudinales de molicules) qui composent les corps étaient susceptibles de se rompose, sant extension, composition nu flexion sentiles.

Mariette (Craité du monvement des caux, 5° parlie) et lebnite (actet de Leiphiete, année 1682) ont regardé les fibrels des corps, comme vatentibles et capables d'une rélétaince pagnor-téonnelle à leun extension, c'est-à-dire, comme parfaisement dastiques; factant neanmoins abstraction de la comprehibilité dens ces fibres pouvent être douées.

Tacques Bernouilli ( Madémie de Paris, année 1705), après avoir

commeyad, comme Mannilla, qu'un ginesad, dand la flenen del urgel, quatur del filme Vilendant et pratice in compriment, landie que d'autrel contenent une langueure "mannille, preserves deuver agret anti, à la compatition; disquesament d'alluser et anne en presence d'autre, l'hypothiete de la militare parportimentle à l'unitariem on à la congression, à casse se le versiqueure; absorbés pa une presente, petu consiqueure; absorbés qu'une fres pouvant des compresses, petu que et livide se longueur. Mont è post manime de sa come que pour détamence la malune, de la combe qu'affiele une lance d'attique on épublice.

C'est-tout le print de van de Brenouille que Coulomb a moitage, dans le mémoire cité, la réstaince det toledes.

Et authentest vernennement tendement ha vitalen, og opgecent å la suglane det coppe tilst trainvest lane hangsvane en spritest trainist å un effect trainvested et and strigitet de diffecentels manister; barle (Milleton i consumerale lennest survest mente trainister); barle (Milleton i consumerale lennest survest menines variamine; proseretated, postantist, ogsperatur (4) upper profeteverne la thérini des combisé destituat, you fist enesses agressfrade
dant la visite, par lagranger, (Mandamur de historium, vile; feit
busin, 1790 – 173), om destinatt det megend et deltimates la
chitaine yu gestust å la flammy de yout postill remaint lenslangererer vi d'attigente lan chelitatet allelare om menoret d'idetaite, on vesta dagnet chaques coppt stelle å ten influence
une put de la postation de songe: it you depond tant de les nature
que de l'opisitions de songe.

The agent and 3 age terminal à une addin transtrate le or termi anticle, que la vicitimes à la registion et en auni nightije selle qui le geptent à la floriere de Vannet, jugenet que, deur se cet amme dant admi det appl gentit trainet leur languages, s'ell grantigniquemes la militaire a la floriere qui estate l'art det contractions, a rammer authi le premier de cet est à la théorier de l'abelique. Sen leaste quelles en 1988, est append le pelet complet, compount est applica en 1988, la polyme de la peter complet, compount est applicance en 1988, la polyme de l'air present un la force et l'electristé det but des letters et de legence, avec l'agrelaction de la la théorier auxe vieil lett que et applicances ent forcemi.

M. Duleaw dand son attai theorique et appirimental sur la relettance du for forgi, a développe la théorie de la rélettance à

<sup>(\*)</sup> Voyor mois, Oursimie to Bules, 1757 & Outer Educationes, 1778.

la flavione et alle du la résétance à la torhous, dont Coulomb viblut dija recupe (Pachralat thursquest et againmentated sour la force de Carbon et dux l'alatteriste des felt de mates, l'andemise crets.

Enfin, Mr. Hanine qui arent dabed, indivi des natel par la ribblacce del bilatel, dans la traità de la curlitarizari del preti, para Gualley est dans la incence del longiament, pur Bildeda, a repredable area tend del accadimental qu'alla areat traita, la thérira de la citat estéticarea, para troit ser curages metatals, populariam de la retarnagas en l'atabletiment del contenticiolo et del marchanet, let reurages en la blassica a concers seguit un resurcant chanet. Et reurages en la blassica e concers seguit un resurcant deput d'actavient et a la blassica e qu'as l'actavitat apparable de de chaquette, contient del atableté del plus atablet del againment finds dans en Frances qu'a l'Etanagas, deu la réfettament del direct mathèmet de contrattere.

Elablitament or Situation De Sea punicipal... Elatintic, floribility or netrability set cops which as given d. or d

9. Vocal congrendrant dant ed grelominaval l'etablitiment et la détrethent det principet fundamentanif de la théorie. Evel let copé bolidet évat blattiquet, mais non pas au même.

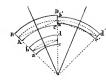
digra; led and regressment completionent loss from restrictly, but delitanced for dead on tempt plat on maint long, let antica to a delitance of the delitant point of non-peaks; the historial implication from peaks; the historial implication antica proposities, but fleakshifts at Internatibility, gui younges bound improved the peak maint could be upper.

Cet perposebbl devicement apparenties openit be tolder a mer benguenn abbres grander par rapport à tou épailleur.

dant tail de augh.

8. Dit ya um teheda, yaalla gua het en natices; a uma lumyamu saka, panada paa raggust ih en laadhuu, il flichimt sakai,
dana guuntik berholda, aant de samyee, et alki flichimt sakai,
nu sam baulamest una salainen, si la pastis arrane,
mus sam sangastimu, i la pastis arranen. The saangla, umes
berser da fije lago, qui dennes si jurium um risaku sa fliesakhili,
teer mus langusa moindra yar, se i et fije il 'lifantisees, oli
tei fliesakh, ledyus la yacamiere demanhum bergatis de placakhili,
teer mus langusa moindra yar, se i et fije il 'lifantisees, oli
tei fliesakh, ledyus la yacamiere demanhum bergatis de one
tei fije da be demande; parasilumus um juus de bei et il salaistu
plat fliesakh, yan de danama dan vene, old juised et data
malanen fradat yan, il moint yan la languseu, vanidee jad
baaneny 'lijuakhuu, shalaita' avant lan vene, old juised et data
baaneny 'lijuakhuu, shalaita' avant lan venytuse, ume flacim lat susakhu, shalaita' avant lan venytuse, ume flacim lat susakhu,

Explication De ce fait.



De la diperdition d'Elaticité.

9. Ce fait l'explique facilements: contidérons deux prismers de même matière qui, comme ABDC, abde ayant det balete égales et des longueurs différentes, subitient des courbures somblables, ou qui, comme ABDC, a' b'd'c', ayant det batels temblables et la même longueur, tubitient des courbures égales; dans le premier sat, let fleihet de courbure seront proportionnelles aux longueurs et les fibres homologues, c'est-à-dire, semblablement placed par rapport aux axes seront également allongiet ou accourried, mais quand aux fibres extremes, colles du prisme dont la longueur est moindre le serons davantage; dans le second cas, les fliches de courbure serons égales est let fibres homologues, c'est - à-dire, qui répondent à des points homologues des bases seront inégalement allongées ou accourcies; cellet du pritme dont la bate et plut grande le teront davantage. Il s'en suit qu'à égale grotteur le prismes les plus cours, ou qu'à égale longueur, le prisme le plut groit rompra. sous une maindre fleihe de courbure, mais à la vérités sous un plus grand effort; de soile que dans la pretion longitudinale, un solide s'eirasera, an lien de flechir, ti sa longueur est atter petite, par rapport aux dimentions de sa base.

10. Un autre phénomenes auquel il est étientiel de faire allention, c'est que, surtout dans certains corps, l'élasticiles Sallère soit par l'augmentation de la force qui les flechit et par conséquent de la flexion, soit soulement par la durée de l'action de cette force; sans doute parce que les molécules intégrantes pronnent peu à peu de nouvelles positions d'équilibre. L'expérience apprend que les flèches de courbure du boil, particulièrement du chêne, croitsent d'abord dans le meme rapport que celui des charges qui les produisent et bientot dans un rapport de plus en plus grand. ainte, au-delà d'une certaine flèche de courbure, l'élatticité du boil diminue, quand la charge et parconséquent la courbure augmente encore; mais à l'instant de la ruplure, c'est toujours par leur force actuelle d'élasticité, égale à celle de leur cohetion, que les molécules rétistent à leur separation. On a souvent observé, qu'une pièce de charpente, qui d'abord supporte sa charge sans flexion bien sonsible, se courbe à la longue de plus en plus, vers son milieu, jusque-là même qu'elle finit par se rompre. Il paraît donc que non soulement l'élathicité, mais austi la force de cohétion ou la tenacité

des molécules diminuent par la durée de l'action de la charge. Les mêmes circonstances se manifettent, mais non pas au même degré, dans un buneau de fee fagé et généralement dans tous les corps sélèces.

moyen dy dvied.

11. Le constructeur, telon la nature del corpt qu'il emplore, doit sone mettre entre leur longueurs et les dimentions de leur bate, un rapport tel qu'il ne se rompraient que sont une fleiher de courbure ables petile relativement à cette lonqueur; il doit auth ne les soumettres qu'à un effort tel que la courbure qu'ils prendront n'altère pas leur elasticité, et ne puitle devenir dangereure par la suite. Cel règles s'othervent effectivement duns la practique et il on résulte, comme on va le voir, que la thévrie peut par le seul changement d'un coefficient, comprendre le cas extrême de la résiltance à la rupture, dans celui de la résiltance à la rupture, dans celui de la résiltance à la repture,

Det materious de construction et de leurs formet.

12. Let materiaux obsentiels des constructions sont la piecre, le bois et le fen ou fordu ou forgé. Les principales formes sous lesquelles on les met en œuvre sont celles de prismes et de cylindres à axe rectilique et quelquefois curvilique.

Das Différents genres de resistance.

13. Suvant la destination, un corps mis en œuvre doit résistes soit à la compression ou à l'extension ou à la flexim ou enfin à la sersion, soit à la rupture, provenant de l'une de cet actions (4).

ones forces d'élasticile et de ténacités.

14. La rébitance d'un corpt depurd et de la force d'élablicile et de la force de l'inacile, qui contitient, quant à leuxintendite, l'une dans l'effort capable d'accourses ou d'allonger le corpt d'une très-petite quantité, l'autre dans l'effort qu'il faut faires pour l'essabre en le comprimant ou pour le rompres on l'allongeant.

ornnéed que l'expérience dont fourisé à la théorie.

15. C'est à l'experience de rechercher les valeurs des cero deux forces; relativement aux divers materiaus), valeurs sont la connuitance et nécessaires pour determiner analytique ment soit la quantité dont un corps se comprime, s'allonge, se courbe ou se tord sous un effort donné, soit la limite des churges qu'un cops peut sugnetes sans se rompres. Une autre churges qu'un cops peut sugnetes sans se rompres. Une autre

<sup>(4)</sup> Sed rédistanced à la ruption courbeer par l'extention, par la comprettion et par la prettion transverdaler sont respectivement, appeles dant let ancients ourrages, abeliance absoluer prosture, rédistance absoluer projetures et rédistances relation.

donnée non moins essentielle, pour l'application de la thiorie, consiste dans la limite des efforts auxquels les solides pervent être expotes, non pas sans qu'ils se rompent, mais sans que l'alteration qu'ils éprouvent, vienne à augmenter avec le temps. Let fibret d'un tolide mis en veuvre sont accourcies ou allongees par l'action des forces que les sollicitent et l'on pente prendre la proportion de cette variation de longueur, c'està-dire, le rapport de la variation absolue à la longueur totale pour la meture du degré d'altération que les fibresto substitut; si done l'on sait quelle est dans les constructions d'une solidité bien constatée, la quantité relative d'accoursistement ou d'allongement des fibres les plus accourcies ou allongees, on pourra regarder cette quantité comme une limite qu'il est permis d'alleindre, mais qui ne preus êtres dépattées Sans danger . En même temps , l'effort qui répond à cet accour citements ou allongement extreme et qui le produirait directement par compression ou extension, devra être pris pour les plus grand que les fibres puittent supporter, et, en cas de constructions nouvelles, un solide sera censé près de rompre quand cet effort aura liew. C'est ainsi qu'en substituant dans les formules relatives à la rupture une certaine partie de la tenacilé au lieu de la tenacilé entire, on les rendra propres au calcul des dimentions que conviennent à un solide, selon sa destination.

Objet de la Chiorie.

16 Les déterminations analytiques qui mennent d'être : indiquées et qui dans leur généralité, renforment les boils mathématiques de la résistance, sont l'objet spécial de la thémie.

Hoggotheres fordamentales on la resistance 1: à la compression et à l'extension.

17. L'uisque d'une part; la nature des matériaux, d'autre part; la forme et les dimensions sons les un les emploies, sons tels qu'on n'u jamais à controlérer que de très-petitels nariations du longueur et des flexions asses, peu grandes, il est permit de requeder leur élasticité comme parfaites et en conséquences de superior, relationment à un solide prosté ou luci suivant sa longueur, mais qui n'épreuve pas de flexion; 1° que sous le même poids, les fibres non seulement s'accountement muis autilingue le des paraîtés d'accouncitement et d'allongement sont égales; 2° qu'il y a constamment propertion entre les variations de longueur et les rélationes respectives des fibres ou les

poids qui produstent as corriations, dynais les maindest prode julga à alais qui praduit mém la regilier, et édynagram ent, eur à determiner ce dermine par l'appaisance, pour laiscompile au mand an partie, de l'allestiéms de l'alatériés.

18. La flexion pout province d'un effet dirigé porquindeurlaisement à la longueur du volide ou paralleloment ou oble-

ejementa (lanet la paramine cut, à causir de la coldinar latinale, il aittean s'interconnect des filoses qui contenenent lane longueurs premities et tenert "emplement plaisé dement unes imperer quantiques, paquenticulature un plane pasient pas l'ans deux valuts et que les déceliers de l'iffet, landet que les autrels filos trans un subment plaisé mais encre allengies conannaisses, et, d'agnès l'égachèse d'unes labelisées papelus, et autre en paquetiers de leurs délitaires à atte surface aphataques, dur

with its his commercial on the wild it is to reasonable. Often it is become and it labels by filed it is exacte that he discontinued to the filed it is exacte the he discontinued to reduce a continue to it is forward, and a consideration of interest is the continue of t

Minst afor de templifeer, must begreberend que est acceausidement commune, que d'ailleurs less tenjenst test pour contrdrable, n'enflue par tre las cauches que le édicie affecte, et ce qui a chi stabil dans le paemues cal pour les febret neutrisé ou de lempeurs invasiables étabiliters dans le cet présent

Il on bear de mismo dans de tradicione cal l'offet delempaté parallelment à la longueux du élode, pardinina dans la fibris un accessiblement ou un allengueux communi, qui tens medifici test par la flavour test par la composanti, par la la la la fat, de qui tense ésgales arais n'accourpas d'inflavour en la courbe des flavour su volcide.

3. i la tertion.

er à la flexion.

og. Inant a ha lertom, paradhmant under til petite, it in natural så ingener et gur, dant dangur etation teantweden, l'angle da lertom se le minue, para tentil betamalimlet, e gu'd så pagnetimed å ha distance meter cetter tettim at l'actionité face dus tolodes; 2º gas da same melliar det guid sin sun mense fotos o la distance o meter cette. Matricité et tenante spécifiques ou conficients Vélativité et de tenante

dont l'angle de torbon et plut grand, rélitée à proportion de son déplacement par rapport à l'autre; deplacement qui est lui-même proportionnel et à la différence dels angles de torbon des deux molecules, et à la distancer de la fibre à l'axe de torbon du solide.

20. Ainte done la variation de la longueur d'un solide tiré ou prethé longitudinalement, sant que la flexion ait lieu, sexa proportionnelle à ette longueur, et la valeur de l'élaticité spécifique sera le quotient obtenu, on divisant le poids qui a opéré une variation absolue ou sur la longueur totale par la fraction qui caprime la variation relative ou sur l'unété de longueur, et par l'aire de la section transversale du solide; ce qui revient, comme timple mesure, au poids nécessaire pour accoureis ou allonger d'une quantité égale à la longueur primitive, un prisme de même nature que le solide et dont la section transversale sirait l'unité superficielle. De même la ténacité spécifique aura pour valeur le poids sous lequel un pareil prisme l'ecrate par compression ou se rompt par caloution.

Car il est évident que les fibres d'un solide, quellet que soient leur élatéristé et leur extentibilité, résistent soit à la compression ou à l'extension, soit à la rupture qui en previent, avec une force proportionnelle à leur nombre, cett-à-dire, à l'aire, de la section transversale du solide.

Vous nommerons respectivement coefficient d'élaticité et coefficient de l'élaticité et de la ténacité spécifiques.

"Let hypothèlet que nous admettent ici sont les plus simples et en même temps les moints éloignées de la vérité, puisqu'elles s'accordens avec l'expérience austr bion que le permettent le défaut d'homogènéilé des matériaux et les accidents de tout genre qui troublent leur, contilution physique.

Dans chaque cas de rébiliance, nout feront succèdes l'eaplaience à la bheorie, afin que l'une puitse au betoin supplices l'autre et lui fournir immédiatement les élements o nécessaires aux agalications.

#### Exposition de la théorie.

#### Résistance des Solides à la pression longitudinale et à la rupture qui en provient.

60e la résistance de salidas à la compression et à la conflice qui en promout. 21. La rapport outre la longueur et l'épailleur det deladels els

regards let you he suptime typicate and flavour packable.

Obtypical pain 8 he sufficient the little high light of found to be the limit of matters the ways you l'us considering; pain to les being more transversely; pain to be being more; pain to be trouble to the transversely; pain to be being more; pain to be being more; to pain to pain to produce it is to be to set to despose of pain to be painted in the languages of the law transferre to be l'united de languages of the law transferre pain consider to the languages of the withteness pain consider a manafer to the languages.

Order, more mount (1876) of the law considere to the languages are law thinkness to the page of the languages.

 $P = \frac{\lambda AO}{l} \qquad (1)$ 

Quant à la rétritance à la rapture, on appelant B le cofficient de bracele, on aura simplement (95.20),  $\frac{P}{C}=B$ ; d'où

P=B0......(2)
Contifié les la seprime que la permiser de ces formules ne l'agoliquent de ces formules ne l'agoliquent autre qu'à del considere la petite d'un celé les compé complayéé dans les combinations ne sont que tréspéédate

de compretava apparenta, mina deut l'effect angulle de lak dendie; l'ond en gineda des metiral les fais actives au le cas des rélit. tenne deut il layet, constitut deut les violates de principales de principales de plumed comment et qui ne conservant gouver que la rélétimes à

Notaliste des granopoles expériences es le cértimes des crops à l'économiste.

32. Si espainment het plut sommengendhet in he victotieren elekt pensed is Veneturent ist het fruite pass die Bendeleit zu die von mengen dem benne hamblet in allem deut die Venethauf stient toni mynament (Fenenal die plagsique, neuember, 1716) at suguel et victorie tradition une est des pressions, que passait profitable. (Bet de belief, thom 3, testem 2).

The his not forwise to interactive generalist consents; on us, your jugge extraorment to be interested at yourself singular forming qualities policy and the same description of the properties of the greek contents, for greek or was to commit your part the explanated forming on the content; on one to commit your part that explanated forming part and part and part that the content of the part that the part th

let pienest etemo qualiti perinsipalet, volationemen à la nanciese sint dels indent à la pressione; let pieses dunst, deut grans est four, l'applipation homogène s'uniquente; à distint sur leut me lamest ou ou signilles vosticulet, avant de la réduise en prostéese; les pieses tindest la distint d'abril ou peparmiels méntie est granments la parlagent ou petité paires vosticans) et infini troubert sur ou prostèses.

Qualques pierres, comme la grante, qui, étant la exploience, le confidence de la confidence peus de la tribute plus l'exploience pue que l'attaine peus de la confidence peus l'exploration de la confidence de comment que unit entre ables le meléculaire de la facilitation de ciment que unit entre ables le meléculaire de la comment que unit entre ables le meléculaire.

Le foice cognille d'innées des partens de basie combabble cont proportionable à us basie les fais diminues ganal l'air et le basie dunaireant unestante, le contens augmenté, elle ar le plus grandes quand le basie est un carré on un cereb

Anant ou suppost de la hantieux du privince ous, duma timé de la bode; il suffice our la chistòrice de manivez qu'il de co la plus gasta, peur la forme sudiques et qu'ils, deminer quand la former écricie y plus palete au plus basult. Il récis tiène doint enver describage losques la prisma so piùrtage', en plusians practice dance du basaleire.

Le bieu que la pritme mit en cogérience, occupant dans le blue de puese, influe auth sin les rébellats: les purées voiknes det fueel organisars et inforceme résistant moins que les pacties

Principana, ribilitati dei experienzes de Mr. Nondalet, faitie hur del cubei de c<sup>om</sup>os de cibb ou de 15 contimilisé carrié de baix (Tome 12 jungs 208 et duinnités).

Callean.

Indication des Pierress.	"Swantene Specifique 9	Boidle produitant Vierratiment
Sierres velcaniques.		
Batalle de Suede	_ 3,06	47809
Batalle d'Olivergne	2,88	51945
Cave du Nésuve, dite Sipuno, près de Touzzol	2,60	14802
Cave grese des environs de Poome, peu dure, dete Sepvino	_ 1,97	5700
ave tendre de Naples	1,72	4014
Suf de Romer	1,22	1447
Euf de Nome	0,86	831
all vener ponce	_ 0,60	863
Chemer porner Stanistics .		
Franst vert des Norges	2,85	15487
Pranit grit de Bretagne	2,74	16353
ranit de Normandie, dit Gatinos	2,66	17555
ranit grid des Volges	2,64	10581
Sreit.		
res tris-dum, rounatus	2,52	20337
rd blane	_ 2,48	23086
red lendre	2,49	98.
Sierres Argiteuses		
Pierre pore, ou puante	2,66	17030
Pierre vive de florence dont le main et lin	2,56	10556
Pierre gribe de flerence, dont le grain ett fin Pierres Calcaires		
Marbre noir de flandre	2,72	19719
Marke blane viné	2,70	7455
Varber blane Statuaire	2,69	8176
Carbe Clane turquin	2,67	7695
Surre de Caterte, près de Raples, qui resoit le poli	2,72	14865
Pierre noise de Saint-Gortunat, employée à Lyon, très-dure et Coquilleuse_	2,65	15668
liais de Bagnewa, près de Paris, très-dur, d'un grain fin	2,44	11113
brancins de bome, très-dur, d'un gruir fin, pertillé	2,36	7449
Roche de Chalillon, près de Baris, dure, un peu coquilleuse	2,29	4347
Rahe done de Chatillon	2,08	3339

100 qualité .

Roche d'areneil, près de Paris -

Surre ferme de Conflant, employée à Parit

Purrer à platre de Montmartre, près de Purite

Pierre tendre ou Lambourde de Conflans,

Sierre de Saillaneourt, pres de Pontoite, ve qualité

Norgelee , des environs de Paris , tondre , d'un grain grother , résistant à l'eau.

l'ambourde de qualité inférieure, lendre, résistant mal à l'humidité.

633 4

3536

2994

2304

2245

1407 1785

1496

575

2,41

2,29

2,10

2,07

1,82

1,92

1,83

1,56

Blate.

23. Me. Rondelet a trouve (tome 1st page 309 que le poidé tout lequel s'écrate un cube de 5 contimetres de côté est, pour le platie gaché à l'eau gàileí à lean 12.3 g <sup>h</sup>g B\_au lait de chana 18.6

mortied. 24 La rétillance du morties vorce beaucoup, selon les matières omployées et les procédés de fabrication. Le lableau suivant présen te les résultats des capériences de Mo. Poondeles

Indication des Mortierio,	Besantend Specifiques	Sould postic sw sme bate de 16 contin care
Martier de Chance et sable de rivière		7.67 4
Le nome, batte.  Mation de chause et salle de minet.	1,89	1048
le nieme, batta	1,90	1406
le mome, balla	1,66	1633
Monten en grès pile' Monten de jonzzelane de Viaples et de Prome, mélés	1,68	733 916
le mome, brita Enduit d'une conterne anlique des currons de Nome	1,68	1333
Enduit on cimous det démolitions de la batille.	1,49	+368

Les expériences ont élé faites 18 mois agrès la fabruations det martiers; elles ont ité répitées 15 ans après et ont appris que la consistance avait augmente d'environ 7, pour les mortiers de chaux et rable, et 4, pour les mortiers de ciment et de pouggolane (Come 1th page 305)

That; parties que le shine que tappe tous que se tenface le Signae.

25. Sunant les enjouvernes de Mo. Abondelet, la force n'est raire pour ceraser un cube on boit de chêne est de 40 à 48 th, par ligne carrée de la bute (385 à 462 par continiètre camé). Elle n'es pad tentillement plus petite your un presme dont la hauteur n'excede pas tept à huit foil l'épaiteur et que n'est put tubesptible de pleer. Four le boit de tapin, la rétitaire est de 462 à 838 par contimite care, ( Come to, page 67).

. 16. Gaulhey ( Eracte de la construction des Ports, tome 2, page 164) a observe que l'effert supporté par une pièce de chine, ne doct par surpasser she à 200 19 par centimètre carré, selon qu'il est dirige perpendiculariement ou parallelement aux fibrers, in l'on seut que la surface du boit n'éprouve pat de dégression tentible.

See forgo. 26 D'après les experiences de M' Fondelet (Come to, page 519) un cube en for forgé da 6 à 12. <sup>lig</sup> de côté, commence à te déprime bout une prethien moyenne de 513 <sup>li</sup> par ligne carrée (49 be <sup>19</sup> par centimètre carré). Le fu code plutôt en pliant qu'en te déprimant, quand la hauleur et triple de l'épaitleur.

Few forder.

27. Prébultaté principaux des oxpériences de M. G. Rennée (annales de Chimic et de physique, septembre, 1888) sur l'éceasement du fa fondu.

For mix en expérience.	Besanteno specifique	de la bate carrie	hauteur	Biblo produitanti l'ecratement
For the du contre d'une large make, dont les cristana		pouce anglais	prace anglais	والتعط عدند عدينا
avaient la forme et l'apparence, de ceux, qu'on voit dans la				
rupture d'un canon, même motal	7.033	1/8	1/8	1440
For tire d'une petite coulée, à grain terré, d'un	-	4.	•.	
grid teine	6,977	1/8	3/8 3/	2116
·			3/8 4/8	2363
			3/8	1407
8			6/8	1743
			1/8	1594
			8	1439
For the de la premiere make		14	4	9773
Cubol tiril de barret coulied horizontalement	7,113	*	1/4	10114
Cubes tires de barres coulées verticalement	7,074	4	1/4	11137
Pritmed de diverbeb hauteurb en fer coule, horizontalement		4	** **	9449
			5/8	8845
*			8	8362
			1/8	6430
			8	6321
Trismes, en fer coule verticalement		4	1/8	9328
			5/8	83 85
			8	7896
•	•		1/8 1/8	6430
			- 8	

anties Métaux.

28 Surant les nemes caperiences, l'effort nécessaire pour évra-
tou un cube en cuivre coule de 1/4 pa ang de côte ett. 73.8 lin av. du pois.
Gove comprimer un cube parcil,

	de	
	de	304
en course batta,	de	427
	de 61	
en étain coulé,	de	
	de 1/3	
on plamb coulé,	de 16	

Cet nombres et ceux de la dernière colonne du tableau précédent biréque le côte de la base et 4 pouce anglais devent être multiplés par 1, 125 pour donner en Hilogrammes la rélitaire sur un continues avec denner en Hilogrammes la rélitaire sur un continue avec.

# Résistance des solides à l'extension et à la rupture qui en provient.

De la rébitance des solides à l'extension et à la rupture qui en provient.

3g. La formule (1) relieinte à de petites variations de longueur, renferme austi la relation entre l'allongement des solides et l'éfait qui le produit ou la résistance qui y répond; parcillement, la formule (2) détermine, on général, la résistance à la repture provonant de l'actention; mais c'est encore par le moyen de l'acprience qu'il convient d'étudies le cas de résistance, dont il et mot

Il n'existe presque aucune expérience directé sur les allemgements des corps, sous des effects donnés; ces allengements comme on le verras dans la suite, peuvent être conclus des expé-

riences bur la flexion.

Guant à la rebitance à la rupture caubée par l'extension, elle a été l'objet d'expériences dont nous rapporterense in less

plus utiles

Rebultate des principales expériences a la résistance des solides à la reptine course par l'extension \_ Sierres " 30. Suivant Coulomb (mémoire cité), la force nécestraire pour opérer la rupture sur une surface d'un pouce carré, a élé pour une priere blanche, d'un grain fin et homogène, de 14,7 4 par centimètre carré; pour la brique de provence, bien cuité et d'un grain très-unis, de 18 %, 7 à 20 % par centimètre carré.

Blatie.

31. Mo "Rondelet" (lone 1º page 3:5) a trouvé que la force de cohésion du plâtre est de 60 à par pouce carré (4 de par centimètre carré). La force avec laquelle il adhèu aux pierres et aux s'origues est onvison les z de sa propre cohésion. Cette force est

plut grunde pour la piene meulière et la brique que pour leke piones calcaires. Ella diminue beauerup avec le temps.

32. D'agred le varme, autrine, la force de cobelhion du merlia et sonièm z<sub>e</sub> de la cibilànce à l'etrahment; elle cot movimesa que la force avec laquelle il adhère aux juisses et aux briguet.

33. Aliquid bet septimenest de Me. Horneldet (Ements, page 65) la fores de cabrière sub soir de Allians, tein dans la besul det.) fibret, et de 1874 pare lagre, carrie (36,6 pare institution cardis. As experiment reguested pare Me. Nomine, (curange eth, page 18)

et que ret été faitet éux del païsel d'environ y des preses éte damaitre, ent demai est réladient mayord, romanis par le calcul « a aprimer la frece réladière pour opter la raptier éux un pour cassi Confaits;

Indon let momes ognimuse, l'addition latinale des filoses dans le dogne, c'or-à-diese, l'office microtiverson dignases danse grantes d'une grises, om de fisilent goldier d'une des l'unese gonallelment aune filose, ett de logs les momensies, que gousse cause anglais.

D'autres expériences rapportées dans le même murage, page et, apprenunt que la force de cohélem des bois toes peoponaliculairement à la décedim des folcs, et, sur un pruce cares anylais,

Garia .... de gyo à 1700.

On trouvers on hilogrammes, la ribitance sur un centimetre

Mortied.

Tu forge .

carrie, un multiplicant de nembred présidents, pas a operaz. 36: Passiallet des auguirmes de la Casanet legra leavie de la continuième des Coett pas Gaulhayl, tena 2, page 156). 1º Sua varga de la casa, taisse dans le cue te de la langueux.

Songuese Beh Forls	Equanitage	Poids produlants la replice.	Para companies
07.650	12,97	59724	3576
0, 325		6887	39,8
0,162		5502	32,7
0,081		5972	35,5
0,650	9,02	2983	36,7
0,325		3++3	38,3
0,650	6,77	2+34	46,6
0,325		2369	51,7
0,162		2472	58,9
0,081		2487	54,3
0,650		2159	47,1
Soids may	n par millu	mòtre carré	42,9

#### 2. Sur des verges de fer rond, tirées dans le sons de la longueur.

San Fresh	Equasionage	Paids predictant be reptice	Sade superthe
07,650	10,15	30204	374,3
0,325		3074	38,0
0,162		3348	40,4
0,081	10,15	3368	41,6
0,650	7,88	27.7	55,7
0,162		2748	66,3
0,081		2683	55,0
0,650	7,62	1463	31,1
0,325		1662	36,4
0,162		1721	37,7
0,081		1610	33,1
Sords mayo	n par mellin	idie carré	42,2

Mo." Promilete (Come h, page 5x0) a fait ann Mo. Soufflet, oar dae wayd de fer, troob dand le éené de lean banyaoner gus barpathait war pour 2" dete capariances don't les abialists ient indiquisé dans le tableau ei agreès.

Indication des Fexic.	المنتانة المنتانة المنتانة	Epailland Jan Pinels	Seids published to mystice	Gith Importibly
For tout norf	27 3	24 1/2	3542	500
idem/	- 2 %	2 .	3374	633
Toe don't la cathere offre un peu de grain	- 6.	2 %	6,57	410
Toe don't la cathure offee les 3; de nerf	- 5 .	2 %	4874	390
For mortie neaf	5 1	3 .	5524	338
The tout nerf	6 .	8 .	15600	866
Toe officiant un liert de grains	_ 6 .	8 .	7800	431
For offeart plut de mortie en grain	_ 6 .	3 .	5857	3 2 3
For offent in you do your	3 ;	2 .	3635	601
For tout nerf, de blignet de diamètre			6600	933
For a god grain, land nerf	4 .	4 .	2991	187
For a grain moyen, sans neef	4 .	4 .	3980	249
Tu à grain fin , sans neef	4 .	4 .	5840	365
For d'un grain moyon, moitié neuf	4 .	4 .	7200	450
For tout nerf	4 .	4 .	10320	645
The a gest grain, moile next	4 .	4.	5840	865
Tores de whition moyenne tur une, ligne carrée_				486

Anni la ribitarior megama eté de le 1 gan mellimètic carel.
Betinlitat des apparames factis par la Topana, anne, an meyon
il mobile, tes de paste de page de page, leist seu la lor me de la larguesses
il mobile, tes de paste de la page, leist seu la lor me de la larguesses
(leis parti em fil de far, 2º heletiri, page, 68 et 20).

Indication des Ferst.	Siente.	Epaikens Data Tierra	Frills garlielant la suptime	9.04
Ten der hannt: Chamand, fuit om hamisiere	16,0	8,0 8,0	561,4 4138 3743 5226	43,8°, 51,7 48,0 30,4
wom , coupé au malan, perde bart à lant frant détain about me détain a son de la comme del la comme de	13.5 13.3 10,15 4.5 20,3	13,5	5436 5280 5688 1238 1541	29,7 29,7 55,2 61,0 44,7

35 Buffon (Ouvret, parlès caposimentale, de Memoius) a rompus d'une fult de fer dont le diamètre d'ait de 2,26 millimètre, par une traction

and the state of t

de 286 et zirz<sup>4</sup>; ce qui revient à 60<sup>4</sup> pau millemètie carré.'
No. Signin, ainé, a fait det capiniences sur la résiditince du fil de fu, tiré trivant la longueur, et dont il a calculé let liamètica d'agrèd le poids d'une persion de fil d'un mètie de longueur, en suppotant que le metie cube pele 79807 (tres ponts on fil de for, pagelo 83 et 100). Les résultats sont indiqués dans le tableau suivant;

Indication des Fil;v.	biametreko	Poids produibant la ruptures	Point supported
Fel de fer de Bourgogne, 86:8, recuit inégalement_	mill:	41,3	38,2
idem96°7, recuit exactement	1,062	31,4	36,1
idem 96.18, non recuit	3,366	505,6	56,8
idem 16:7, non recuit	1,062	65,5	73,7
Fil de Vaigle, omployé pour la Carderie	0,2294	3,72	89,8
Sale-perle, atter down	0,5917	23,6	85,7
El provenant d'une manufacture de Bebançon, 96.1, doux	0,6188	25,96	86,1
96. 2, doua	0,7078		87,0
3, catant	0,7327		80,8
4, cattant	0,838	42,3	76,6
5, trel-castant	0,9115	47,25	72,3
6,id	1,022	62,56	76,1
7il	1,080	65,25	71,2
8, tris - costant	7,123	66,75	67,3
g, atten cattaint	1,298	91,74	69,8
10, trèt-doux	1,435	105,00	64,8
11,id	1,476	100,25	58,6
12,ill	1,691	124,8	55,5
13,il	1,800	145,5	57,2
14, tres-dona, sand retort_	2,072	166,5	49,3
15, id	2,226	202,0	51,9
16, tret-doux	2,489	311,0	63,9
17, pailleux.	2,695	389,0	68,1
18id	3,087	617,0	84.0
19id	3,492	750,0	78,2
20id	4,140	874,75	65,7
21 il	4,812	1138,0	62,5
22, très-cathant	5,449	1579,0	67,7
23 doux	5,942	1738,5	62,6
	- /3	, , , , ,	

9

See forder

36. Adultate del expérience du C. Brown, sur del barreaux carrèl (Azagocit et Mémoire sur les Ponts éuspondule).

34	iche Lede	9-3 1-3	do lanki ine .	Le cibultat mozon renent à ch <sup>2</sup> t
-	3	#1,	7	"Te ribultat mozim renent à is; s pour un millimètre carré.
		11,	5	
		14,		
		16,		
1		11,	10	

D'agnet let apprimer faitet par M. G. Hennie (tennalet de chime et de phytogue, égelembre, 1818), our det privet carréet de Ly pours anytort de côts, la force de cohebon ett, pours

es Mitaux

37 D'aprèl les mêmes expériences, toujours sur des prices carred D de 4 pouce anglais de colé, la force de cohétion ets, pour le

38 Invant Outsund (traile de l'art de la cordeie), à ctant on certimèted, le diamètes d'une verde, elle portes mayennement bas? à.

inional Coulomb (Come so dis bounces lécuigus, page 288) léée codes bhaudas gertait judge à le a le 69 par fil du carret mais en me doit jumais la chauger de la de bo. Les cordes grustem-nées sortes + en t- moint que les cordes banches t- en t- moint que les cordes blanches.

Théoric générale de la Résistance des Solides à la flexion et à la rupture qui en provient.

Commence galander de Prignitibres de Albertones

39 (middened um chida cylandragus qualamqua AA flah.

para da fercas tillement display qua la flaime to ini youle
parallillament è une plane XI y design tenement las longueur dai
totate, et august pare contiquent las conface cylandriques ABC das
filest markets n'uncun para catel d'liter payradisimbons.

(et forcas qua mail normacond activast évent ou géneral des

deup tortes; les unes pastives, dues à des points fixes qui assuptis sons le solide ou sur lesquels il s'appruie; les outres actives, lelles que des prodis dont il est chargé ou des pressions qu'il supporte : es ainti, nous supposerons les unes et les autres atues primitivement ou subseptibles d'être ramenées dans le plane XAY, de manière que leurs résultantes respectives soient, charune en particulier, compreses dans ce plane.

D'abord, l'équilibre abole ou de tituation exigera que cers deux résultantes particulières soient égales et directement opposées. Entuite, to l'on conçoit deux plant infiniment voitint a u v, a'u'v, normaux à la courbe Au u'B du bolide et qui en déterminent une trunches élémentaires quelionque; l'équilibre abtolu pormettra de regarder l'une des parties catremes, savoir, Azuv, comme parfaitement fixe, of l'autre, Bauv, comme un système particulier, de forme invariable, uniquement sollicité à tourne dans le sens x By, autour de l'intersection a du plan x Ay des forces externes, du plan normal aux et de la hurface cylindrique ABC; puisque, pour le parallolisme de la flexion, ce plan x Ay doit cirdemment comprendre auti. la rébultante des forces internet, c'est-à-dire, des forces de traction et de prot tion, que les forces actives graduitent, par la fleaion, dans les éléments de fibre dont la tranche et composée. ainti, l'équilibre relatif ou de résistance exigera que la résultante de toutes les formes avaquelles le système particulier se trouve sommis; 1? Soit dans be plan x Ay qui d'ailleurs beur est pareallèbe et; par hypothèle, contient déjà les deux rébultantes particulières dels formes externes; 2° paste par le certre de rotation a: par conséquent, que la somme des moments de toutes les forces, relatirement à l'axe a u et des seules foices internes, relativement à l'anc uv, soit égale à zero.

C'est de celle manières qu'un corps résiste soit à la flevion soit à la repline qui en provient et que l'équilibre l'établit entre la résistance et les forces oppodées.

Les conditions gondrales de cet équilibre sont indépendantes de la loi de la réditance des fibres à l'actintion et à la comprettion; mais comme cette loi particularise leux capacition analytique et les enoucles des résultats qui s'en déduitent, il est nécéssaire de la fizer; c'est à quoi doivent servir les hypothèses précés précédemment (76", y et 18). Equation ginerale saws equilibre.

40. Mous rapporterons la courbe de flexion, c'est-à-dire, la wurbe Au u'B suivant laquelle la surface cylindrique ABC des fibres neutres est coupée par le plan x Ay, à deux axes pris dans ce plan, qui auront leur origine en un point quelconque A de la courbe, et qui supposés l'un parallele, l'autre perpendiculaire à la longueur du solide considéré dans son état naturel, seront respectivement les axelo des x et des y.

Les points de la section normale a av du solide secont rapportes à l'axe au, suivant lequel le plan aux coupe la surface cylindrique ABC, et à un autre aux moné dans ce plan par l'origine a, perpondicularirement à au ou parallelement à UV, intersection des plante XAy et auv. Le premier de ces axete tera celui des abscittes es, le second tera celui des ordonnées V.

Maintenant, détignant

par A & B, comme précédemment, les coefficients d'élasticité et de tonacité (96.20);

- 3, le rayon de courbure ur de la courbe de flexion, au point u, par lequel est mene le plan normal auv;
- x et y, les wordonnées de ce point;
- 5, l'are A ta de la courbe de flexion;
- X, Y, les résultantes des forces externes, appliquées à la partie Ba'u'v' du solide et décomposées parallelement aux x et aux y (on suppose que les forces X, Y tendent à allonger les coordonnées auxquelles elles sont parallèles et on les regarde comme positives);
- y', x', les distances de ces résultantes aux axes des x et des y; U, U', les fonctions de u qui expriment l'ordonnée du contour de la section normale aux, du côte de l'axe au, où les
- fibres sont allongées, et du côté où elles sont accourcies; a, la dimention du tolide suivant l'axe a 12;
- V, la plus grande valeur de T ou de T', c'est-à-dire, la distance à l'axe au, de la fibre la plut allongée ou la plus accourcie, lossque le solide est près de se rompre;

Cela poté, un élément que leonque de fibre, pris dans la tranche et dont la base est l'élément rectangulaire m m'= d v du de la Section normale aux, avait primitivement la longueur uu'= ds, puisque (N.º 18) on fait abstraction de l'allongement ou accourcissement commun; mais cette longueur ayant varie de la quantité vas, la résitance de l'élément, d'après la formule du 96°21, Seagrimera par

9: v:: ds: λ = vds

4 v'dvdu . . . . . . (2)

done, passe que f <sup>U</sup> av a + U<sup>2</sup>, f <sup>U</sup> a va + U<sup>2</sup>, la bomme algébeigne det momente, que regjont à l'are à a, del éléktéreals desse aux critiques et remétanteme del déliment de fibre, dont les tranches ets formes, éven

puitque ed fored tendent à four tourner dans le même sent autour de cet ans.

ainh, l'équation des moments par rapport à cet acc, bea  $\frac{A}{33} \left( \int_{0}^{a} U^{3} du + \int_{0}^{a} U^{3} du \right) = (x'-x)Y_{-}(y'-y)X_{-}...(4)$ 

P'use uniour Inquel la floriour rigiese Paus chaque rection mountle In volide, passe usa le centre Ie gravité Ic cette

br. Le premier membre de cette équation ou l'exprettion (3), bordgu'on y fait 9 ms, a pour chaque corpt individuel une valeur particulière qui dépend non tenlement de la nature de ce corpt, de la figure et det dimentions de sa section transverbale 24 v, mais encore de la position de l'ane 24 dans cotte section. Or, comme la réletance d'un tolede à la flesion est, teutel chotes d'ailleurs égales, proportionnelle à cotte valence de l'exprettion (3), il est clair que parmi tout let axet menets dant la tection aux, perpendiculairement au plan x Ay, c'est autour de celui pour lequel la valeur dont il l'agit est un minimum, que la flexion doit naturellement l'opéror. Mais à l'on observe que l'expection (2) degayée du facteur & n'est autre chose que l'élément superficiel de da multiplié var le couré v² de sa distince à l'acc a a, on vera que l'expression (3), dégagées du mêmes factions, n'est autre chotes, non plut, que le moment d'inertie de toute la dection aux, pris par rapport à l'anc a a ablteaction faite toutefoir de la dentité supposée uniforme.

Orini Vasie rastone, daqued la flexione égoise naturalhumid dans despose balários que y passe que deposée cotto, flexione que se passibilitament au plant XI, et dispir l'um des cours qui bint proprendendand à se plant, dat, pas la proprehibi conment de memorale d'inscriba, être de tent sel anné passibiles cedoir qui publi pare la cartie à quantit de als adestris. Equations qui en determinents la position.



12. En suemed lieu, paar formen l'équation des moments relativement à l'ace xx, c'est-à-dire, pour caprimer qu'il n'y a pas téndance à la flexion autour de cet axe, ou que la révultante des forces interner, lesquelles sont parallèles entres elles et au plan xAy, est effectivement comprise dans ce plans, il suffica, comme nous l'aures det, d'égales à zéro, la somme des noments de ces forces, prisé par rapport au plan xAy ou à l'axe xx. D'ésignant donc par M-M'les moments l'un positif l'autie régalif, des forces de traction, placées de part et d'autie de l'axe xx, et de même par -N, N', ceux des forces de pustion, on aura

 $M + N' = M' + N \dots (5)$ 

Olinia, por la nature du centre de gravité, la position qu'aura dans la section a av, l'ans autour duquel la flexion s'opère, devra satisfaire en général à l'équation

 $\int v dm = 0 \dots (a)$ 

dans laquelle d'm remplose dvdu.

Et comme les moments M, M'; N, N', ne sont autre chare que l'expression (1), multiplier par u et intégrer, ou que l'intégrale 4 (uvam, resticinte à chacune des quatre partiets dans léquelles les axes au et uv divisent la section auv, l'équation (5), en supposant que le centre de gravité soit l'origine, revient à

 $\int uvdm = 0 \dots (b)$ 

autre condition à laquelle doit envore satisfaire la position de l'ave au .

"Il" est un det auch principouse d'inertie; possessant par le centre de gravité de la Section.

43. La coexistance, des équations (a) et (b), selon la théorie des moments d'inertie, signifie que la legne à u est l'un des deux axes principaux d'inertie répondant au certie de gravité de la rection.

L'antré ave principal est la trace du plan des forces sur la section; ave et moment d'ilastricté.

b4. Cout ce qu'on peut conclure, quant à la ligne w, c'est seulement qu'elle et parallele à l'autre axe principal; car soit  $u'=u+\omega$ , il viendra  $fu'vdm=fuvdm+\omega fvdm$ , quantité nulle, on vorta de (a) et de (b). Or, si P, T sont les résultantits particulièrels des frech de prethon et de teaction, et p, t, let distancels de ces résultantels au plan xAy, l'équation (b) ou l'équation (b) reviendre à Pp-Tt=o; il faudra donc que que soit  $\omega$ , cette équation subtille, quand on y remplacera  $\omega$  et par  $\omega$  et  $\omega$  et  $\omega$  et  $\omega$  d'où résulté  $\omega$  quand ou plan  $\omega$  et  $\omega$  et  $\omega$  et  $\omega$  et  $\omega$  d'où résulté  $\omega$  quand ou plan  $\omega$  et  $\omega$  que les forces  $\omega$  et  $\omega$  forment un couple parallele au plan  $\omega$  et  $\omega$ .

La micanique rationnelle laiste la distance o ou t'indétermine; mais en réflichistant à la construction physique des corps, on apreçoit que le couple auquel se reduisont les forces internes, dust à des catentions et contractions ordonnées comme on le suppose, c'et-à-dire, les mêmes à égales distances de l'axes are et suppose, tronnelles à ces distances, couple qui est stips équivalent, contraine et parallelse à celui auquel les forces actives sont reductibles, ne peut être que directement opposé à ce dernier, par lequel il est produit, en d'autres termes ne peut être que dans un même plan avec lui; d'où il suit que les deux résultantes particulières P, T, des forces internes sont comprises l'une et l'autre dans le plan x Ay, ou qu'on a oncore

$$M=M', N=N'..........(6)$$

bavoir en plaçant l'origine en  $\alpha$  et délignant par a',-a'', les deux partiel de la dimension a,

les rend compatibles l'une avec l'autre.

Nous appellerons are d'élasticité, celui que déterminent les équations (a) et (c), c'ets-à-dire, l'un quelconque des deux axes principaux d'inerties, pattant par le centre de gravité de la section transversale du solide, et moment d'élasticité, la valeur currespondante, toujours pour q=1, de l'expression (3), valeur qui n'est autre chose que le moment d'inertie, multiplié par le coefficient d'élasticité. Bour abégur, nous représentements par à, cette valeur que l'on nomme aussi quelquesois élasticité absolue.

Expression du moment d'élastitée; équation abrégie de l'équilibre de résistance à la flexion.

45. Clinti, a course de 
$$\lambda = \frac{A}{3} \left( \int_{0}^{a} \mathbf{U}^{3} \mathbf{d} \, \mathbf{u} + \int_{0}^{a} \mathbf{U}^{3} \mathbf{d} \, \mathbf{u} \right) . . . . . . . . (A)$$

l'équation (4) deviendra simplement

A = (x'-x) Y-(y'-y)x......(B)

cette équation, qui exprime les conditions de l'équilibre de rédétance
à la flexion est celle de la courbe connue sons le nom d'elastique (\*).

bé. Si le capt était sur le point de se romque, la rétitance
de l'élément de fibre, le plus allongs ou le plus accource et qui
est à la distance V de l'ace are d'élasticité, brait Bavan;

Expression du moment de supture; équation particulière de l'équilibre de résistance à la rupture.

<sup>(4)</sup> S'application du penecipe de Coulomb, facte ice, a conduct fort simplement aux théortimes des politics à la matier det acces à II et IV. Herrêmes qui utilitéest pat consul et a randre l'égocher (2) des pouves dance la prainier d'alons de coul legrat, mois à la monaise de Mr. Marier. Il es maller l'abordit de acces en monais d'alons d'acces de collècte d'adort de de command d'arche destinations aux figures planes, aux coux illasticité, qui aquiècent ainsi tiutal les propriétés de premiere.

parcontéquent, la réhitance de l'élément placé à la distance  $\forall$  rera  $\frac{B}{V} v^{1} dv du$ ; can le puemeu élément réhitie par la cohébon, à laquelle et égale sa force actuelle d'élathicité; le second réhite par la force d'élathicité et (96° 19 et 20) les deux forces d'élathicité sont comme les distances à l'axe au. D'après cela, la quantité (A) quend une autre valeur qu'on appelle momens de rupture; délignons cette valeur par  $\beta$ , nous aurouls  $\beta = \frac{B}{3V} \left( \int_{0}^{a} v^{3} du + \int_{0}^{a} u^{3} du \right). \qquad (A')$ 

En égalant ce moment de rupture à la somme des mometts des forces opposés, on auxa l'équation,

$$\beta = (x'-x)Y - (y'-y)X \dots (B')$$

qui capaime les conditions de l'ignilibre, de réstiturce, à la supture causée par la flexion; pour me qu'on entende par X, y les coordonnées du point où la supture doit l'effective, c'et-à-dire, qui font acquerir au second membre, la plus grande valeur dans

Sidation uno les capations des 47. En comparant l'expedition du moment de rupture se, avec des noments.

Les du moment d'élablisté de, on reconnaît que l'une se déduit

de l'autre par la substitution de  $rac{B}{c}$  à la place de A . Les constantes A et B se déterminent par le calcul et l'expérrience, comme, nous l'expliquerons dans la suité.

48. Nous avent dijà remarqué (96°.18) que la question générale présente tivis cas particuliers, selon que les forces actives qui tiennent le corps flechi sont dirigles perpendiculairement à la longueur de ce corps on parablèlement ou obliquement.

## Des momentes d'élasticité et de supture de sis principales sections transversales.

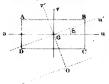
Bitermination Des moments Bestierte 4g. Masses De superiore Bet principales bestions transversalers. nevant let mon

lig. Mais avant de développer charun de ces eas nous détarninerons les moments d'élasticité et de rupture, des différentes figures qu'on a continue de donner à la tection transversale des bolides, ou qui officaient le plus davantage dans les contractions.

50. Gu'il l'agith, d'abord de déterminen les moments d'un rectangle ABCD: il est clair que des deux perpendiculaires Gu,Gv, menées aux côtés pur le centre de gravité G, l'une sera l'axe d'elas-

1º Breetangle: lois particulières .

Britinetian De trait eat dant la quettion générale De l'équilibre de rétitoince.



b let idet AB et BC; l'équation de AB terre  $U = \frac{1}{2}$  b et il viendra  $\frac{2}{3}\int U^3 du = D = \frac{1}{12} Aab^3$ ; l'où  $\beta = \frac{1}{12} Aab^3$ .....(1)  $\beta = \frac{1}{6} Bab^3$ .....(2)

ticité et l'autre la tiere du plan des forces. Désignans par a ct

Relation entre les moments relatifs à Jenn aues paralliles 3mb l'un pa par le centre 2e granté.

Cet formules recount qu'un prisme reclangulaire, fléche parallèle lement à une face , rébille à la flexion proportionnellement à la levgeur et au cube de ta hauteur, tandit que la rétitoince à la rupture est proportionnelle à la largeur et au carré de la hauteur.

5. Le moment par rapport à l'axe Gr terait évidemment C= 1 a b; or, let formulet pour let quellet on paste d'un système d'axes rectangulaises à un autre de mime origine, donnent v'=v cot €-u tin €; tublituant pour v cette valeur, on a ...  $\int v^{\frac{1}{2}} dm = 2 = C \sin^{2} E + D \cot^{2} E, c'ett - a' - dire,$ 

 $2 = \frac{1}{16} a b \left( a^{1} \sin^{4} \varepsilon + b^{2} \cos^{4} \varepsilon \right) \dots (3)$ 

Mail, par la théorie del moment d'insertie, le moment 2' relatif à un are parallele à Gri et place à la dittunce GO = q, tern

 $2'=2+a \cdot b q^{1}$  .....(4) Done entre det and parallèlet, celui-là pour lequel le moment et un minimum, parte par le contre de gravilé.

D'ailleur la undition du maximum de 2 et (2º-5°) fin Ecor E=0, d'aù Ezo ou E=₹.

Li b=a, E est indéluminé; donc le moment du carré est le neme quelle que toit la direction de l'axe Ga.

2. Carrie: propriétés de res momenté

be = + a tung E. ac= 1 0+ 1 a tong 6. accre6= V= 47.

52 Pour le carre on a b = a : let formulet (1) et (2) deviennent  $A = \frac{4}{\pi} A a^{\frac{1}{2}} ....(5)$   $\beta = \frac{4}{6} B a^{\frac{1}{2}} ....(6)$ et la formule (3) fait voir que le moment d'élathicité de cette figure

est en effet indigendant de la direction de l'ace C'u'. Il n'en et pas de même du moment de rupture ; sa valeur ginerale, qui, à coute de V= 1 & (sin & + cos E), est & B as E+cos E to reduit, quand  $\mathcal{E} = \frac{1}{2} \cdot \frac{T'}{2}$ , à

 $\beta = \frac{1}{6\sqrt{s}} Ba^3$ ....(7)

Let momenté de rupture du carré relativement à la diagona. le et à l'ave parallèle à un côte sont donc dans le rapport de 1 à  $\sqrt{2}$  , c'est-à-dire , dans le rapport inverse de cet lignels .

53. Proposons-nous maintinant de trouver les moments d'un cercle par rapport à son diamètre. Soient r le rayon et 8 l'are

variable, meturé sur la circonficence dont le rayon est l'unité; 

d= 1 A m r4....(8) B= 1 Bm r3.....(9) On voit que let momenté d'élapticité et cour de oupture du corde

et du carré circonterit tont dans le rapport de  $\frac{377}{16}$  à 1.

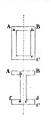
a ...

[8 sin \* 5 = 000 + 5 - 4 cos = 8 + 8].

Rectangle inscrit dont la réditance



19es couronnes rectangulaire ou irentaire et du double T.



De la demi-couronne rectangulaire) et du I simple.



Des figures dont le moment d'élasticité est indépendent de la Direction De l'axe.





54. An moyon de la relation 2°+5°= 4 r° on trouv aitément que de tout les rectangles inscrit, celui qui oppose le plus de résistance à la repture ou à la fleaien, est déterminé par la condition 5°=22° ou 5°=32°. Pour le construire, il suffit de divider le diamètre en 3 ou en 4 parties égales; les extremités de ce diamètre et de l'ordonnée régondant au premier ou au dernier point de division déterminent les deux tôles du rectangle.

55. Les momente d'une couronne rectangulaires ou d'un double I et d'une couronne circulaires se concluent de ceux du rectangle et du cecele, et la comparation des uns avec ses autres, fait commaitre, le rapport des résistances à égalité, de surface, ou le rapport des surfaces à égalité de résistances.

L'aire d'une tection rectangulaire demeurant la mime, la rélitance à la rupture croît en raihm de la hauteux; mais en augmentant cette dimention, on no peut diminuer l'autre que jusqu'à une certainer limite au-delà de laquelle le solide manquenais de stabilité et ne prétenterait put ather de rélitance dans le sent horizontal. Les trois formes précédentes, sur tout les deux premièrers, sons préférables à celle du rectangle plein, malgré la difficulté d'uniter les imperfections dans la fabrication des tayance en fer fondu.

56. Chans la domi-corronne rectangulaire et le T timple, l'axe d'élasticilé est évidemment la parallèle à AB, menée par le centre de gravité. On donne l'une ou l'autre figure, et pluso fréquemment la seconde, à la tection transversale des prièces indunées, soumités à une pression longitudinale qui, comme dans les piliers-boutants, doit l'exerces pret d'une face.

57 Garga'un tolice, tel que les autres horizontanae, dans les machines de restation, doit présentei succepivement tes différentels faces à un effect dirigé perpondiculoirement à su longueux, il convient que la section taunéverbale soit capable, dans tous les tens, de la même résistance à la flexion. Un cercle plein et une couronne circulaire ont évidenment cette propriété; une figure carrée et par consequent une couronne de cette figure en jouitient également.

Il en est de même de la figure, composée d'un cavré et de guatre rectangles, construits symétriquement sur les côles. On connaît le moment du carré ABCD; on obtiendra celui dels deux rectangles opposés abcà, a'b'cà, on obtervant qu'il est égal à la différence des moments des rectangles a a'dà, bb'cc,

Patient maintenant à la ditention det troit cat particuliers de résistance, que nous avons distingués.

De la résistance Tes solides à la florion et à la rupture produites par un effort perpendiculaire à la longueur.

Promise car Iv la révolunc à la f d à la rupture qui augrovient :

58 Lorizue la résultante des forces extremés appliquées à la portion de bolide que l'on considère est dirigée perpendiculairement à l'axe du solide, la composante X est nulle et les équations generales (B), (B') so reduitent à  $\frac{A}{f} = Y(x'-x)...(d), \beta = Y(x'-x)...(e)$ 

pouvre que dans cotte dernière on emploie le maximum du moment Y(x'-x).

telite encarrii hunganalement pa Ter enrelmités et changi à l'eneris, païte quelemque.

59 Considerant un solide encattre horizontalement à une catrémile A of charge d'un poids P, à l'autre extremité M. Délignonts par e la distance horizontale AB det deux colremiter; par f l'ordonnée outième BM; par s la longueur de la courbe AmMdu tolide; par & l'angle que fait avec l'horizon la tangente à l'extrémité M. Puitque, par hypothète, la flexion demeure toujours très petite, nieme jusqu'au degré qui repond à la supture, il est permit de negliger le couré de de dans l'exprettion de 9; on contequence, et parce que Y=P, x'=c, l'éque tion (d) devent & dy = P (c-x); d'où l'on tire

 $\partial \frac{dy}{dx} = P(cx - \frac{1}{2}x^2), \ \partial y = P(\frac{1}{2}cx^2 - \frac{1}{2}x^3)$ 

 $f = P \frac{c^3}{3\Delta}$ ,  $tang \omega = P \frac{c^4}{4\Delta} = \frac{3f}{4c}$ ,  $s = c + \frac{3f^4}{6a}$ ....(1) en ne retenant que les deux premiers termes du développement du radical dx V (1+ dx ) = ds; d'où l'on tire reciproquement c= 8 (1- 31), pour u qu'on motte dans le recond terme de l'exprettion de s an lien de c, sa valeur approchée s.

Done la fleche & et proportionnelle au poids P et au cube de la distance

Mad parce que la rupture tind à le faire suivant la tection A, pour laquelle X = 0, et P(C-X) = maximum, l'équa tion (e) donnera

ou, en admettant que l'équation de la courbe du volide à

l'instant de la rupture et meure de 
$$\frac{d^2y}{dx^2} = P(c-x)$$
,

 $P = \frac{\frac{1}{\beta}}{\frac{3P}{3P}} \cdot \dots \cdot (3)$  espection dans le doumentain de laquelle, en peurra auté, change c on s; de bêste qu'en aura

La paide ser angepet signati amformio

to be deposed to believe there is a manifest year the provide dynamic formation T is the problem of the best of the second of the problem of the second of the seco

$$f = cp \frac{c^3}{6a}$$
,  $tang \omega = cp \frac{c^4}{6a} = \frac{4f}{3c}$ ...(4)

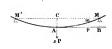
1

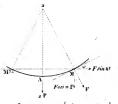
If but de la companion del valend (1) of (3) de 3, you to be poid total a p lient applique on M. Schullmant I toust place grand dead be report de 8 à 3; of de la companion de valend (4) of (5) de Per de 19, you be belieb benefit byslament rompe pour un poid dittoble aufforment tour des longueurs, of you une youth medicil invalently, despende a benefit byslament.

Maniere Variorigas au p

be, b. b. belief, classe, danged I me paid T a C but similar M, one wast lenies comple. So from paying paid TT as C, d M flowed difference by use the various statellist its  $d = \frac{1}{2} \frac{T}{N}$  of pass configured the T. Energy of d, four respectivement let formed det valenced (0), (0) of (3), (5) relative, since C days and C of C of C or C

Solwe pool horizontalement sur Jeuse appuis et charge au unhem.





Le poids est suppose reparte uniformé ment sur la longueur.

be. Quand le solide, polé librement sur deux appus M.M. de niveau, ets chargé dans son milieu A. les équations du 16°59 s'appliquent à chaque moitie A.M., A.M. de la courbe qu'il affecte, parce qu'on peut le regarder comme encastrés horizontalement on A. Olinsi en nommant 2P la charge 2C, la distance M.M. des appuis, 28 la longueur de la courbe entre ces appuis, £ la flèche AC de cette courbe et W l'inclinaison de la tangente on M. ou.M., on aura pour £, tang W, 8 et ß les mêmes expressions qu'au 96° cité.

Cet capethions impliquent que la résistance, des appeuts est dirigée verticalement, tandis qu'abstraction facte du feotsement, elle est normale à la courbe du solde : on verse dans la discuttion du troisseme cas de résistance, comment on pourrait, pour la flexion, avoir égand à cette circonstance. Quant à la rupture, si l'on observe que la résistance  $\frac{P}{\cos(n)}$ , supposée normale à la courbe MAM', se décompose en seux forces P et P lang W, réspectivement parallèles aup Y et aux X, la formule (B') donnera

 $\beta = P(c + f \tan \omega) \text{ on } \beta = c P(1 + \frac{3f^2}{2c^2}) \cdots (7).$ on admethant que la courbe du tolide est élatique du 76.59.

63. Que le poidé au lieu d'être concentre dans le milieu A, soit distribue uniformement sur toute la longueur du solide, chaque moitie sera dans le même état que si étant enustrée horizontalement au point A, elle était fléchie en même temps par le pords cp appliqué en M ou M, et par une force contraine, égale au points p pour chaque unité de longueur. Par conséquent, en aura  $d = cp(c-x) - p(\frac{1}{4}c^2 - cx + \frac{1}{4}x^2)$ . Les valeus de f, tung w et fs sont done les differences des valeur immédiates (1), (4) et (2), (5), substitution faite de cpa P;

 $f=cp.\frac{62}{24a}$ , tang  $\omega=\frac{8}{5c}$ ,  $\beta=ep.\frac{1}{2}e........(8)$ Bone 1° lu fleche produite par le poids 2ep subpendu au milieu du solide, scrait plus grande dans le rapport de  $8a^25$ , que celle qu'il produit étant réparté uniformément sur la longueux; 2° le solide serait évalement rompu par un poide distribué uniformément sur la longueur et jar un poide moitée moindre, placé au milieu.

Let exprethonh (8) supposent la réliteance de chaque appais, dirigée parallèlement aux y. Pour tenir compte de l'obliquité, quant à la rugture, on remarquera que cette rélitaince se décompose dans let friese op et op tang w, parallelet augs y et aux x, de tote que par la formule (B), or area.  $\beta = cp.c+cpt$  tang  $w-cp. \frac{c}{2} = cp(\frac{1}{2}c+ttung w) = cp. \frac{1}{2}c\left(i+\frac{46t^2}{5c^2}\right);$ 

 $z \circ p = \frac{4\beta}{c + z \cdot t \cdot tangw} \quad \text{on} \quad z \circ p = \frac{4\beta}{c(z + \frac{z \cdot t \cdot t^2}{5c^2})}. \quad (9)$ 

en admettant que la courbe et celle de l'équation qui a donné les esgrethins (8),

Ce dennier résultat revent au précédent, prouver qu'on néglique

le carres de 🛨 .

64. Lorsque le rolide sera chargé à la foit d'un poids 2P au milieu

n. Dr. designs to totalise town changes a law find d'une pariet  $\pm T$  are unless at the two propers points  $2 \exp \pm T$ , on the inverses, if  $\frac{d}{dx^2} = \cdots$  and  $\frac{d}{dx^2} = \cdots$  (P+17)(c-x)-p( $\frac{1}{4}e^2 - ex + \frac{1}{4}x^2$ ).

Ist walnut der 4, thing is it if I term t down led differenced der vabend (1)(b) if (5)(3), distribution faits: the P+W a P, our plat simples of the property of the decimental bet valenced (6) quand only change H on - H of P on P+W; if and

 $f = (8P+577) \frac{e^4}{e^4}$ ,  $tang(e) = \frac{3P+577}{8P+577} \frac{e^4}{e^4}$ ,  $\beta = (eP+77) \frac{e^4}{e}$  (10) Moved to pace regions à la suplices, en vous imbidérer cette circonstitunes, en acres

 $\beta = (P+T)(c+1 \log a) - T \cdot \frac{1}{4}c; \quad 2P = \frac{2\beta - TT(c+1 t^2 \tan a)}{c+t^2 \tan a} \cdot \dots \cdot (!)$ capselfund dand belopselled on powers remplaces langed poor low valeus:

(10) de cette quantité.

(6) de colo juacitate.

65 la la parti lest' talquada si un juint qualanque de la languant de delice, quijunt pete dibanase par si attentité des desor appares ete nimes, se quint desirant desirant la comba de florime en deun partiel dent charace; sommiss à la loi de continuité, quant sin équation parque et parque partie de continuité, quant sin équation parque et parque partie de continuité, quant sin manue, parque et parque partie de continuité, quantité me parque de des parques et parque partie de continuité, quantité en parque de des parques et parque de des parques qui des la considera en partie de la considera en partie de des maderas et des fraçons qui biétication figuité de la considera et des fraçons qui biétication figuité de la considera et des fraçons qui biétication facilité de la considera et des fraçons qui biétication de la continuité de la considera et de partie vertire calet de partie de partielle de la considera partielle de la considera de continuité de la considera partielle de la considera de la continuité de la considera partielle de la considera de continuité de la considera de la continuité de la considera de continuité de la considera de la continuité de la considera de continuité de la considera de la continuité de la considera de la considera consid

Lotyce le bolide per chargé uniformément sur une parties données de su longueur, le milieu de cette partien tera le point

Other case in the shanger we happed gast was realized by the languages of relative, she offer car Dathich also resultaneously from wear good to be seen to engage of the offers to be present the samples of the offers to great the same seeming speaks amounted. de rupture commun des deux parties de la courbe de flexion, letquelled pourront être regardéel l'une et l'autre comme encaltréel en ce point et l'on obliendra leurs équations particulières en suivant la marche indiquée ci-dettub.

En général, quelle que soit la disposition de la charge sur la longueur du solide, on attignera d'abord la résistance de chaque point d'appui et la polition du point de rupture, lequel réponds au maximum relatif de à  $\frac{d^2y}{dx^2}$  et se trouve dans la verticale passant pour le centre de gravile de la charge; on formera ensuite autant d'équations différentes qu'il y aura de parties de chaque côté du point de rupture, pour lesquelles les conditions de la flexion ne pourront avoir la même exprettion. Les constantes introduiles par l'in tégration se déterminerant de manière que l'ordonnée et l'in clinaison de la tangente aient les memes valeurs pour le point commun à deux partiel conscentivels.

La figure de la courbe que le bolide affeité étant connue, on exprimera généralement les conditions de l'équilibre de résistance à la rupture, en égalant le moment de rupture  $\beta$ , à la valeur que prend  $\frac{dy}{dx}$  pour le point de rupture, c'est-àdire, au moment relatif à ce point, des forces qui sollicitent l'une ou l'autre des deux parties séparées par ce même point. 66. Contiderons un tolide AMM', encastre horizontalement à l'extremité A., poté librement par l'extremité M' sur un appui

au même niveau que le point A et chargé au milieu M d'un poids 2 P.

Delignond par c, 20 les distances AB, AM' of par 2Q la force égale et contraire à l'effort exerce sur l'appui M', effort qu'on ne peut trouver à priori, parce que le poids 2P est soutenu en partie par la résistance à la flexion; nout aurundo premièrement pour la partie AM de la courbe du solide,  $\frac{d^2y}{dx^2} = 2P(c-x) - 2Q(2c-x)$  et en integrant  $A\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 2P(\mathrm{c}x - \frac{x^2}{2}) - 2Q(\mathrm{c}x - \frac{x^2}{2}); Ay = P(\mathrm{c}x - \frac{x^3}{3}) - Q(\mathrm{c}x - \frac{x^3}{3}).$ 

Would awant en beand liew, pour la partie MM', a  $\frac{dy}{dx^2} = -2Q(2e-x)$ , la force 2 Q devant être affectée du signe - , parce qu'elle tend à diminuer let y; d'où en intégrant et déterminant les constantes par la condition que, pour x = c, les valeurs de dy et de y soient égales à celles qui résulteraient des équationse précédentes,  $\partial \frac{dy}{dx} = Pe^2 - \varrho(4ex - x^2), \ dy = P(e^2x - \frac{e^3}{5}) - \varrho(2ex^2 - \frac{x^3}{5}).$ 

Solive horizontál, encastre à une sex exercimiles, appuyé par l'autre et charge s'un posito.



De a que atte dernière équation doit donner y=0, pour x=zc, on conclut

$$2Q = \frac{5}{8}P,$$

c'est la valeur de l'effort exerce sur le point d'appour M. Sa tubsetultion dans la même équation et dans l'appoettion de DE égalée à réso, fait commandre la valour de l'abbeiste e du point dont l'ordonnées est la plus grande et la valeur de cette ordonnées ou de la fliche l'de la courbure, valeurs qui sont

$$e=2e\left(1-\frac{1}{\sqrt{5}}\right), f=\frac{P}{\phi}\frac{c^3}{2\sqrt{5}}....(1)$$

et dans la promière desquellet le radical et pris avec le rigne, parce que e est moindre que 20.

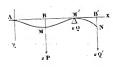
Ou point A, on a start =  $c\frac{dF}{8}$  et au point M, start =  $c\frac{dF}{8}$  c'est au premier de cet point que la courbure et la plut grande ou que le bolide tend à be rompre; ainsi l'équation de l'équalibre de rébiblance à la supluse est

$$\beta = P \frac{3c}{4}; P = \frac{4\beta}{3c} \dots (2)$$

Sa comparaison de la valeur de  $\hat{\mathbf{F}}$  avec celle du 96.6°, montie que, pour un même poids, les fleches de courbure, quand le solide, est encastre à une extremité ou posé librement sur dans appoint, sont dans le rapport de 1 à  $\sqrt{5}$ . L'ordonnée du milieu de la lonqueur, où le poids se trouve, est  $\mathbf{y}' = \frac{\mathbf{p}}{a} \frac{7c^3}{48}$ , c'éb-à-dire les  $\frac{7}{4}$  de ce qu'elle était (96.62).

La formule (2) prouve qu'à force égale, le bolide peut supportée un poids pliés grand, dans le rapport de drà 3, que si chacurres de beb extrémités potait librement sur un apprie (96°62).

Solide encastré par les Dence catrénités et changé D'un pous ou son unléen.



by. Que le bolide, charge au milien M d'un poids 2P, toit encadtel horizontalement pas tel deux extrémités A et M'; on pourra, sans chan que son état d'équilibre, supposer qu'il poste librement sur un appair par l'extrémité M; et que prolongé au dela, jusqu'à un print-quellemque N, il soutient on ce point une charge telle que la tangente en M'à la courbe qu'il affect est horizontale. Oritignant donc par C, 2C, g' les distances AB, AM', AB'; par 2Q la fonc, égale et contraire à l'effat exercé sur l'appui M'et par 2Q le poidte supendu on N; nous aurons d'abord, pour la portion AM de la courbe du solide, à  $\frac{dN}{dx} = 2P(c-x) - 2Q(c-x) + 2Q'(d-x)$ , et on intégrant,

integrans,  $\frac{dy}{dx} = P(xx - x^{i}) - Q(6x - x^{i}) + Q(\frac{1}{2}x^{i} - x^{i}), dy = P(xx - \frac{1}{2}x^{i}) - Q(xx - \frac{1}{2}x^{i}) + Q(\frac{1}{2}x^{i} - \frac{1}{2}x^{i}) \dots (7)$ 

96 and aurons ensuite pour la portion M M de la courbe,  $\frac{d^3y}{dx^2} = -2.2(2c-x) + 2.2'(y-x)$ , et en déterminant les constantes d'intégration de manière que, pour x=c, les valeurs de  $\frac{dy}{dx}$  et y

sweet signed it cells gue résulteraient des águations préciséentes (s).  $\frac{dy}{dx} = Pe^{x} - Q(bex - x^{2}) + Q'(x/x - x^{2}), \quad dy = P(e^{x} - \frac{x}{2}e^{3}) - Q(eex^{2} - \frac{x}{2}x^{2}) + Q'(x^{2} - \frac{x}{2}x^{3}). \quad (3)$ 

Or le coefficient  $\frac{d\hat{y}}{dx}$  of l'ordonnier y doinont être mult an point M', qui repord à x=2c; d'où l'on conclut...

Pc-bQc+bQ'(j'-c)=0, SPc-bQc+bQ'(5j'-c)=0, d

$$Q = P \frac{z \gamma - 3c}{4(\gamma - 2c)}; \quad Q' = P \frac{c}{4(\gamma - 2c)};$$

enlous dont la substitution dans les équations (1) et (2) fica commaîtie la figure du solite, indépendamment de 3 qui déparaîtras de leu-mômes.

Substituent dans la 2º équation (1), on a, pour la premiere,

$$e^{\lambda} y = P\left(\frac{c \cdot x^{\xi}}{4} - \frac{x^{3}}{6}\right)$$

et l'on trouve que, pan les mêmes substitutions, la 2º équation donne, pour la seconde moités, une figure symétrique de celle de la gramière.

Vordomnée du milieu de la courbe ou la fléche de combure, est  $f = \frac{P}{A} \frac{c^3}{\pi}$  (5)

letr-à-dire, le quart de celle qu'on a trouvée (95°62), quand les solide étais polé librement sur dons apquiss.

Orant cetti by metatio, inc. he proteim due prote 12 ha canabase, et las plat grandie aux dissa actionnisté et au mallans due beliebe, qui land à ter ranger, en mones temps à cet bair painteir; par, contiguent l'équations de l'équalibre, de reletionnee à la napture.

Cinto le pardé taggardé par le teleide encultré à va l'aux autematiles, até double de celui que ca teleide tayporté (95°62), lartqu'il est timplement approyé.

Solito trappet pur tini surpri surpt grad rambie trapinti trappii.

N.

69. On but que h une ligne inflache, chargée de parte trapques des plut de cheux, greetly let pretéries que les points d'appei, pueuret expansie, tent indelimitated mais subset de lamétes des gradies par des principal de les léclique; il n'on sit par des nommes belque les ligne et clatique; alest l'indélismenation voire tent àfait. Tons nous proprisente une det plut himplet quotièmes de ce conne.

Un belade juch havignetalement han twist greents at appais, you represent an unifers A at suce extremited M.M. do be too language, or hipporter dat just P.P. dans to the malines N.M. do be dury morbid of traff in determines the gratient gave let appaid to fifteen a determines the gratient gave let appaid together of the source of the so

la figure que le solide affecte. Désignons par c la demi-longueur  $\Lambda M$  ou  $\Lambda M'$ ; par  $\rho$ , q, q' les résistances des appuis  $\Lambda$ , M of pur  $\omega$  l'angle que fait avec l'axe  $\Lambda X$ , la tangente à la courbe au point  $\Lambda$ .

L'équilibre absolu ou de situation (16:39) eauje 1º que la somme des forces tant actives que patrivels de réduite à zéro; z° que la somme des moments de ces forces par rapport à un point quelconque, savoir: le point  $\Lambda$ , soit ruille; ce qui donne P+P'=p+q+q'; P-P'=2(q-q').....(1)

Bregardant ensuite le solute comme encastre en A, on formera aisonemb les équations distincles des parties A.N.N.M., et quant à celle-ci, on déterminera les constantes d'integration, par la condition que les valeurs de  $\frac{dy}{dx}$  et y, relatives à  $x=\frac{q}{2}$  soient égales pour les deux parties.

Or cet équations, on déduira celles des parties AN', N'M', par la substitution de P'aP, de q'aq et le changement du tique de tang w, et à l'on pote simultanément y=0, x=c, dans les équations finies des parties NM, N'M, on aura, entre les quantités tang w, q et q', deux équations qui, avec les deux précédentes, déterminerons ces trois quantités et la quatrième p, lesquelles, excepté la première, seront indépendantes de à on de la flexibilité du solide.

Cett-au point 1 que la combure sera la plut grande ou que le solide tendra à se rompre ; de là l'équation de l'équilibre de rélitance à la repture.

En faibant P'=P, on retombera bur les rébultats du 46°66.

69. Let farmulet qui viennent d'être expolét terviront à déterminer la rélitaire qu'oppoient à la flexion on à la rupture, les cops herizontaux, ayungét ou encastrés par leurs extrémités et tollicités par des forces prograndiculaires à leur longueur.

Pour appliquer ces formules à un telide proposé, il faudra y sublituer à la place de à ou de se, les expressions du moment d'élastité et du moment de suptare, convenables à la figure de la tection teuntressale du telide. On attribuera ensuite aux constantes A et B, c'est - à-dire, aux conficients d'élastitée et de suptare, qui entient dans ces expressions, les valeurs proposes à la nature du telide et qui doivent être déterminées par l'éa-petrience. On appréciera ainsi, soit le degré de fleaion sons une charge donnée, soit la charge qui pourrait causer la rupture.

Mage Set formules obtenued

190 la Vitermination) Iss coefficientes Vilasticité et de técacité ; formulals .

70. Les expériences les plus propres à la détermination des coefficients A et B, contistent à placer horizontalement un solide prismatique sur deux appuis, à le chargee au milieu par des poids de plus en plus grands et à observer ou la fleihe de courbire produite par chaque poids ou seulement le poids et la fleiher de courbure, sont lesquels la rupture et pret de s'opères.

Torque la section transversale sera un rectangle, d'une largeur a of d'une hauteur b, on aura (96.50) d= A abo, B= B ab; puis par la théorie de la résistance, et abstruction faite du poids du solide,  $\hat{\mathbf{f}} = 2P\frac{(1c)^3}{48\delta}$ ,  $\beta = cP(1 + \frac{3\hat{\mathbf{f}}^2}{2c^2})$ ; d'où résulte, quant à la flexion,  $A = 2P\frac{(3c)^3}{48\delta}$  (1)

lu egas non à la courbure ... florion. non au pous à la courbure ... nupture et quant à la rupture,

 $B = 2P \frac{3c}{a b^2} \left( \tau + \frac{3f^2}{a c^2} \right) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (2)$ 20 stant l'intervalle del appuis et 2 P le poids posé sur le milieu de

longueur du solide. Si l'on veut avoir égard au poids 277 du solide, il faut, suivant  $\alpha$  qu'on a vu (96.64), ajoutor  $\frac{5}{8}$ .  $2\pi$  à 2P dans la formule (1) et employer l'expression (11) de B, donnée dans le 96° cité, on aura) ainti, pour la floriors.

(in cyard) non à la combure... fluien...  $A = \left(2P + \frac{5}{8} \cdot 2\Pi\right) \frac{(2C)^{\frac{3}{2}}}{4ab^{\frac{3}{2}}f}$  of pour la suptime, possible (à la combure... suptime...  $\tan g \omega = \frac{3P + 2\Pi}{3P + 5\Pi} \frac{4f}{c}, B = \frac{(2P + 2\Pi)(c + f \tan g \omega) - c\Pi}{\frac{1}{2}ab^{\frac{3}{2}}}$ 

huand let solidet annont peu de longueur ou ne prendront qu'une petite flishe de courbors à l'instant de la rupture, on pour ra nigliger dans l'expression (2) de B et dans celle qui provient de l'élimination de tang (e), outre les formules (4), le terme du secons ordre  $\frac{f^2}{c^2}$ , introduit par la contidération de cette courbare, ce qui revient à faire tang w = 0 dans l'expression (4) de B. On auras donc, belon qu'on fera ou non abstraction du poids du solide, pour la supture

a part (et le poids. courbure) ou non le poids ,

Clink qu'on le trouverait directement (96 . 61 et 64).

Résultaté in principales capérienceso sur la résistance des corps presses s biansvorbalement; 1°, à la florion.

71. Hours rapporterons d'abord les résultats des carcineres concernant la florion, qui doivent servir à déterminer les valeurs du coefficient A, relativement à divert corpt. Pour obtenir cet valeurs avec precition, it faut que la flexion ait de f et potite; car dets que l'extention ou la comprettion det fibres, approches du terme

la figure que la violete affate . Crésquons par e la demi-lungueu AM maAM's par p, q, q' la résiliences des sygues A, M, A' et par ragle que fait avec l'ane Ax, la tangente à la courbe au print A.

L'équilibre abrids on de béautien (96°39) cuige 1° que la érame de forse taint active que patricle se édiciel à clai, s' que la émone de summent de sel forse par rappar à un point guleurque, pavis de point d, été realle; ce qui densee

P+P'=p+q+q'; P-P'=z(q-q')....(t)

Sugardant valuits le belieu comme auentie en  $A_i$  on formace automat let équations districté det partie  $A_i$   $A_i$ ,  $A_i$   $A_i$ 

C'etr- au point A que la combure sera, la plut grande ou que le beliebe sondra à le rempre; de là l'équation de l'équalibre de rélitance à la rupture.

En faciont P=3, on retembrac du la ebiblist du Nobbi.

sig. Let fermuler qui oriennet d'être capelest écricant à détar.

miner les rélitaines qu'oppoient à les fleavou an à la repetitor,

be compl horizontines, augungée ou orientatel pas land entermisté

et ellittil jan tal facet jungmalialaines à law longueurs. Tour appliques est formalés à un élabet projecté, il fandra; y babilities à la place de à ou de fi, let appetierés de un memorité d'élabilité à du memorit de supéres, comerciales à la forse; et la étailem travalechée du delde. On attribues, conseils ausque contracté A et B, c'ét-à-dair, aux, cofficient d'élabilités en appet au la comme de la comme de la président d'élabilités en papet de supéres de la comme de la président, de relaceur proposa de matieur du delde et qui dessuré ties désarrels par le paraence. On appelières aunti, foit la degré de fleavem écud seus change deursée, det lu charge, qui pourait insiée: la complexe.

Wage Ich formules obtenned

190 la Vetermination Ios coefficientes Vilastricte et de técacite ; formulals.

70. Les expériences les plut propres à la détermination des coefficients A et B, conhistent à placer horizontalement un solide prismatique sur deux appuis, à le charger au milieu par des poids de plus en plus grands et à observer ou la flèche de courbire produite par chaque poids ou sculement le poids et la flèches de combure, sont lesquels la rupture de pres de s'opères.

Gorsque la section transversale sora un rectangle d'une largeur a of d'une hauteur b, on aura (96.50)  $d = A = \frac{ab}{42}$ ,  $\beta = B = \frac{ab}{6}$ ; puis par la théorie de la résistance, et abstruction faite du poids du so-

lide,  $\hat{\mathbf{f}} = 2P\frac{(2c)^3}{48\hbar}$ ,  $\beta = cP(1 + \frac{3\hat{\mathbf{f}}^2}{2c})$ ; d'où civille, quant à la flexion,  $A = 2P\frac{(sc)^3}{5\hbar}$ . lu igan non au poùt ( à la courbure . . et quant à la rupture,

 $B = 2P \frac{3c}{a b^2} \left( 1 + \frac{3f^2}{a c^2} \right) \dots (2)$ 20 ctant l'intervalle del appuil et 2P le poids posé sur le milieu de

longueur du solide.

Si l'on veut avoir égard au poids 277 du volide, il faut, suivant ee qu'on a vu (16.64), ajoutor  $\frac{5}{8}$ . 2TT à 2P dans la formule (1) et employer l'aprettion (11) de B, donnée dans le 96° cités, on aura) ainti, pour la flexiore.

 $A = (2P + \frac{5}{8} \cdot 2\pi) \frac{(2c)^8}{4ab^3f}$  $(2P+2\pi)(c+ftang\omega)=c\pi$   $\frac{1}{3}ab^4$ 

> Quand les solides anvont peu de longueur ou ne prendront qu'une petite fleine de wurbure à l'instant de la rupture, on pour ra negliger dant l'expression (2) de B et dans celle qui provient de l'élimination de tang (e), outre les formules (4), le terme du second ordre £2, introduit par la contidération de cette courbane, ce qui revient à faire tang w = 0 dans l'expression (4) de B. On anna donc, telon qu'on fera ou non abstraction du poids du solide, pour la supture

a part (et le poids . courbure ou non le poids

ainte qu'on le trouverait directement (96 d 61 et 64).

Résultato ses principales empériencese sur la résistance des corps presiées o bionévocalement; 1° à la florion.

71. Hours rapporterons d'abord les résultats des expériences concernant la florion, qui doivent servir à déterminer les valeurs du coefficient A, relativement à divert corpt. Pour obtenir cet valeurs avec précition, il faut que la flexion ait de frt potite; car des que l'extention ou la comprettion des fibres, approche du terme

de la regitive, la rélétance de ul fibre part cibre d'être martenant propriétamelle à lair allmogeneux ou ban assourciblement, imme or l'a toppobl (5 ur y et 1); ce qu'on engreme en dédarct que l'elabetet de déléses.

B.:/.

72. Philadhitt des agressements de Ourhached (Canademie des beinnes) optib), orniverment la flexieur de paied de Chine, publid berigeratalment tros draw agresse de Sungapid au milieur de la longueur. La deltance del agresse de 35° et la charge, 759° 4

0/5							
See Breech	Sie	Hend edo edo	Com	iche de base			
10	9		3,	1			
10	##	4	2	4			
12.	13		1	1			

En imployant be formele (5) du No 70, on conclut de cet capérrancel, que la valeux moyanne du coefficient 1, pour le boit de choux cts

A = 1 012 000 000 kg. . . . . . . . (\*)

la meior et la indeparamentement del milida de languames et de paíde. Il en civillo qui una prices de chicus, juguatemet une timbionis la desperamente la languate de la de la colonge confilmèter canal, l'allangua de similiar de la compania de la compania fait pasa elle (h. Despein, command de l'alla l'apprima, que aprima de la compania del compania de la compania del la compania del la compania del la compania de la compania del la

Boiro soumis à l'experience	Siene Tiene	haute or Dels Tuess	Charge	Flicker
Chêne de démolition, 25 ans de coupe	0,03	0,03	de, .	-iti.
Cyprèl, un an de couge	0,03	0,03	4, .	0,0072
hêtre, un an de coupe	0,03	0,03	4, .	0,0089
Tapun de démolition, 25 ans de coupe	0,03	0,02	1,.	0,016
	0,02	0,03	£, .	0,0072
	0,02	0,01	0,5	0,047
	0,01		0,5	0,0112
	0,03		1, .	0,0801
	0,01	0,03		0,007
		0,02		0,0305
	0,02	0,05	10, .	0,005

La première expérience sur le bois de chêne donne pour le coefficient A, la valeur

 $A = r688 \cos \cos^{4}f \dots (2)$ 

Let expériences sur le bois de sapin donnent moyonnament,

An e etg coo ou V.

Nebellett me yout det explaiement foutet dan det gewood de boek.
de Chines de begins, pan W. Doondalet (Come le, page 514).
Vegnaanthages deett de 4"

Boile sumide s l'aminus	Dativalle Date appoint	سیاس سیاست	Slisher Der Combuser
Cline	42	lines 100	47. 5
Sagrin	42	100	", .

Il buit do cel experiences que la valeur moyenne du coefficient A para le chône et pour le tapin, et ouvreur

A = 1 300 000 000 7 . . . . . . . . . . . . (4)

See forgis.

73. Es tablame 'oniment' no formal d'ajent de agrémance faitee pac de Bulcane (étai therique le ) lan del piese de far forge, poèce devignalement e chargiel un milion. Interiologie aux amend par le calcul à la charge contende de ce 4.

Piéces rounites à l'empérisace		Sagar Since	Since	Slicke Se Construe.
For du Prigord . La bection transfoortale ett un	meltine	millimetral	millionet.	millimit
tuangle équilatiral, de 0, 038 do ette	3,			. 7,6
(la fliche de la mine on potant la pièce sur une				
face ou une axête)	1	ŀ		
For du Pringerd	1,	61,	5,5.	12.57
Mime piers	0,5	61,	5,5	1,71
For d'angletine, tel qu'il tost des grottes forget	3,035	34,	8,56	136
	3,075	8,56	34,	13,5
For du Brigard		30,	11,	24,
Mime pièce	+,	30,	71,	3,
For du Perigord, done (detine pour det fort de chovang	2,	70,	11,2	9,5
For du Perigard	1,	68,	11,.	1,5
id(tel gu'on l'as trimol dand la forge)	2,	45,	72,.	12,.
In du Prizond	2,	40,	11,5	21,
Même piece		40,	11,5	2,5.
Mine pièce	2,	11,5	40,.	2,67

Too de Pringord (tel qu'on l'a trouve dans la forge) _	3,	177,	14,	+4,
For d'Angleterre, marque B (tel qu'on l'a trouvé dans la	-	1		1
forge)	1,5.	67,8.	14,7.	2,
In de Grigord	3,	25,	13,	37,
Mime piece	. 3,	15,	25,	14,
For du Périgord	. 1,	58,	16,3.	0,57
is	. 3,	39,	19,6	10,8.
même pièce	3,	19,6.	39,	2,8
For du Porigond	2, :	60,	20,	2,
	3,	60,	20,	6,6.
Mome pieces	.3,	20,	60,	0,75
For du Porigord	5,	120 ,	20,	15,
For del Gandelo	2,	120,	21,	1,
For du Polizord	3,	39,	24,5.	6,
Mime piece	3,	24,5	39,	2,33
Too du Sougord (tel qu'on l'a trouvé dans la forge)_	3,	67,	26,	2, 3.
For du Grigord	5,	108	30,	4,75
Mime piece	5,	30	108,	0,4.
For du Géngord	2,92	31,	51,	3,
La même piece polée bur une arête				5,35
		biomics,	william	1
For roud de l'Eteriege, (tel qu'il sort des grosses forges) -	3,69	21,	49	48,25
	2,99	21,		27,5
Ter rond, anglaid is	2,935	25,		18,
For roud de l'arriges is	2,92.	26,		10,
For roud de Bilbar, trèt-down	2,92.	31,		5,
	., )~.	,	-	-,

Il résulte généralement de ces cogérionces (page 54 de l'ouvrage cité) que la valeux mayonne du coefficient 1, qui convient au fer forgé ch

La avec cette denvice on calcule par la formule (3) des 96°,70, let fleches de conshure; let plut grandet deflicences entre le calcul et l'espécience ne départent par 4 m plut on on maint.

On conclut du rébellat général (1) qu'une pièce de fai forgé, topportant une tenkene de 1º tou chaque millimètee careb de la tection transverlale tallonge de 2000.

. . )

14. Présultats moyens dos expériences du même Autius, sur des prices d'acies, pobés horizontalement et chargées au milieu.

Let flechet de courbure régondent, comme dant le tableau précédent, is une charge de 10 hilogrammet.

Prieces Amunibes à l'exercience.	Sus Oppoids	Sale Bale	Selo Tieres	Sticke 20 Combuse
Oliver fondu d'Angleterre, marqué huntoman_	0,98	13,3	5,9	32,05
Même pièce	0,98	5,9	13,3	8,4
Oleser de comentation, d'allemagne, marque	0,68	14,5	7,8	8,0
Forteman, pour des rasoies	0,68	7,8	14,5	2,1
Oliver de même espèce	1,845	25,7	21,6	2,8
Mine pièu	1, 845	21,6	25,7	2,6
Nine piece	1, 845	21,9	28,5	1,8
Auer de même objece	1, 35	54,8	25,5	0,55
Mome piece	- 1, 35	25,5	54,8	0, 27
Olive de même opère	1, 35	52,0	52,0	0,3

Solom, ast applicatusts, les résistances de l'acieu à les flavour abt maindas que calle les fois at la tabillat if finat maine de argularile. 95. Philiallat mayors des arguissancs factes para Mr. Loradors ( (Com. XV) page 518), fois de la basance des fois forches, podrit hangvatalement at changist au malaus. Evalet cel basanc art et d'agouverilege mont at changist au malaus. Evalet cel basanc art et d'agouverilege

Siecel soumited à l'orgénieuce	Intrinctles Sale Steppids	Change and milien	Flesher For combine
Fonte grebe	42	312	5 , 5
Fonte douces	42	3 + 2	4,6.
Fonte gribe	2,	450	1,0
Forte douce	21	450	0,875

In valeur moyunne du coefficient 13, cébultante deb engérienceses sur la fonte grése, est

Républicé des grimagales expériences our la cétitémes des creps charges transverses lement : 2° à la regéries .... Boils :

Few fordu.

76. Expelore maintenant de rekultat de expériences qui conservament la rupture des caps prellet paquenticulaisement à leur longreuse et sur mayon desquelles ou puit distrumènce let valeurs du coefficient B.

Le tallane luivant yestente let eteletit mogené del eguirend de l'offen (betière natualle, partie equirimentale, 10 Memorie) sur le boil de deine navallement abatta. L'intérnelle del agqueil gue moi avant déligué dans la liberie, par 80 était moindre de 4 que let longuesse del piècle.

		-		Flide
Emmile	Sangueur/	Sian	Charge an willow)	a Cintant
Sie	Su. Sint	Fine	ani a trees	John mysine
		4.	4-0-7	
4	7	58	5312	4 %
-	8	66	4550	4 2
		74	4025	5 2
	9	85	36+2	6 2
	12	99	2987	7 0
		27	- / /	
5	7 8	92	11525	2 6
		101	9787	2 9
	9	116	3308	3 3
	10	130	7125	3 10
	12	155	6075	5 8
	14	177	5300	8 1
	16	207	45 50	8 1
	18	252	3700	8 1
	20	261	5225	9 5
	2.2	281	2975	11 3
	2.4	309	2/62	12 3
	28	362	1775	10 0
		+17	18950	
	7 8	148	15525	2 5
		165	13150	2 8
	9	187	11250	3 3
	12	223	9100	4 1
	14	255	7475	4 4
	16	293	6362	5 8
	18	553	556z	7 11
	20	376	4950	9 2
		3/6	.,900	, -
7	8	203	26050	£ 8
ı ′	9	226	22350	3 0
	10	253	19475	2 10
	12	302	16175	3 £
	14	351	13225	3 11
	+6	405	11000	5 0
	+ 8	452	9245	5 8
	20	503	83 75	8 z
8	10	231	27750	2 3
	+2	396	23450	3 0
	14	460	19775	3 6
	16	526	16375	4 6
	18	594	13200	4 3
	20	662	11487	6 5
			7	

En adealant la valour de 8 par la formule (b) du 16º 70, au mayon det donnéel de l'expérience tra une préce de 6º d'équarethage et de ret de longueux, on tourn

B=5 862 000 19 ....(1).

Est valeusé de 18 sibuliaret: des tentes est enjuériences na préhintant que det différence qui paramet des attribuées à la directif. de grachés de bots, en avec accessé des désearchants. Il n'enleus et pas de memos, à l'en néglografi la poidé det priès de la condidération de la combines.

Engineereed de Beledor (tuence det Engineeurs, page 318) tras det barreaux de brit de Chône .

Langear Dies Pièceto	Epaiteur	Delame Dels appoints	change an makan, an sompt	Observations.
, ,	, p.m.e.	18***	406	Non encatric ana outrimited
1	1	18	608	Encastrice aux down extremules
2	7	18	805	Non maktie
7	t	18	1580	.a, .
1	#	36	187	iÅ
7	1	36	253	i.S.
2	2	36	1585	
20 legnes	28 ligneb	36	1660	isk

Expériences faites par Mot Nendalet (Come to, page 7s et 5sts), sur de barreaux en bret de chêne et de sapin.

Sullinten Sets Shrists	Sient Tient	Epubour Deb Bilate	Sutcerable Dels supprises	Change 	Sleiter i l'assaut is la rapina
chine	2	2/	24	23.4	- Copman
	2	. 2	18	3105	-
	2	5	2.4	5 , 23	
	3	2	2.4	3475	
	1	,	42	312	22
	7	1	21	585	7
Sapur	1	1	42	281	22

37. Vilallett mayeret det engenement futet am linetet nac stammel, (Adanteshimic d'hablemfutet, teme 1, page 167). Vest bassanane ant.) 67 abst. degeneseblages. Ill dest encellet à me arteinatet. Sa paid qui causte la raptaire a une bad de laine des 27,44

Fonte mise en expérience.	Charge qui tomp
Forte blanche du voulet, 1 fe felien	586
Tonte zrike du creutet, 1º fabion. Prébultat mayon donné par del fontes gribel de divert pays,	- 895
Toute grik du creubet, 2 fution	- 873

La formule (6) du 96 70, c'ett-à-dex.,  $B = (2P + TT) \frac{3e}{ab};$ 

appliquée au résultat moyen des enjoinement sur les fontes grises, donnéera B=22 bréo 000  $^{47}$  . . . . . (1)

Mari este valeur ets un gen incertaine, parce que let againments ne font par counaîtres avec précision la longueur du brus de lavier et parce qu'en néglige l'iffet de la courbur de la pièce.

Minitati del diverbel carperiences facted à l'Évole del Porté et Chausticés, et rappuratés par Mr. Paulhey (Craité de la contéruction del Porte, tonce 2, page, 15a).

Equanitage Balo Bucch	Substantile Balo Opposid	charge on milion, qui sompt	Nombu proportional A la sibiliana
mid. 0,0271	0,122	3,45	19,3
0,0271	0,244	9178	14,1
0,0541	0,353	13006	12,8
0,0541	0,487	7250	22, 2

Let nombret de la decruire whome, multipliét par 1 500 000 donneront let valeuré du cerfériont B, dont la moyenne est-

B=18 vec oor <sup>4</sup>7.....(e) Expérienced factet pau Mo. Aendelet (terme IV, gage 5/b). Id barrecum out v. d'épaarrikages.

Sonte mise en expérience	Distance Delo Experido	charge an milion, qui rompt	Charge moyenne	Flèche à l'instant de la rupture
Fonte gribe	42	450 in.	450	6,25
Fonte douce	42	650		15,75
		350	656	4,25
id	••	561		10,5
Fonte guse	21	1050	795	2,
Forte douce	2 1	1650	1461	5,25
Ki		1272		2,

La valeur du coefficient B, déduite du rébellat moyen des capérionces sur la fonte grék, ch

et sur la fonte donce

$$B = 29 420 000 \% \dots (4)$$

On pout jugor par es rébultats que la rébitance du foi fondu à la rupture est environ quatre fois jelus grande que celle du bois de chône.

Il n'existe pas d'expériences concluantes sur la résistance du for forgé à la rupture causée par un effort dirigé perpendiculairement à la longueux des piècels.

On trouve Lans le Tournal de Phylique, année 1994, quelquel expériences de M. Faulhey, sur la résistance de la priere et de la brique à la rupture produite par un effect qui l'acree peopendiculairement à la longueur des solides, et dans les rechorches de M. Pirat, sur les chaup de contraction, de semblables cajorionies concernant divurbs opèces de mortier.

Les Annales de Physique et de Chimie (Eome IX, Septembre, 1818) effent auth les résultats d'un grand nombre d'apérionces faites en Angletine, par M. I. Rennie, sur les différents jeures de résistance des corps de diverses natures.

78. La théorie de la rébitance det volidet à la rupture boub un effort dirigé transverbalement, et fondée (96. 17 et 18) sur l'hypothèle que les rébitances des fibres, à l'instant de la rupture, sont encore proportionnelles aux extensions ou contractions de cet fibres, et égales pour des extensions et contractions égales.

Remarques sur la théorie de la Résistance à la rupture. Abril la protition de l'acce d'élatérité, suivant lequel le plan de la section coupe la surface explindrique des fibres de longueur invariable, ets déterminée par les formules (a) of (b) du 16:42; en tote que cet acc répond au milieu de la hauteur de la section, quand il en partage la figure en deux parties symétriques, comme dans la rectangle et le cerele.

Si elle hypothèse l'accordait exactement aux les phénomènes recls, les valeuns du coefficient B, trouvés dans les deux 96." précédents, ne differencient point des résultats obtenus par lesc expériences directes sur la rusture des corps, produite par cotention ou pax éxasement. La difference, lorsqu'il on caiste une doit du attribuée à ce que les fitres des corps n'oppotant pas, dans le moment de la rupture, à l'actention et à la comprettion, dels résistances égales, l'axe d'élablicité change de potétion, et l'expression du moment de rupture ne saccorde pas avec le veritable état du solide.

Une expérience remarquable, imaginée par Duhamel, manifelte cette circontiance: elle contitée à trice transverbalement une pièce de boil, du côte de la face qui devient concave dant la floaion et à remplie le trait de trie par une cale de matière duce. La force de la pièce augmente un peu, quand le trait de seie penetre judqu'à 3 de l'épaitheux; elle est la nêmes, quand il pénetre judqu'à 4 conviron et elle est un peu diminuée quand il pénetre judqu'à 4.

Livi qu'il en toit, let principaux rélultaté de la théorie subtiblent pleinement; c'est-à-dire, que let rélitanced det babet rectangulairet sont proportionnelles à la largeur et au carré de l'égaiteur et que let résistances des babet de figures semblables le sont au cube des dimensions homologues. Mais pour des babet de figures diverses, let rapports des résistances seraient changés. Ou reste, on n'a pus à calculer, dans les applications, les résistances respectives des corps condidérés à l'état voition de la rugture; on les considères plutôt à un état de flacion légres, qui n'a point allère leur élasticité et alors les résistances services conviennent tentiblement à la manière dont la résistance l'accree.

## De la résistance des Solides posés verticalement ex charges sur l'extremité supérieure.

2º las de la detetance des tolidre à la flexion et à la rupture qui en previent; bolide polé vorticalement et changé sur l'estremité supérieure.

79. Easyw'un solide d'une cataine longueur relativoment aux dimentions de la section transverbale et preté suivant son axe, on observe qu'il fléchit avant de rompre, si la prethon est suffisante. Pour exprimer en ce cas, lis conditions de l'équilibre de résistance à la flexion et à la rupture qui en provient, nous ferons Y=0,Y'=0 et, pourvu que la flexion soit petite,  $\frac{dY}{dx}=0$ , dans les équations générales (B) et (B) qui se reduiront à

 $a\frac{d^{2}y}{dx^{2}}=xy....(f), \beta=xy....(g).$ 

Contrideront un solide appuyé par l'extremité inférieure A sur un plan horizontal inébranlable, et chargé d'un poids. 2 sur l'extremité supérieure M, laquelle se trouve avec l'autre dans la même verticale AM: nous aurons X=-Q, et parce que les signes de y et de l'appression du rayon de courbure dovunt être changés

 $-\lambda \frac{dy}{dx^2} = \varrho y$ ,  $\beta = \varrho y$ .

Moultipliant la première de cet équations par 2 dy et intégrant, on trouve d'aboid - à  $\frac{dy}{dx} = Qy^1 + C$ . Soit f la valeur de y, qui répond à  $\frac{dy}{dx} = 0$ , c'est-à-dire, les plus grande ordonnée de la courbe, ou la fliche de courbure; il viendra  $\frac{dy}{\sqrt{f}-J} = dx\sqrt{\frac{2}{\sigma}}$ ; intégrant de nouveau et observant que x = 0, y = 0 simultanément, on obtient l'équation

 $y = f \sin x \sqrt{\frac{Q}{a}}$ .

Delignons pare c be distance NM of par K un nombre entire queliangue; comme on dost avoir y=0 pour x=c, if faudra, n is new past nul, que la relation  $c\sqrt{\frac{Q}{a}}=K^{n}r$ , soit satisfaite; d où  $Q=K^{n}r^{n}\frac{1}{a^{n}}$ .....(1), y=f sin  $Kr^{n}\frac{X}{a}$ .....(2)

Signelant 5 la longueux donnée de la courbe  $A \, \mathbf{m} \, \mathbf{M}$ , cherchons l'expression  $\mathbf{f}$  en fonction de 8 et des autres données; nous auronso  $s = \int d\mathbf{x} \sqrt{1 + \frac{d\mathbf{y}^2}{d\mathbf{x}^2}} = \int d\mathbf{x} \left(1 + \frac{a}{2} \, \frac{d\mathbf{y}^2}{d\mathbf{x}^2} - \mathbf{b}_0^{\infty}\right)$ ; or, l'équation (2) donnée

 $\frac{dy}{dx} = K\pi \frac{f}{c} \text{ cos. } K\pi \frac{x}{c}, \text{ ou} \frac{dy}{dx} = K\pi \frac{f}{2c^2} \left[ 1 + \omega. 2 \frac{K}{c} \right]; \text{ dence}$ 

on négligeant les puissances de  $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ , supérieures à la seconde, intégrant depuis x=0 judgu'à x=c ot remarquant que son  $2K\pi=0$ , quel que soit le nombre entier K, on aura cotte seconde relation  $s=c\lceil 1+\left(K\pi,\frac{2}{2}c^{5}\right),\ldots,(3)$ 



 $\int_{f_{i}} f_{i} f_{i} f_{j} = \lim_{t \to \infty} \frac{y}{f_{i}}$   $f_{i} f_{i} f_{j} = \lim_{t \to \infty} \frac{y}{f_{i}}$   $f_{i} f_{i} = \lim_{t \to \infty} \frac{y}{f_{i}}$ 

6, 2 = 1 . 2 ×

.

de laquelle, en négligeant la quatrieme puiblance de  $\frac{g}{2c}$ , on tire  $\frac{g^2}{c^2} = 1 + \mathcal{H}^2 \mathcal{H}^2 \frac{g^2}{2c^2}$ ; d'où  $\frac{g}{2c} = \frac{2s^4}{\mathcal{H}^2 \mathcal{H}^2} \left(1 - \frac{c^2}{S^4}\right) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (4)$ 

= K = X ou, en substituant pour c'é sa valeur tière de la relation (1),

$$\mathbf{f} = \frac{2 s^2}{\mathcal{K}^2 \pi^4} \left( 1 - \frac{\lambda \mathcal{K}^2 \pi^2}{Q s^2} \right) \dots (5).$$

Or, 1.º la moinare valeur dont K soit heterptible et l'unité; ainti, tant qu'en aura  $Q < \frac{ch^{-n}}{8}$ , la valeur de  $\pm$  seux imaginaine, c'est-à-diae que le solide ne pourra être maintenu eurbé et reviendra à la forme rectilique. On est donc conduit à cette conbéquence singulière que la force ou le poids Q doit surpastee la quantité  $\frac{ch^{-n}}{8}$  pour que le corps, considéré physiquement, puitse subne une flexime aussi petite qu'en voudra.

Similer Deto goods qu'un toliver vocaical " peut supporter tans flèchies.

80. Celle quantité

qui conteine la limite des poids qu'un corps peut supporter sans flishir et en raison diacto du moment d'élathicilé et invade du carré de la longueur; loi remarquable qui s'accorde parfailement avec l'observation (\*)

Ananch le poid Q excèdera un peu la limite dont d'éagit, le corps pourra être maintenu courbe'; on aura  $Q > \frac{h^{m^2}}{8}$ ;  $1 > d \cdot \frac{m^2}{26}$ ;  $1 - d \cdot \frac{m^2}{26} = \delta$ ,  $\delta$  d'ant une quantité réelle  $\delta$  tièlpetite; on tatisfait à l'équation (5) par les valeurs timultances, K = 1,  $f = \frac{8V_2}{27} \delta \dots (6)$ 

et l'équation (2) de la courbe devient

$$y = \frac{s\sqrt{2}}{nr} \int \sin \frac{\pi}{c} x \dots (7)$$

Ot meture que Q et par conséquent d'erottront, la flexion du corps augmentira; en sorte que la véxitable rourse différera de plus en plus de celle qu'exprime l'équation (7) qui n'est qu'approchée et qui suppose la flexion très-petité.

2° O'et que Q tera devenu un pour plut grand que la quantité  $+\frac{\pi T^2}{5}$ , ou qu'on aura  $1-4\frac{\pi T^2}{2}=5$ , d'élant une quantité réelle et trèt-petite; on totilfera encore à l'équation (5) on prenant simultanémens,

$$K=2$$
,  $f=\frac{S\sqrt{2}}{2\pi r}$   $\int_{-\infty}^{1} \dots (8)$ 

9 4 5°

<sup>(4)</sup> Si l'on multiplie membre à membre, l'equetion (1) en f (76.61) et l'équation  $Q = \frac{d \pi T^2}{4 c}$ , dans laquelle S et remplacé par la distince AM = 2c; on trong  $Q = \frac{\pi T^4}{4c} \frac{2F}{4c} = 0$ , 41.  $\frac{2F}{f} c$ . Ainsi la limite Q son d'omée au noyan du rapport containt  $\frac{2F}{f}$ , que tothent bien plus facilement par l'applicace.

ce qui suppose autri la valeur de & tres-petite, et par la substitation dons (2), il viendra

 $y = \frac{S\sqrt{2}}{2\pi} \delta' \sin \frac{2\pi r}{c} \times \cdots (9)$ 

pour l'équation de la courbe.

Le valeur de y l'evanouit quand  $x = \frac{1}{2}c$ , aint la cour be path par le milieu de AM et a la forme indiquée dans la figure 2.

En général, lorique Q surpations d'une petite quantité la limite  $K^{a}\frac{\Delta T^{a}}{S^{a}}$ , on satisfera à l'équation (5) par une valeur réelle et très-petite de  $\tilde{\Xi}$ ; on pourra supposer à la courbe une forme qui s'écarte peu de l'axe  $\Lambda M$ , qu'elle coupera en un nombre K-1 de points, non compris les deux  $\Lambda$  et M (4), comme dans les figures 3,4 & $^{a}$ .

Mail quand le poids Q excèdera la limite  $\frac{4\pi^2}{2}$ , la cousse prendra -t-elle effetivement ces nouvelles formes ou bien une autre qui suppose une flexion considérable et qui échappe à notre approximation? c'est ce qui ne peut être décidé que par la solution rigoureuse de la question. Conjouré et-il qu'un copé affecterait quelqu'une de ces formes, si le point C ou les points C,D & étaient maintenus dans la vusticale qui on contient les deux extremités et que la charge excedit un pou l'une des valeurs comprisés dans la formule H.  $\frac{1}{2}$   $\frac{4\pi^2}{2}$ .

In le bolides est behaveptibles de le rompre sous un poids qui suspasse pou la limite  $\frac{d^{-1}}{S^{-1}}$ , on sorte que  $\mathfrak L$  et  $\mathfrak d$  demeurent trêspetits; les équations (6) et (7) substituent judqu'au terme de la rupture; remplaçant donc  $\mathfrak P$ , dans l'équations  $\mathfrak B=\mathfrak Q\mathfrak P$ , par la valeur (6) de  $\mathfrak L$  et observant que  $\mathfrak S=\sqrt{1-\frac{d^{-1}}{2}}$ , on aura

 $\beta = \sqrt{2 \Delta Q \left( \frac{Q S^2}{\Delta T^{TL}} - 1 \right) \dots (10)}$ 

 $= \sqrt{\frac{235}{n^2}} \left( \frac{85 - 477}{65^2} \right) = \sqrt{\frac{26}{n^2}}$ 

Rébultati des principales captiemesse sur la résistance des rotides changes de bout \_ Bois.

81 Maintenant nous avons à rapporter les rébultats des principales rapériences sur la résistance des solides chargés vorticalemens.

Prévultato principany.) des enpériences de Mc. Grand (Craité, page 138, table I) sur des pièces de bois de Chône, polees verticalement et charges sur l'extrémité supérieure.

<sup>(\*)</sup> Yoya. Mimove de Sagrauge, Midellonea Cawinewsia, 1770... 1773, ct-Mécanique de M. Goldow, tomer, page 212.

		,	,		
Longueur	Largen	Epaittens	Gremiere	Charge	Charge
Simle	Buch	Buch	fleche de com.	gui a coule	la ruptura.
					as arquitable
2,6	0, 158	0,128	0,0068	17321	Kg.
2,6	0,162	0,106	0,0056	11994	42514
2,6	0,158	0,10%		11992	
2,6	0,133	0,099	0,0079	11993	
2,6	0,131	0,106	0,0068	11997	22931
2,27	0,156	0,181	0,0028	22939	
2,27	0,158	0,129		17317	
2,27	0,156	0,104	0,0062	17320	33120
2,27	0, 158	0,102	0,0068	17322	28626
2,27	0,126	0,102	0,0079	11999	V
1,95	0,156	0,133	0,0879	17322	
1,95	0,158	0,102	0,0056	17321	
1,9.5	0,16	0,102	0,0045	11974	32997
1,95	0,133	0,106	0,0056	17295	
1,95	0,129	0,108	0,0056	11998	
2,27	0,158	0,708	0,0029	11999	
2,6	0,158	0, 135	0,0051	11999	37305
2,6	0,158	0,131	0,0045	11997	
2,6	0,187	0,158	0,0023	71998	
2,6	0,189	0,158	0,0023	11998	

Les juèces se courbont généralement sur les deux faceso: on a inscrit dans le tableau la plus grande des deux premières, flèches de courbure observés.

82. Petrultats moyens des expériences faites par Me Samandé (traité de Pauthy, tome 11, page 48) sur els pièces de Chênes de . Champagnes, alier seu, posées verticalement et chargées sur l'éxtrémilé suprineure.

Eablean.

Longueus Peds Bicads	Equanitage Dels Pricels	Bremière flèche de com bare Aberuée	Charge que a causé la 1 m flexion	Charge que a cousé la rupture
o , 649	o, 054	met. 0,0017	5369	8861
1,298	0,054	0,0037	2863	355g
1,298	0,081	0,0015	18129	23163 16465
0,649	0,081	0,0042	27211	40921
1,298	0,108	0,0015	21488	27629

83. Pébulatt moyens des expériences faites par Mo. Prondelet (Come IV, page 68), sur des pièces posses verticulement et chargees de bout. Es pièces avaient toutes 1 pouce d'équarritage.

Espèces de Boils	Longueur Bek Bieceko	charge qui a cousi la rupture
Chene	· pou.	6346 tiv.
	12	5310
	24	2911
	36	2163
Sagin	1	7490
7.	12	6355
	24	3429
	36	2575

L'auteur conclut de ces capériemes la règle suivante: prenantpour unité la force capable d'écrasor un cube, laquelle etc (96°.25) de 44th par ligne carrée de la seition transversale pour le chênce et 52th pour le sapin, la face capable de rompre une pièce dont la hauteur est 12 fois l'épaisseur, sera 5.

24. 2
36 3
48 7
60 3
72 3

Telon le même auteur, une pièce de boid, charge verticalement est integrible de plier des que la longueur surpatre 10 foil l'équariétage. 86. Experience failed a l'Eche del Godt d'Chaubbid (baile de Gaulhey, tome 11, page 126) bur del pueced ste for forgé, publid vostralement d'chargeet bur l'actrimité injérieure.

	Sugar. Sierel	Siecele Siecele	Epsithene Del Biecels	change qui a conta la suplive.
	o, 244	20,3	20,3	10426
1	0,325	20,5	20,8	8454
-	0,258	20,5	20,3	10216
1	0,325	18,5	13,5	3951

86. Expinional faitet par Mª Buleau (lébai, page 26) pur del précet de for forgé, prethét parablelement à leur longueur.

Sieces soumises à l'expérience:	Songueur Fiere	Eurgend Bus Bittels	Epartemor Belo Biens	charge and a counti la flexion
For du Perigord. La bection ob un triangle	med.	mellin.	mellon.	3
équilateral, de 0,038 de cité	3,02			860
	2,01	30	11, .	190
- in donce (dottine your les fort des Chonaux)	2,01	70	11,2	520
time piece, fece au melieu				1945
or der Férigord (let qu'on l'a trouvé dans la forge)	2,01	4-5	12, .	400
er du Verigad	£,01	40	11,5	260
time pice, fixe an melien				900
For du Gérigord ( tel qu'on l'a trouve dans la forge)	2,01	58	15,.	1000
_ iij	3,02	2.5	15 .	180
	3,00	39	19,6	780
	2,01	60	20, .	2400
	3,02	60	20, .	1200
	3,02	39	24,5	1320
- 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4	3,02	5+	31,.	2000
For word, de Pilbas, ayant 0,76318 de diamètre	3,02			1285

It résulte généralement la ces dernières expériences qu'en well culant les charges qui causent la flexion, pur la formule (C), du 96.80, dans laquelle on remplace à par  $1 = \frac{13}{22}$ , pour une pièce expéndrique, et A par 20 000 000 000 90 tout une det valeur moindres que celles qui résultent de l'expérience, dans le rapport de 7 à 8 environ (Chai, page 24). L'auteur attribuse cette différence en partie au frottement du levier au moyen duquel la pression est transmise. 87. On peut consulter sur ce sujet les expériences de Mô.

Few fonder.

Course qui peuvent faine différer les résultats de l'emphience de ceuxe de la Chévrie.

I stennie, rapported précédemment (96°27).

88. La théorie de la réditance des tolides prettés parallèlement à leur longueur, suppose ettentiellement la prettion Q, dirigée suivant l'axe même du solide, ou du moins dans le plan mené par cet ace, et perpendiculairement auguel la florion s'effectue. Dans la réalité le poids dont un solide ets chargé vertica-lement, se répartit ordinairement sur toute l'étendue de la section transversale; il faudrait donc, pour que l'expérience s'accordat exactement avec la théorie, que les solides futent terminés aux extrémités par une pointe ou par avec arêté. La recherche de la réditance, quand le poids ets réparti sur toute l'étendue de la réditance, quand le poids ets réparti sur toute l'étendeux de la seitien transversale, dépend de contidérations d'un autre ordre.

Dant la théorie, on a regardé le tent de la flexion du rolide comme déterminé et l'on a détigné par à la valeur ret pective du moment d'élatticité. Lortqu'un solide est chargé sur l'extremité supérieure, le sens de la flexion, en general, n'est pat determine : il est nature d'admettre que le solide fléchira du côte pour lequel la valeur du moment d'élatticité et la moindre pottible. Si la section transversale et carrée ou circulaire, cette valeur et la même pour tout let cotet et ti la tection de reclangulaire, la moindre valeur du moment d'élablicité répond à la flexion du côte de la plut petite dimention. Dans les expériences, les solides à base courée fléchittent indifféremment dans le sens de la diagonale ou des côtes; les solides à bate rectangulaire memes, à moint que les deux côtes ne soient très-differents, ne fleihiblent pas toujours exactement dans le tent du plut petit côté; la direction de la flexion étant le plut toavent déterminée par quelque défaut d'homogénéité du tolide, ou par la marière dont la prettion t'exerce aux extremites.

Cet remarquet explaquent punsquei let experiences commerci, no demant part trijenes pour le partie aparlle est faire flether, me totale à l'hier exestingulation, chargé ventra lament, le unique reclame qu'en obtainatent de les formale. (C), on toppateur le flesion disigné dans le leut les peterrales (C), on toppateur l'air ventales. Aliai de l'un grent de presentaire mounachées puns accordes de inconditiones de l'asperience avec les lagrathèles du lequalle de formalet ent fondes, dans ce formalet report venteur mantieur de visibilité du l'agrainance avec les lagrathèles du lequalle de formalet de visibilité du l'agrainance avec les lagrathèles de depublie de formalet de visibilité du l'agrainance.

## De la résistance des solides charges obliquement.

9.º Cab Be la tableme 9a telep 2 la floren pleter indick, matri è à L'extremité infrance a dangé ime pals à l'extrêmité dephieure



By bit we tilide AM enactive obliquement, pase ton entitionative enforcers A et charges along pass Q of two attentions trajectioners. A charges of two passed Q of two attentions the continues M. Otherwood pass E largely que former were les variables for decedence primitive AX du beliebe, of you C, E be coordinated AB; BM to E instruments M; bliquestion generals (B), C cande let  $\frac{C}{2}$   $\frac{C$ 

is  $\frac{\mathrm{d} y}{\mathrm{d} x} = (e-x) \varrho$  in  $e+(f-y) \varrho$  at  $e \ldots (h)$ , it a power abegan from fait  $\frac{\varrho \sin \varepsilon}{\mathrm{d}} = \rho^s, \frac{\varrho \cot \varepsilon}{\mathrm{d}} = q^s, e-x = u$ , f-y=x, also be reduced in

d'v+q'vdu'=-p'udu',

Equation du premier degre of du beend ordre, don't listegrale (Voyer Lecrosi), page big) at V=C in qu+C at  $qu-\frac{p}{qr}u$ , cit - a-dise,

f - y = E this  $q(x+F) - \frac{P^t}{q^t}(e-x)$ . (1)  $\mathcal{D}_{U_i}$  no doit same, as point  $A, x = 0, y = 0, \frac{dy}{dx} = 0$ ; of susprint

 $M, \mathbf{x} = e, \mathbf{y} = f$ ; d'ni  $\mathbf{f} = E$  den  $\mathbf{q} \mathbf{F} - \frac{\mathbf{p}'_e}{\mathbf{q}^e}$ ,  $o = \mathbf{q} \mathbf{F} \cdot \mathbf{q}^e \mathbf{p}^e + \frac{\mathbf{q}^e}{\mathbf{q}^e}$ ; o = E den  $\mathbf{q} \cdot (\mathbf{e} + \mathbf{F})$ ; sand, of view par law the  $\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} = \mathbf{q} \cdot \mathbf{r}$  den  $\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} = \mathbf{q} \cdot \mathbf{r}$  and  $\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} = \mathbf{r}$  and  $\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} = \mathbf{r}$ .

 $f = \frac{p^4}{q^3} \left( \cos q \cdot q \cdot e - q \cdot e \right) \dots (e), \quad y = \frac{p^4}{q^3} \left( \frac{\sin q \cdot e - \sin q \cdot (e - x)}{\cos q \cdot e} - q \cdot x \right) \dots (9)$ 

Towns be capped by that he value the tings by  $\left[\frac{\log q}{q}\alpha - 1\right]$ , but it measure for path of fundame you be support 25.25 drapaths this your beautiful. John here,  $g_{ij}$  by the tention of the support the following by the support of the suppor

wissistent put hamseng let nembed of the body officians la control adopte la premises du sel valuare, la locale officians la control reprébente, dans la figure. Let control relative d'un service values, assiste un nember se la plut or uplat grand de point l'inflacion, mais ne la produinaine qu'untere que let point l'inflacion, mais ne la produinaine qu'untere que let point le corespondant du belab, lonniné maintenut française d'un blat, le dessitius 28 de la final de la

Unique teid let paint de 2 on B lout liked, let paint 2 que le blide peut legouter, doivert donc talifquire à le condition que le quantité e V<sup>RME</sup> bût compaile voite e vite e l' 0, et que les valeur palabelante de 5 qui cogramean le déplacement du point M, ou voite de l'action du paid Q, but for patie.

De la résistance des Solides à la torsion et à la tupture qui en provient.

Equations gluientes de l'équitibre de résistance à la terreur et à la ruptine que su procent;



90. Contiderant un solide cylindrique a b encastre horizontalement par l'extremité a et maintenu à un certain degré de tortion, par une force P agitlant à l'autre extremité b, an moyen d'un levier 61. Soit e le point d'une section transvertale quelevaque uev, autore duquel la tortion tet naturellement opérés. Supposons que par l'effet de cette terbion, les rayons ex & 5d de la section quelconque e et de la section extreme b, qui tost deux répondent au rayon fixe ac de l'extremité encastrée, aient été amenés l'un en ex', l'autre en 5d': huwant let hypothèlet établiet (96°, 19) 1° let anglet de tortion vevidbd' bout proportionnell aux distancelo ae, ab; 2º la rélitance d'un élément m m' de la section e est on raison directe tant de la différence entre les angles de torpion de cette bection et d'une bection antérieure quelconque, que la distance de l'élement au pôle e et en raison inverte de la distance des deux sections. Orchignons par c, la longueur a b; par 0, l'are qui meture l'angle de tortion d'bd' dans le cerele don't le rayon et l'unité lineaire ; par a s' les wordennées rectangulaires des points de la section e; par V, la plus grande distance de ces points au pôle e, c'est-à-dire, la distance à ce pole, de la moliule la plut tordue, lortque le tolite est prète de se compre; pur L, le bras de levier Bl; par A', le poids conttant qui, pour chaque genre de cospt, meture la rétitaince! spécifique à la torbion et par B', la rélitance rapportée à l'u nité superficielle, qu'un élément de fibre oppose à sa rupture

quands bu tenhum ato pari da l'ajarce (re paul d'apportante la richtetine reggette à l'unité apportante ju un stanent que le conque de fotes, quadrant à de tenne, si en deflucionent par support à l'éliment vellement placé à la distance s'au l'apport à l'éliment vellement placé à la distance s'au l'apport à l'éliment problèment placé à la distance s'au l'apport de l'éliment partier de l'apport de l'apport

la mane folie, that of just anto a "l'unité lenémies".

Che pole, "a diam" l'ace, effect qu'un idemand A. des
le retiem 2001, par à le distinces 1 des pole de cett retiem,
a decet pas reggert à l'element antérieur, placé à les distances 1 des la mane folie, et "Im élant la poist supporte à
l'element inspection, aupsel équenant la réstitaire vé de set démut
à m, on a "= 12°; s'onne à l'element à m ôt à la dit
times Nitarit des joins de la leutem, se chétaires trapsimes pas
l'a Vet v'. Am; et le mement de cette abstrances valativement au joid e, pas 1° d'(u v') Am.

Integras, pare l'effet de la terban, l'illement à m, placé à la distince V du pile a, sea prié de le rampe. B'à m, sea la distince a du pile a, et à un placé, i che la sistemane de l'illement placé à la distince  $\sqrt{u^*v^*}$ , l'apprimens par  $\frac{u^*}{V}\sqrt{u^*v^*}$ , d'm, et la moment de estite révitance, par  $\frac{u^*}{V}\sqrt{u^*v^*}$ , d'm, et la moment de estite révitance, par  $\frac{u^*}{V}\sqrt{u^*v^*}$ , d'm, et la moment de estite révitance, par  $\frac{u^*}{V}\sqrt{u^*v^*}$ , d'm, et la moment de estite révitance, par  $\frac{u^*}{V}$ 

# (u\*+v\*) d.m.

Qunk, les equations de l'équilèbre de résistance à la terseon
st à la rayelure que en provincit sont respectivement

Des gide Helabilité or Ira momente, galants Helabilité or Ira naptines.

A le filiard) an a LP....(1) If (i'm') a m = LP....(2)gr. he quantité l'A fi (i'm') an prend, pour le art or
pour longue, copé individual sur valuer particulieur qui depart
pour longue, copé individual sur valuer particulieur qui depart
active des doit à de le polition du pour le dout le destinir
active d'uneme la rélitione à la tribun de, letter doit d'évilleurs égalet, proportionable à l'actique fi (u'm') a m, il
fin étit que le point de le éclien, autieur daguel le térieur
éliques naticuliument, et le clair pour le poul l'adopade deut l'hégit
ét une médiculiument, et, per le proposible de moment d'évalue,
le point chasché et présidement le contre de grante de les

éctation (Etgs).

Nell remonarces pile d'habitaité se paint autous duqued
le taition l'offictie et mouvait polonies d'élaticale et desupotane,
le values consepondantés de l'inégique (qu' ver) d'ere mallepiles, respectancement para l'et le . mouvait que muit apper,
tendernet, pour a duigne, para d'et l'ét, me cate que muit apper,
tendernet, pour a duigne, para d'et l'ét le crée que muit avanced.

 $d' = A' f(\mathbf{u}^t + \mathbf{v}^t) \, d\mathbf{m} \dots (\mathbf{i}), \quad \beta' = \frac{B}{V} f(\mathbf{u}^t + \mathbf{v}^t) \, d\mathbf{m} \dots (\mathbf{K})$ 

ce qui réduna les équations (1) et (2) à

 $\beta' \frac{\theta}{\alpha} = LP \dots (i')$   $\beta' = LP \dots (K')$ 

la valeur de P dans (K') étant la dernière de celles dont cette variable est susceptible dans  $(\hat{x}^i)$ .

Relation entre los expretions de ces danc momento. gr. En comparant les expretsions de d'et de  $\beta'_1$  on reconnaît que la seconde se déduit de la première par la simple subtituition de  $\frac{2\beta'_1}{\alpha}$   $\Delta'_1$ . En outre, la valeur du moment d'enduit, comme on va le voir, à celle du moment d'.

Chévrie de cet moments.

93. Supposons l'origine au centre de gravité de la figure ou qu'on ait fudm=0, fvdm=0; les formules par lesquelles on transporte les axes parallelement à eux-mêmes donnout u'=u-p, v'=v-q; done, si l'on représente  $f(u^2+v^4)dm$  par E et  $f(u^4+v^4)dm$  par E, el viendra

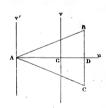
Quelle que soit l'origine, on a l'identité

 $f(u^2+v^2)dm=\int u^2dm+\int v^2dm.$ 

Orne, en général, le moments petaine et égal à la tomme dels momenté relatifs à deux axes rectangulaires queleonques, pathant par le gode.

Ce théorème donne immédiatement les inoments polaires d'élabticité et de rejeture de toute figure dont on connaît les moments par rapport à deux axes rectangulaires, menés par le centre de gravité.

Oppheation an rectangle, an carré, an cecle et à un polygone et gulier que temp



94. On trouve aint, pour le Pertangle ...  $d'=A'\frac{ab}{2}(a^2+b^2)$ ...  $\beta'=B'\frac{ab}{6}\sqrt{a^2+b^2}$ ....(3)

Cane 
$$d' = A' \frac{a^4}{a^4}$$
  $\beta' = B' \frac{a^2}{a^2}$  (4.

Maintinant, contiderant un polygone régulier queleonque dont à soit le doni-angle au centre; h, l'apostième; à et n la grandeur et le nombre des cités: h ABC et l'un des triangels au centre, on aura d'abord

$$i = \frac{n^2}{n} \cdots (6)$$

onsuite, l'équation de AB relativement aux axes Gu, Gv, étans  $v=\frac{a}{2\,h}\Big(u+\frac{2\,h}{3}\Big), \ on \ trouvera$ 

$$C = \frac{ah^3}{36}$$
,  $\mathcal{D} = \frac{a^3h}{48}$ ;

mail, a cause de  $AG = \frac{2}{3}h$ ,  $ABC = \frac{2h}{2}$ , le moment par rapport à l'axe Aviera

$$C' = \frac{ah}{4}$$
.

ainti, on aura, pour le triangle,

 $E = \frac{ah}{48} (a^2 + 12 h^2)$ 

De là et de ce que  $h = \frac{1}{2}$ . a cot i , il viendra , pour le polygone ,

$$A' = A' \frac{n a^{4} \cot i}{96} (1 + 3 \cot^{2} i), \quad A' = B' \frac{n a^{3} \cot^{2} i}{48} (1 + 3 \cot^{2} i) \dots (7)$$

On obtient, en appliquant cet formules générales Ou carré . . . . . . Les expressions (4)

 $\alpha$  l'exagone...  $\alpha' = A' \frac{5\sqrt{3}}{8} a^4$ ...  $\beta' = B' \frac{5\sqrt{3}}{8} a^3$ ... (8)

$$\alpha'$$
 l'octogone . . .  $\beta' = A' \frac{n + 8\sqrt{2}}{6} a^4 \dots \beta' = B' \frac{n + 8\sqrt{2}}{5\sqrt{4} + 2\sqrt{2}} a^3 \dots (9)$ 

95. On aura done, pour un solide cylindrique, LP = A' TO The; ainsi le moment de la force de torsion est en raison directe de

l'angle de tortion, de la quatrieme puiblance du rayon et en raiton inverte de la longueur du tolide; ce qui l'accorde parfaitement avec les résultats des recherches capérimentales de Coulomb, sur la force de tortion et l'élatticité des fils métaliques et avec ceux de sa théorie du mouvement oscillatoire de ces fils, fondée

sur la supposition que la force de torbion est proportionnelle à l'angle de tortion, supposition conforme à l'expérience, tant que

cet angle n'a pas une trop grande amplitude.

96. Les formules trouvees servirons à calculer soit l'angle de tortion, affecte par un solide sous un effort donné, soit l'effort capable d'operer la rupture de ce tolide, lortque les valeurs de la exeficients 1'et B'aurons été déterminées par des experiences

Usago Isto formules obtonued .

Occord de la théorie précédente avec recherches de Coulomb, sur la tortion fils métalliqueds.

De la détormination des coefficients Délablisées et de suptures, relatifs à la torbon.

97 Cet expériences contitent à observer simultanement l'angle de tortion d'un tolide donne, le poids qui produit cette tortion et le bras de levier de ce poids. Quand il s'agit de la rupture, on n'a betoin de connaître que le poids qui l'opères et son bras de levier :

Selon que la tection transversale du solide sera un cercles ou un carres, les valeurs de A'et B', resultant det formules (5) et (4), combinees were les equations (i') et (K'), seront

$$A' = P \frac{2cL}{\pi r^{\theta_0}} \dots (10), \quad A' = P \frac{6cL}{a^{\theta_0}} \dots (11)$$

 $B' = P \frac{zL}{\sigma z^3}$ 

$$B' = \frac{3L\sqrt{2}}{a^3}P \dots \qquad (12)$$

Nobeltate 3et principales experiencels sur la rebitance à la terbion, es à la rupture qui au provient.

98 Le fer forgés et le fer fondu sont juesque les seuls corps au lesquels il ait été fait des conférences propres à la détermination des valeurs de A et B'.

1.º Préhiltats des experiences faites par Mo. Buleau (ourrage cité, page 50 et himantes) sur la résistance du for forgé à la tortion. Le poids qui produit la tertion et 10 kg et son bras de levier 0, 32.

Designation Deto Fort.	Longueur	Grossene	Ongle Se Cortion	Mombreb proportionueló à la sétiltance
For rond du Périgord	2, 81	mètre diamètre, 0, 0152	degrés sonag 13,4	12,57
il	- 3,17	0,0196	6,.	11,47
For rond Anglais, marque'	2,40	0,0198	4	12,41
For rond, de l'Oriège	3,57	0,0215	4,8	11,16
iii	2,89	0,0215	4,5	9,6
Few rond du Périgond	_ 3,19	0,0221	3,32	11,99
id	2,89	0,0230	3,	10,96
For rond Anglais	8,24	0,0235	2,34	14,48
Fee rond du Périgord	_ 2,94	0,0265	1,82	10,48
il	3,35	0, 0267	1,87	11,23
id	2,92	0,0357	0,625	9,19
Fer rond de l'Ariege	2,77	0,0268	1,65	10,39
T Culit margine Co	4,12	o, 0200	6,5	17,46
Fer carre langlait, marque C2	2,52	0, 02.00		17,36
To care du Periond	2,52	0,0204	1	15,27
For carré du Périgord ilil	3,39	0,0326	0,62	15,40
For plat, Angloris	2,91	0,0086		
;A	1,55	0,0086		-
Fer plat du Périgord	_ 2,9.1	0,0340	, /, ~	
Fee plat, Anglais, marque' B	1,45	0,0678	7 0,00	

Les nombres de la dernière columne, relatifs aux expériences sur les fers ronds, desient être multipliés par 583 610 000 (x) pour donner les valeurs de la constante A, qui résultent de ces capérioness; le mêtre et le l'ilogramme, étant les unités de longueur et de poids. La moyennes entre ces nombre est 11,38 et la valeur de A, qui grépond,

A'= 6 612 300 000 Mg

Les nombres de la dernière colonre, relatif aux conéciences sur les feet careés, doivent être multipliés par 343 795 000, nous donner les valeurs de A'. La moyenne entre ces nombres d+16,03 et la valeux de A'qui y répond

A' = 5 510 713 250 Kg

La difference des deur résultats tient sant doute en grandes parties, à la divirchité des qualités des feet; mais peut-tre pour quelque chose à ce que les formules précédentes, relatives aux perses carrés, ne représentent pas aussi exactement les phénomènes naturels que celles qui se rapportent aux corps conds; les fibres extérieures au cylindee inscrit participant et à la résistance de celles de ce cylindre et à la résistance d'un corps élastrique, encattre par un bout et chargé à l'autre.

2° Le tableau suivant présente les rébultats des expériences sur la torsion du fer fondu et de divert autres métaux, faitet par No. G. d'ennie (Consales de Chimie et de physique, septembre, 1818). Le bras de levier des poids était de 21° conflais.

Cableau.

<sup>(4)</sup> Soit G l'augle qui répond à l'are  $\theta_i$  on aura  $\theta=\frac{tr}{80}$  C: M. Duleau a calculé se nombres proportionnels à la rététéence, par la fermule  $H=P\frac{CL}{D}$ , Jans laquelle D=2r; ainsi, il a  $H=\frac{rr}{3c}\cdot\frac{r}{180}A$ , et, comme il prend Philleurle le millimétre pour l'unité linéaire, nous avons  $A'=\frac{r000000H}{2000}$ ; éetr-à-lie, que nous devonts multiplice ces nombres pair 583 610 000  $\frac{32}{180}$ .

M. Nearied prend auth G an lieu de G; if u, on consequence  $A=\frac{1000000H}{32}=$ 

Budication Fedo Corps sounis à la Cortion.	Songueur) Delo Bieceso	Equarrissage	Ports moyen produisants la superse.	
				u du poids
	ponces angl.	pouces angl.		oncels.
Fer coule' horizontalement -	0	· 孝	9	15
Ter coule verticalement	0	1/4	10	10
Tee coulé horizontalement :	*	1/4	7	3
id	3/4	1/4	8	1
is	1	4	8	8
For coule verticalement	1/2	4	10	1
i3	3/	*	8	9
iil	1	1/4	8	5
- is	6	1/4	9	12
Ter coule horizontalement	0	1/2	93	12
iš	. 0	1/2	74	0
il	10	1/2	52	0
Olier	0	1/4	17	1
For forge d'Angleterre	0	1/4	10	2
For forgé de Suede	0	1/4	9	8
Métal de Canon dur	0	14	- 5	0
Fonte Saune, fine	0	14	4	11
Cuivre coulé	0	1/4	4	5
Etain	0	14	1	7
Plomb	0	1/4	7	0

Le rébultat mayon des capériences rur le for fonder donne la valeur

B'= 41 360 000 kg

## Deb Solideb D'égale rébiblance.

Notionle préliminairele.

gg. La gineral, lorsqu'un bolide partmatique obt boumis à un effort qui tend à le fléchir, il caitée dans sa longueur un point où la ruptière est plus facile qu'en tout autre point, et si la résistance est suffisante en ce point-là, elle est exceptive partout ailleurs. On peut donc se proposer de donner à ce solide une figure telle qu'il ait en chaque point de sa longueur, présisement la force n'estaire. On appelle solides d'égale résistance ceux dont la figure satisfait à cette condition.

Solide encadré horigontalem pao une des extremitads.



Les recherches do ce genre ne présentant point de difficult, il suffica de quelques exemples simples.

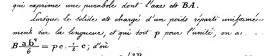
100. Un solide ABM encastre perpendiculourement par l'extremité A et charge d'un poids P à l'autre extremité B, à la face supérieure dans un plan horizontal et set deux faces laterales dans des plans verticans paralleles, il t'agit de déterminer sa face inférieure.

Désignant par a la largeur ou la dimension perpendien laire au plan ABM; par b la hauteur AM à l'extremité oncastrice; par c la longueur AB et par XY l'ablutte Bp et l'ordonnées pm du profil BM de la face inférieure.

D'abord la hauteur to sera determinee (96" 50 et 59) par l'équation Bab = cP; d'où

enbuite, la courbe BmM sera déterminée par l'équation. . . .

 $B\frac{\partial y^2}{\partial x} = Px$ , or



 $b = c\sqrt{\frac{3P}{Ba}}$ puis  $B \frac{ay^2}{6} = px \cdot \frac{1}{2} x$ ; d'où

 $y = \frac{bx}{c}$ , equation d'une droite pattant par les points B et M.

Des plus grands efforts auxquels les Matériaux puidsent ctre Soumis avec securite Dans les Constructions.

Complément des données nécessaires à l'application de la théorie.

101. La théorie que nous avons exposées, fait connaître les lois de la flexion, de la tortion et de la rupture des corpt, c'est -à-dire. les degrés de courbure et de tortion qu'un solide affecté sous un effort donné et l'éfort capable de rompre ce tolide. Cette connaithance ne met pas enevres à mêmes de règler les dimensions des corps employed dant les constructions: I faut en effet pouvoir s'assurer, non seulement que les efforts auxquels chaque solide sera soumis, n'en causerone point immediatement la rupture; mais auti que la permanence ou la repetition fréquente de cet efforts, ne produira point dans les parties de l'édifice des allerations qui puittent augmenter par la suite et en amener la destruction.

En ginhard, on dus disposies les continuetames, de manufer à n'y laisent d'auther aussies et dépinitionement que rélat qui diprindent des allisations par de des allisations par des proposes de production de délications par des proposés de la material de la continue par de production de la partie de la continue par de la material de la continue partie de material de la continue partie de la continue del continue de la continue de la continue de la continue del continue de la continue del la continue del la continue de la continue del la continue del la continue de la continue de la con

Similes Bes efforts, relatives à l'écracoment et à l'estension \_ Gierre;

tité que l'emplemence et la calcul ent frances àux ca ségériers. La patient coule des paries sommes à l'appairment commencoule à se fautilles enue des paries son peux plut grandé que las maties de caux qui ent ouisqués dans de tables commes apart les produit l'haviennes. O l'allient, once freu maissire part l'havient time III, page est prime l'acatemant, largue en maties l'access produint l'inglange. Me l'acatemant, largue prép de sense l'indicateur dessantes des provinces accessés son une surface de 25 autémates access, samé de contracteur aquadés comme les 25 autémates access, samé de contracteur aquadés comme les

a manus.

Maria das Cirrues das d'Escres da eléctrone de segui des Comes de segui de Comes de segui des Comes de segui de Comes de segui des Comes de segui de comes de segui de segui

La ativis impressere det pilot du port des Nicilly, qui sont contribuid on privace de shallaneour's oppostent une prettime de Son<sup>th</sup> par quid cares. He sub de celle quieres, dent la sélé a 2°, caye, pour être brake, une affert de plut de stock.

O'unid b'asspiriment del contraction, on no dell' pui competer del prime à "une plut grande problème que tymbre colle qui promidest b'inserment dans let denis first ins de petit colle; si minuscità determination no democ une militire vincile que to delle primes contractificit et predis la commissio que la problème se dettrobre uniformisment con tente la desface del printé, et de, passlane qualde; alle no com past criptio à co fundes et à b'alaster; anternand, il francest résistion d'éfect.

103. Il buit des capinionees our l'action longitudinale (96. 25 et 33) que

<sup>/</sup> 

<sup>(4)</sup> Elle tent continues are une giano calcaine I'un que rentate, coquilleuse es trib-Iune. Un cube Ic 17-15 To cité Vicante tout soghe "I"

let ribitance opposide à l'academant et à l'intension par lette fibre du but, difficut benauer mottre ellet, les premiers rétaut par le movible de la terrade. Alte insensitiones transcriet à me de movible de la terrade. Alte insensitiones transcriet à me le movible de movement de l'apparaisement de Dahamel (1678). Seus le bit de chiese on des deprisé, en pour évaluer à environ 3 d'aparament, et à movime 3 d'aparament, et à l'econtement, et à la terrade l'acontement de collèmes de l'econtement, et à movime 3 d'a la force de collèbrari. Le Dimiest sompleyés dans le conflicaciones ne devient par de le competité à del profession de competité à des la collème de competité à des professions de l'economie (comme le des moviment de l'economie de l'economie d'aparament des passes de fondations elle dimensions d'aparament de passes de fondations elle dimensions d'aparament de passes de fondations, elles des secrets avec de processes de l'aconomie (comme de prise de prise de prise de collèmes de l'aparament de prise de fondations de l'estandations de l'estandations de l'aparament de la passes de fondations de l'aparament de la passes de l'aparament de la passes de l'aparament de l'ap

Sw forge .

each, and superiment peur l'automien (28,36) apprennent que les basses des for faços, terist buscout leur lungeurs donc comment peur un éject meque de devels, par soit inviter constitueire constitueire constitueire constitueire constitueire constitueire constitueire des les éditions tenutementes. Une comment entire foit sois que est buscout en évenueir qui des considérations de l'avenueire part les considér de mais de maissi de la confirmation de

Ser forde.

was see paint de for fundar, qui out trep contret prusprusies place, officet un ground vibbases à l'assoluments. Il ataloite dei agricument segmente (12 3) que la fuer aproble d'apieur l'assolument se moviens son 4 par millimitre varie. On me commant put d'agnissance d'apart depredéte ser partier agricaires comment put d'agnissance d'apart depredéte ser partier passeurs trapporter donné let autorisations; mois et sui telleconsimilable, que ces charges pouvent être protest à 4 des talesque produissant l'essalement.

Solome let agraniam (1855), la force de coldières seu favor force par millemetre carre, lescange movement que que la constitución carre, lescange movement que la constitución de la constitución de la colon que candonament titas pertent, dans let continuións, a 1/2 cta cellat que candonament las registras. No ais del primier de per forabas, comples ados del constitución de las constitucións forables que de selección de la constitución de las constitucións destre después a de septente secunida de constitución destre después a de septente describer de la constitución destre después a de septente describer de la constitución destre después a de septente describer de la constitución de las constitucións destre de la constitución de las constitucións destre de la constitución de las constitucións de la constitución de la constitución de la constitución de las constitucións de la constitución de las constitucións de la constitución de la constitución de las constitucións de la constitución de la constitución de la constitución de las constitucións de la constitución d

Signation 300 cas de la résistion à l'écentement et de la résistime à la flexione vol. Let behådet skaltenist stamt det untversetione å beggerten; une, prosteine såregje passallikunset å lane bengasses frost enkommerment tips untvert unsprastlement å lane gettere, gover gild kopusitivet sister om offenet ti genere de offenere, angrad t'oppskysse 
la theire de la visiteres det onge skungle de book har vikiliteres 
de set behåde tet tive stilements par of maket omstådeslivere. 
La tilft, la meintese pasid qui pust manetismi fillule, om behåde 
vickingsalane skangt vertisalanent att oppmish attyrist uttis bleveri, 
par Oust 2005, vide å desen for begrunde attyrist uttis bleveri, 
par Oust 2005. In de de desen for de spreade de desen 
punte, changes l'instit ingenfisible de la testion tambordale, etc.

Do, an experient A m see one can by prime he boid do chiese, at A m 20 000 000 000 by forgif; of companions of de cital date of a man of a common production of a companion of de cital date dated dated for the form of the boil shought at both of the 33 of 13) on Encourage year life promises stort plus grands you bet seened to MV Amedically, some left promises the plus grands you bet seened to the grands of the constraints to superior the common of the companion of the companion

Le paidé aquable d'écades on de compremer une pièces éant de langueux eté égale à ans on dans fail l'épasitions, part être vealué, our chaque millimètre avec de la rection transcertale à

3.4 pour le boit de Chône et de rayin, 40.... fee forgé,

100 ... for fondu. On conclut des capaciones sur le brit et le for charget de brut.

(16:83 at suinnet) que, quant à les flavions, 1: Ione let but, l'évaluation à-dessir doit être réstrites aux 2, borque la longueux de la pièce et égale à 12 fait l'opaiteur,

of à mortal, quand, cette langueux de égale à 26 fed l'égateurs; 2° pour le fer fogé, l'inclustion se detiné doit étus rédusti ux 2, ganné la longueux etrégale à «e feil l'épatéeux, et à

meité, quand la longueur et égale à 24 foil l'épaitéeur; 3. pour le fer fondu. l'évaluation ci-dethal doit être rédui

e, grow re jer jonder, t'evaluation ei-debtub doit bher réa té aux & a pour prèt, quand les longueur ett égale à le foil l'épaibleur; à moitié ominon, quand les longueur ett égale à 8 foil l'épailleur et à 45 , brique la longueur est égale à 36 foil l'épailleur.

Let enjeriences convened ne fournitient pat le mayen d'évaluer avec exactitude la rébêtance dans let ast intermediaies, differents de ceux qu'on vient de spécifier.

Quant new point stort la longueux tempotecarit zo foit emportunitaris, en quat en instance la relitariore, para las forenales de la Maria perro del angle changle de bart et qui delletust une floriene (85 8) was des coeletiade, que celle évaluation

v'acedone par la desidilit immel par de copinicale.
Lectopee dan't bet application or aura value confinimum anno principel precident. In distince a l'heredonent, don't une thidae charge variacilement at balagetible, on passa pour anno conduce la plut grand, paid don't es delse paidre lite appel acception pede units de abusqu'are s'envelle dand lei continuits, eduives de dellate à to-converse, passa le bod, et y pour la fou forze ou plus des forzes que fundas.

497. Var lemiter det offerte unsquelt van telede, neugstelte der fleshet neut tille engele damet bet construction fest tille skillersomme par he mondelsen jan de fleshens producte, pare eche offert et de allengeneunt en associationement det fleshet guis van teledert in de tot de grande de fleshe guis polypique des teledes; on totte que en teledes, spenense tes forgues untitated, skirrt desharget et que en teledes, spenense tes forgues untitated, skirrt desharget et que en teledes en energeneette pod avec le traiget.

Nous dispasant you. 3' be glut grand affect que l'on drive firse brygastic aux fikset d'une copé, bur l'unité superficielle, or par X. l'allongement on l'accountationant sat fibrel, qui s'apond à cet effect, les proportiess 1: X: 1.28, donneura Bat X.

28. Il n'auts, ped d'agnàment fainche qui fathart commatte, avec excettende, peux la boi, la lamité dont il lagit, O'agnè de agnàmend bas delitames del agril daught, tandocalament (25%), la ralau, mayanne de la cartinate. B, peux la boid de chian, pet grass pet B se boc voit ! L'agnàment des anticactions agnament, qua l'en me dest pet

france drageretae, came hat det changel spin bagantéeret for des jeebles qui contrassioned des coupetines (Pendeldet, tomes 1974, page 1874) colles que contras atentes, pouver la bort de châne, Biz le va 80° (Pen calcullera) lant danques cod, des julius granules changes anaquelles que principa la la langua cod, des julius granules changes anaquelles que principa des cognitios, ser motitais estates motitus at la motione des colle de Borne des des colles de Borne de la conference de la la conference colle de Borne de la conference de la conferenc

Moyen Takiques la limite Iels efforts relatuement à la fluienc transvertale.

Baile

le informement was expérienced our les fleains preduite par un offer peopendiculuies à longueur du bolide (1872), or togete la « ser ser ser ser for pour le boil de cherse, une charge, de be vert produier actual le longueur det fibres une variation N « a ver le, et sette variations dericas étus sepande comme de plut grandes qu'il fut pubbble de preduier, jand alline l'é-

latticité naturelle de ce boit, Les forse du équin jaune ou rouge et au moint épale à celle des chines : celle du éapan blance et un pur moindes,

tog, to despotant informances à as qui a lib dit ha l'allementals, a qui a lib dit ha l'allementals, a de proposat informances à as qui a lib dit ha l'allement personne des some point de fee forze de literamine par la citation que l'activation de follo de la distancie par la citation de follo de la distancie par la citation de la follo de la distancie par la citation de la follo de la distancie par la citation de la follo de la follo

On a now be for forge, A = 20 as a so con the (15.73); pare undisposed he change do re as as any incadiment hand the filest must variation it he beginness, openments pare quest que l'en region for a continue he lamite de colle que l'en gest productor, inst aller a constitution du fair. The Condense (thin, page 7) and pat (2.20, 200, qui répend aux fair, The Condense (thin), page 7) and the appointment, valued dont les mayermes cot à pour fair, page 10, 200 for Condense de contract dont les mayermes cot à pour partie de qui l'appointment, valued dont les mayermes cot à pour partie de 15 the pare mollimentes courses égale à 4 que colle qui cauterist par surpresse change de 15 the pare mollimetes courses égale à 4 que colle qui cauterist de supérieux (16.74 tot)

170. Suivant let enjoinnest our le for forde (9077), les volleur et B, que convient à la fonte de bonne qualité de vous que de B que 28 000 005 t. On peut charger let piece qui qui a de la fonte de verteze, ou prender B'= 9 00 005 t. de font goundet charget maquellet d'ét patible de tournettes le juice et en for fordan je calculeurent par let fonte de la fort fonte de tournettes le juice et en for fordan je calculeurent par let fonte de (75. 50 à 18) relative à la vagature et dans léquellet en romplaceou B, par estit vuleur.

Suggest que l'en ait, peux lu foult deuxe, conformément aux copiemes les cett feste (185,9), 4 es 1100 es co b' tentim de 7 esc co b'édourdes à un altregoneur X es co bé, que l'en esgarde iii comme le limité de couse assaguebl en past

Gw forgé.

For fown

expoter le fer fondu sans en altèrer la constitution.

Expression analytique de la limite Des efforts, 1º quand leur direction est perpendiulaire à la longueur Durolide superé appuyé librement par ses

111. Le bolide étant poir horizontalement sur doux appuise et charge au milieu, l'équation de l'équilibre de rébitance à la superior (96.59) et  $\beta=cP$ . Supposons que la section transverbale soit rectangulaire, neut aurons  $\beta=B \frac{\Delta C}{2}$  et l'équation d'équilibre donnera  $2P=B \frac{\Delta C}{2}$ ; maintenant, si l'on substitue B' ou  $A \times A \times B$ , il viendra

c'ets l'expression de la limité des poids dont on peut charger le solide, sans que son élasticité soit allérée.

En. prenant avec Mo. Ouleau, pour le fer forgé, . . . . . A=20 000 000 000, X=0, 0003, on trouve

 $2P = 2 \cos \cos \frac{ab^2}{c} \dots (2)$ 

rébultat qui connide avec celuir que cet Outeur a donné (Etrai Chéorique & page 79).

2. Quand ils sont dirigés en tent ou en partie, seinant la longueur du solide.

112. Mais quand le solide et soumis à un effort dirigé en tout ou en partie suivant sa longueur, l'expression de la limite ne peut plus se conclure oxactement de l'équation d'équilibre et doit être determinée directement, comme nous allons l'expliquer.

On remarquesa qu'en général 1? en vorte de la compotunte X. de l'offert, les fibres sont d'abord compremées ou allongées également sur toute l'étendue de la section transverale; 2. par l'effet de la combace la compression se trouve ensuite diminuée à la face convèce et augmentée à la face concave. Olles on pouvas régler la fleise de courbure et par suite l'effet, d'aprèt la condition que la plus grande comprestion ou extension n'exècde pas la limite X.

Cas où le solide est chargé de bout;

113 Contiderons un solide change de bout: soit 0 l'aire de la section transversale;  $\frac{2}{AO}$  caprimera évidentment la compression commune à toutes les fibres, d'ailleurs  $\frac{V}{V}$  ou  $-V\frac{dV}{dX}$  caprimer, pour un point quelunque, la plus grande compretion des fibres, due à la flexion (76°40). De (96°80), le maximum de cette quantité, lequel répond au point dont l'abritée  $X = \frac{1}{2}$  ou dont l'ordonnée  $Y = \mathbf{f}$ , et  $\frac{V}{A}$  ou  $VQ. \frac{8V_2}{AT}$   $V_1 - \frac{ATT^2}{QS^2}$ , à cause de K = 1, Cinsi  $Q(\frac{1}{AO} + \frac{VSV_2}{AT} \sqrt{1 - \frac{ATT^2}{QS^2}}) = X$ , caprimera le

plus grand accourcitement det fibres; si done on veut que le plus grand effert supporte par les fibres, sur l'unité superficielle, n'excede par la limité B', il faudra que la valeur de Q ne surpatte point celle qui satisfait à l'équation

$$Q\left(\frac{1}{Q} + \frac{AVS\sqrt{2}}{QR^{*}}\sqrt{1 - \frac{QR^{*}^{2}}{QS^{*}}}\right) = B' \qquad (1)$$

dans laquelle on attribuera à B' les valeurs indiquées précédemment (18. $^{41}$  110, 111, 112), pour les divers matériaux.

Lorique la section transverbale du tobide tera rectangulaire, on aura  $\delta=A\frac{a\,b^3}{12},\ 0=ab,\ V=\frac{b}{2}$  et l'equation deviendra

$$\frac{Q}{\mathrm{ab}}\left(t + \frac{72.8}{\pi r \mathrm{b}\sqrt{2}} \sqrt{t - A} \frac{\mathcal{D}^{2} \mathrm{ab}^{3}}{72 Q S^{2}}\right) = B'. \qquad (2)$$

Cas où il est charge obliquement. à la longueme.

114. Les momes contidérations s'appliquent au cas de résistan-

ce d'un solide chargé obliquement, (16:89).

Dans ce cat,  $\frac{2cd}{L}$  sur l'accouncitéement des fibres, provonant de l'action de la composante  $Q \cos E$ , parallele à l'axe du solide, et  $\frac{VQ \sin E tang. e V Q \cot E}{\sqrt{c}}$  le plus grand accouncitée-

ment produit par la flexion; de là

$$Q\left(\frac{\cos \varepsilon}{o} + \frac{AV\sin \varepsilon \tan g \cdot c\sqrt{Q\cos \varepsilon}}{\sqrt{o}Q\cos \varepsilon}\right) = B' \cdot \dots (3)$$

.

$$\frac{Q}{ab^{4}}\left(b + \frac{6 \sin \xi \tan g \cdot c \sqrt{\frac{n \cdot Q \cot \xi}{A \cdot ab^{4}}}}{\sqrt{\frac{n \cdot Q \cot \xi}{A \cdot ab^{4}}}}\right) = B'....(4)$$

Expression de la limité de l'effort relativement à la torsion. ns La formule (10) relative à la torbion (96.97) donne  $\frac{T^Q}{C} = \frac{P}{A^l} \frac{2L}{9^l r^2}$ ; on, le premier membre de cette égalité exprime la quantité de torbion, par unité de longueur, qu'éprouve une fibre placée à la turface du cylindre; écrivant done T, au lieu de  $\frac{T^Q}{C}$ , nous aurons

$$r = \sqrt[3]{\frac{2}{\pi A'T}} \sqrt[3]{L P} \dots (1)$$

Les Ingénieurs Angloris font usage pour le for forgé d'une formule fondée sur l'observation et qui revient à

$$T = 0,0106612 \sqrt[3]{LP} \dots (2)$$

on la comparant avu la précédente, après y avoir mit pour A' ta valeur donnée par les expériences sur la torbim ( $Y^{a}, g^{b}$ ), on trouve T=0,0008, ce qui change (1) dans la formule pratique

$$r = 0,010632\sqrt[3]{LP}$$
....(3)

Auxi gu'il en soit, on a généralement  $r=K\sqrt[3]{LP}$ , K étant un coefficient constânt. Pour un cylindre de même matière, soumit à un autre effort L'P' et dont le rayon serait r', on

aura pareillement  $r' = K\sqrt[3]{L'P'}$ ; d'où  $\sqrt[3]{LP}: \sqrt[3]{L'P'}: r: r'$ .

# Des solides formes de plusieurs pièces assujettie,

### entre elle, o.

De la résistance Des soliders composés; exemples les plus utiless.

116. Lorgu'un tolide etr compoté de plutieurs pièces, la résistance dont il etr capable t'évalue différemment, telon la mamõre dont es pièces sont assijettes les unes aux autres. Voous parcourrons les cas les plus remarquables.

Si le solide est l'assemblage de plusieurs pièces superposéere, assujetties par des brides qui les retionnent en contact, sans s'oppuser à ce que les points correspondants des faces contigués se déplacent les uns par rappost aux autres, dans la fleavon de l'assemblage; la résistance du système sera la somme dels résistances que les pièces offriraient séparement.

Suppotant donc que la section transversale des pièces soitrectangulaire, désignens par a la largeur commune de ces pièces; par 5 la hauteur de chaeune et par 72 leur nombre; il ets clair (96°, 50), qu'abstraction faite; du frottement provenant de la force avec laquelle les pièces sont terrées les unes contre les autres, l'appression du moment d'élasticité sera

 $a = nA \frac{ab^3}{42} \dots \dots (7)$ 

et celle du moment de rupture,

 $\beta = nB \frac{ab^2}{6} \dots (2)$ 

La résistance du système est la même soit que l'on superpose les pièces dans le sons de la flexim soit qu'en les place les unes à côté des autrès.

Il les pièces attembles étaients partagées en plusieurs partiet dans leur longueur, le moment d'élasticité n'aurait pas la même valeur aux différents points de la longueur du système. Dans la partie II III le moment d'élasticité est la somme des moments des trois pièces superposées; dans la partie II II, il est seulements la somme des moments de deux de ces pièces. Il faut, autant qu'il est possible disposer les joints de manière qu'ils ne se trouvent point ois-à-vis les uns des autres; et, sous cette condition, on pouvra regarder la résistance du système à la flexion ou à la rupture, comme égale à la somme des résistances des

m m n n

pieces superposees, moint une. Suclquefoit même, on peut, ti let joints sont déposés convo-nablement, regarder la résistance du système comme égale à la somme des résistances des pièces suprepries Gar exemple, quand le rolide, composé de tevit pièces superpoteet, at meathie à une extre mité it charge à l'autre, la rébitance au point d'oncattement equivant à la tomme det rélitances det troit piècel. Olux points III, is que l'on suppose à to ot à 2 de la lonqueur, la rélitance et teulement & et of de la précédente; mais comme l'action du poids pour cauter la flexion ou la rupture, en cet points et également of et of de l'action de ce poids on points d'oncattrément, l'attemblage offre partout une rétitance au moint égale à celle qui l'averce à a dernier point. On pourrait videnment tapprimer ici les portions det pièces tupérieure et inférieure, qui tont au-delà du point te, sant allier la rétiblance du système à la suptine.



La relitaque, tost à la flexion toit à la rupture, d'un tolide forme de pieces attemblées à crémaillère on unies par des cless que des brides turent fortement, ne differera pas tentiblement de celle d'une teule pièce des mêmes dimentions.

Si l'attemblage était forme de deux pièces réparées, mais attujettes entre elles de manière qu'une ligne tracce, avant la flexion, prependiculairement à la longueux, dut devenie, aprèl la flexion, une normale commune aux courbets affecties par les deux pièces, la résistance à la flesion s'obtiendrait on retranchant du moment d'élatticilé du bolider, regarde comme plein, le moment d'élablicité du tolide qui occuporait l'intervalle des deux pièces.

Goient donc à la lazque commune det deux piecets, 5' la hauteur de l'attemblage et 5' celle de l'intervalle; les expressions des moments d'élasticité et de rupture teront res

 $A = A \frac{a(b' - b'')}{(b' - b')}, \quad A = B \frac{a(b' - b')}{(b' - b')}$ 

I hypothèse pur laquelle ces formules sont fondées ne pout The realitie, qu'autant que let deux prices, improved parallelet, sont athejetted l'une à l'autre par un système de traweeked at de cross p, ou pour des clefs logices dans des entaillets, comme l'ordique la figure ci-dettut.

Mais to l'une des pièces est courbre ou ti elles le sont



toutes deux, et si cet pièces sont assujetties oux catremités de manière à ne pouvoir glitter l'une sur l'autre, il suffica qu'elles soient reunies par des traverses pour que les formules (3) conviennent au système.

Il sera avantageux, dans chaque cas particulies, de régler la courbure des pièces de manière à rendre le système d'égale résistance (96°99).

Dans les deux duriers systèmes, chaque pièce, solon qu'elle est placée du côté qui devient concave ou convoir las de la flexion, ne résistant qu'à une compression su une tension ororces suivant la longueur, peut être formée de plusieurs parties ou mises bout-à-bout et maintenues dans le prolongement les unes des autres, su liers entre elles par des atiensbages capables de la même résistance que la pièce. Une paraille division des pièces suporieures et inférieure n'altèrera pas sensiblement la force du système.

largu'on connaît la nuture des efforts avaquels les pièces sont capaties dans les attemblages de ce genre, on peut choihie pour chacune, la matière qui convient le mieuf. Ce chaif et délamine par la condition d'obtine une résitance donnée avec la moindre dépunse possible. En comparant les résistances respectives du fur fordes et du fur forgé à la comparation et à l'outention, avec les pries de ces matieres, on jugera qu'il est trijours avantageux d'employer le fordeu pour les pieces comprimées et le fer forge pour les pieces tendues. On treuve austi plus de sécurité dans cette disposition, quand l'édifice est capole à des secontels, parce que le fer forgé peut souvent se prêter, sans se rompre, à une catentiem habite, qualité dont le fer fonde est presque entirement dénué.

Le boil de chine ou de tapin, comprime ou tendu, coûte beaucoup moins, à égale résistance, que le fee forgé ou fondu et il est moins sujet à rompre par l'effet dels chocho; mais il est moins durable, quand il est exposé à l'humidité.

Expériences sur la résistance des solides composès de plusieurs pièces assujetties entre elles.

117. Suivant quelques expériences de Mo. Aubry (Ouvrage cité, page 65). Un barreau de bois de Chêne, de 1ºº de lacquer, 2ºº % de hauteur, polé horigontalement sur deux appuis distants de 5ºº et charge au milieu, a rompu sous un poids de 755, produitant une fleihe de 2ºº.

Un autre barreour du nième boid, de 1 the largeur, 2 the hauteur, formé de trois pieces entaillées de 3 the de le volo tres de seulo par des boulons de 1 the 4 de diamètre; pobé et churge comme le précédent, a rompu sous un poids de 1475 the produitant une fliche de 3 the 24.

Clinti, le second barreau était à peu pret auth fort que stil cut ête d'une seule pièce.

Les expériences de Me. Berleau (ouvrage cité, page 40), ont donné les rébultats suivants. Les prices toutes de como de largeur étaient posées horigentalement sur deux appuis et chargees au milieu. Les boulons, au moyens desquels ces pièces étaient abiemblées, avaient oques de diametre et étaient opacés de 0,4. Les résultant sont ramenés par le calcul à la fleihe de la courbure effecte par chaque pièce sous une charge de 10.4.

Pour le système formé par des prèces en croix, la résistance à la fleaion diffire peu de celle, qu'on trouve par la formule (3). Quant aux prices simplement serves par des boulons, la résistance est plus petite et d'autant plus que l'intervalle des prices est plus grand; ce qui doit ôtre attribué à la flexion des boulons.

Indication des Prèces.	Sutervalle Ded Appoint	*Xoanteno Estale	hauteus In vide	Elèche De Courbure
	metrel.	millimet.	millimit	millimet.
Deux pièces de fer du Périgord, potées à plat, et superpotees sans boulons	2,.	21,1	0,.	70.0
Les mêmes potées à plat, servées par des boulons	4,.	21,.	0,.	11,5
Les memes écartées de 0,000, au moyen de cales servées				
par det boulous	4,.	32,.	11,.	4,57
Les mêmes écartées de 0 00 par le même mayen_	4,.	42,.	21,.	2,6
Les mêmes carties de om 032 par le même moyen_	4,.	53,.	32,.	1,8
Les memes écartées de on 153 au moyen de pièces			'	
en croix	5,8	174, .	153,.	0,275
Deux pièces de for du Périgord, terrées l'une sur	'			
l'autre par des boulons	4,0	40,.	, 0,.	2, 2

### De l'usage des Armatures pour consolider les pièces, les prolonger ou les joindre bout à bout.

1900 samatines propres à consolière (es pièces, les prolonger ou les jouère bout-à-bout;

188. On pour ambelder det josse in hat an magne i harmanise en fer. Saarde me prises tryperts un effet design jaspander en fan de mande me prises tryperts un effet design jaspander dendersenned "a he formgruns, he medlene despotien antiles at make in de fact de falle de la falle plate ou melle et de formation of melleger format al me poise verde et al metade, has been conseller de de metades de la metade de la metade de la metade de la metade la falle l'une à "all et de fact falle l'une à "all et de falle l'une à "all et de falle de la metade de la plate un hai et de la lablemblage en fac. La trainer establiques de la plate un hai et de lablemblage en fac. La trainer establiques deven des en fac fonde "de la lablemblage en fac. La trainer establiques deven des en fac fonde "de la lablemblage" en fac. La trainer establiques deven des en fac fonde "de la lablemblage" en fac. La trainer establiques deven des en fac fonde "de la lablemblage" en fac. La trainer establiques deven de la lablemblage en fac of en fac fact de la lablemblage en fac of en fact de lablemblage en fac of en fact de la lablemblage en fact de lablemblage en fact de lablemblage en fact de la lablemblage en fact de lablemblage en fact de la lablemblage en fact de la lablemblage en fact de la l

Godque het prised drivent itse bennikh is un effect divingly over anderschenkennessen år han bengenser; om gust til prelinger over un allejetiler steam, den ble governingsment time for listete, i sume manises til belide, an engelagenet me perlim de tagren, dans bysed bet acknikel det prised braisen untimus et forte-ment breeds. Med omme he parai elektrises der tigsen en en verent pred 1 Med omme he parai elektrises der tigsen der verent pad packles har titelt den elemene, it ga leen et sur surprises une partie et de timplifier la eldgelitim, bask alannagene une partie et de timplifier la eldgelitim, bask alannagene une partie et de timplifier la eldgelitim, bask alannagene

375

The occupie, was prize do but, qui dat être marked darigardelment, quel être parlengés dant l'accalhiement au mayorte dans crematived on for forder, appliquéed units let face? laberded a rémail on 19, 12 pars del tamoul . El facel depoirecared et infraisser du la prize devour être breist fretament contra est lavorell ares de la prize devour être breist fretament introduce est encode ares de alcol en del de presente. Descriptions hispolition, les prizes ne gant eldes à des fort danyé de hant

on bul qu'un compant au-dabul de la travele 12. L'acmatice indiguée ou marge locinat à paelanges una pièce délirale à gratie un poid à lon actimate, at tant converbés, elle pouvant former let actemitét d'une partie dont let partiel

braient deteriories.

Enfin, l'armature regréboutes dans cotte figure pout être ourployée pour abbyettir l'une au bout de l'autre deux gièces dont





on constant a see faire, ga'use, ou gover contributer case points; que la change aurant fuit anapez. Mosal la challete a coque la challete dant la comode dat que cant la grancia, que qu'alus l'armative, se transant dans la partie; m'a la piece, que tentant à presulae la plus grande, combuse; il fauturet un ambiet donneun plus parfest mête, la pièce et l'armature, que, qu'il n'y sit qu' de flaires soubble.

Dan's al grapassel la ribitanes dei accuración.

Dan's al grapassel la ribitanes dei accuración por tito includo y ma la formada (I dis 18 to 18). Note relativose que la propriato de la ribitant la prostición de la filadade trimetra attes, granules pour que la bart na les sempremes pos tentriblemment. La cultans de la protición desa leigent facile à calculato, chem el subst productions espera, posa company, la protection un monte de principal de la forma d'auth productions espera, posa company, la protection en 11 de la forma de la forma de la protection de principa de la forma de la for

20000

Les dame qualité d'une priess apporter à flechie transcret de la la present au present aures été l'aunisé de la la present aures été l'anniée de la la manière de l'adques à c'entre le que ma major de la present partie on des des des des la flechie de la



Quant and pieces placed dand le prolongement l'une de l'enter et appelle à une tentre l'empéritante, en part de attentile au moyent de prise justiquelle, attifiche par de different en la prise proposant des differents de la prise de l

de), but our laquelle at tearest provinces un appear int aboar grander pour qu'il n'y not pad exadoment, et que l'adhétion laticule, det febret qui tondont à le délaider, ne puide être

On tensors dand l'ourage de Mr. Havier le compleiment de la blusier de la villance det statet deux ann homet quiette, les que de blussest, ou chabillent l'outre destractive qui mont a passe la plut payer à un abiliges l'apposition tout l'ourages. Les matte qui hierant out étatistes à génération les accions. Les matte qui hierant out tent destribul à génération les accionnes que que que position de l'élèves.

## 9 Cote; s. I Sur le Nº 18.

The blids characteries, compute de truit filsed superpoled, client filiale, set filsed is cause at luce chilities thinks, cat filsed is cause at luce chilities thinks, capient l'Une se le lucetie, la filse, y place à luc course; it of your set alloughe, tendant à asynametre de longueurs particip equipe son face filse a la caracterit, of qui et accourse, tendant parallement à apprender de promotes tempeurs, again due de mêmes filse internétaires y processe l'allouges, et comme de donne actions continués toil golding et l'allouges, et comme de donne actions develoriste toil golding ette filse internétaires en changesen pat de langueur et tempeurs place.

Sur le 12, 21.

1. La loi gu'on admot contette en ce que P est pre-

On higgers audit que cotte loi ou l'égrations que l'exprime le contrince piequ'est toime de la regulaire boient l' or N le collect de l' l' l', conséquented à ce tourne, de manière qu'en est  $\frac{l'}{l'}$  a N  $\frac{l'}{l'}$ ; comme è ce même tonne on a

 $\frac{p'}{o} = B \dots \dots (2)$ 

 $B \equiv A \frac{\lambda'}{l}$ ; d ou  $A:B::l:\lambda'$ . It done on connaithait l'allongement  $\frac{\lambda'}{l} \equiv l'$ , qui répond à

77

la rupture, on conclurait B=Al' on  $A=B_{ij}$ ; reciprogression A et B claim connut, on area

 $l' = \frac{B}{A} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (3)$ 

Soit P'la valeur de P, qui par extinture de la bi admit, espendent à 7-2 ; il vicartes 1 = 1 ; on quit donc dies que le conflicient 1 etc, pour l'unité ésganficiélle, le pridés apable d'allanger ou d'accencir le coupl d'une quantité syste à les langues primitiés.

On a est par entersions de la bai, parce que la negativa, parce avante avant que l'allongement est allont la lante, par l'allongement est allont la lante, la la lante la lante de la lante del la lante de lante de la lante

dand liquation () graduate l'aguation (2) d'heriant aunticapitalisement undipendente de 2 en 2 l'. Comma l'altitulé l' tallère velibrant quand le jour et P naguater judge l'un térnes qui espand à la anjetiere, été à deix, comma dand le maje un su, partif pala quand on un perité minutes pour produires tou une folha le même dagre d'accessiblement pour produires tou une folha le même dagre d'accessiblement par aquériment, indépendentement de nefficient B éternande par aquériment, indépendentement des nefficient B éternande

Bitormination To la résistance Tes pierres à l'écratement, que Coulout.



Coulomb a determina, dant le mensies été, le résistence à l'instance ou à la repties carte, par le compassion; pour de étable compassion et la maissi gazalet de promes le prince; évit à le cite à b = act de la bate à bect des présent A BCD, chargé l'un prid P et comp par un glan A8 faitant aux l'harige, un angle quellangue O lor traver dans l'attra des l'harige, un angle quellangue O lor traver dans difficulté qu'un égard, évalement à la chélieur bur la textion. AS, l'equation d'equilibre et P in 0\_ 272 =0, qui donne

Le monume de P repond évidemment à 8 = 45° et ce

d'où réciproquement

 $\gamma = \frac{P}{4n^2}$  ....(5) Outrement : Partion libre du poids P paralleloment à SA

Sera caprimee par d=P for  $\theta-\frac{72}{100}$ ; elle for au maa of we maximum tera nul hi l'on a les équations d= 0, da = qui donnont les mêmes résultats que la précédente.



On tire de la l'explication de la explire singulière s'un whide subique : Personet , Gauthey of Rondelet out obterve qu'un cube de pierre, sumit à une prettion capable de le rompre be divitant quelque foit on his prycomidet ayant bon contre gover sommet commum at tot faced pour baket respectively.

Il est permit de suppeter que le cube au lieu de s'appuyer tur un plan inétrantable tot reporté par une force P'égale of contraine a la protion P = 2 / 2 . Or il n'y a pat de raison pour que la force P opore le rupture suvant l'une det quatie retions diagonales, telles que AC, exclusivement aux autres et elle et interfitante pour l'opèrer à la foit suivant les quatre tout entired; mail que l'on parlage celle face on quatre autres, égales, qui répondent aux quatre faces de la pyramide supériours et que l'on décompose chaques force partielle perpondiculairement of parallelement à la face respective; toutet let ? composantes sevent égales et tandit que les premieres solliciterent les pyramides laterales à s'éloignes du centre, les secondes opereront la ruptine suivant let facet de la pyramide supériave; cor ti l'on représente la force P par le nombre 8, chacure del compotantel tera expressie par V2 on le quart de 4. V2, valeur de la compotante de P, garallèle à AC. D'ailleur les quatre faces de la jujumide superieure équivalent entemble à la rection roctangulaire AC; ainti, une force 12, parallele à une det faces, suffet pour vainore la cohetion sur

cette face. " Caintenant ce qui a de Dit de la force P doit sentendre de la force P'; done la rupture s'opérica auth hisraret let facet de la pyramide inférieure et chaume det pyramidet lateralet sna sollicitée par une seconde force Ve, symétrique

de la premiere, c'et - à-dise, tora possitée en dehort par une force résultante 2, perpendienlaire, à sa bake.

Enfin les quales forces 4, appliquées perventiculoirement aux bases des quates pyramailes laterales, suffisont pour détruire le cohésion sur les faces vaticales par lesquelles ces pyramises adhérent les unes aux autres; car chaque force se décompose en deux égales à N2 et porpendiculaires aux faces verticales de la pryramide respective, en sorte que chacune des quater faces verticales, qui est le quart du rectangle AC est tirée en sens contrair re par deux forces égales à N2.

A la virile, les quatre forces e pourraient, abstraction faite du frotement, operer la rusture tout à la foit suivant les sections et, gh, mais dans l'état physique, le frotement oxiste nécetairement et il opposera plus de réstance à côte dernière rus-

ture qui par consequent n'aura pas lieu.

J'il l'agitait d'un cylindre, à bate circulaire, dont la hauteur égalat le diamètre, on trouveroit de la même manière, une division on deux irreb de mêmes batel que de cylindre, ayant pour sommot commun le milieu de l'axe, et un solide intermédiaire, ongendré par la révolution du triangle OBC autour de cet axe, solide divibile lui-même par l'action des forces P, P' suivant deux s plans méridiens, rectangulaires, que longues.

### III. Jurle M. 44.

## Chévic des axes ex moments d'Elasticité.

1. Nous avons défini l'axe et le moment d'élablicité proprement dits: il est dans la nature de cet axe de patrer par le centre de gravité de la section transversale du solide; apendant s'il arrive que cette section soit formée de l'atremblage continu de plusieurs figures, on peut avoir à déterminer les moments de celles-ii, relativement à un axe qui. ne patre point par leurs centres de gravité particuliers mais par celui de la figure entiere. Les axes et moments d'élatticité rentrent dans ceup d'inertie relatifs aux figures planes; la théorie de ces derniers, qui avait été négligée comme purement spéculatire, intéreste donc réellement l'art des constauctions; elle pout d'aillour décides des questions invertaines et réviler des propriétés utiles; éés pourquoi nous allons essaye de la développer

2. A fin d'abeque, nout feront du dv=dm et nout reprétenteront les quantités f u dm, fv dm, fuvdm, pan' P,Q,R, pour des axes rectangulaires, queleonques, ayant leur origine) au centre de gravité; par P,Q,R', pour des axes répondant à un point queleonque, dont les condonnées rapportles aucentre de gravité teront p,q; enfin, par C,D, et C,D'ce que deviendrent P,Q et P,Q', quand R ou R' sera nul, c'est-à-dire, quand il lagina d'axes principaux.

3. Supposond l'origine au centre de gravité, nous aurons ... f ud m=0, f vd.m=0; les formules par letquelles on transporte les axes parallelement à eux-nêmes, en un point dont les coordonnées bount p et q, donnent

Done de tout let axet parablelé entre eux, celui pour lequel le moment ets un minimum patte par le centre de gravite.

4. La même substitution dans  $\int \mathbf{u}'\mathbf{v}'\mathbf{d}\mathbf{m}$  produit  $R'=R+p\mathbf{q}\mathbf{m}\ldots\ldots\ldots\ldots(\mathbf{e}).$ 

Over la quantité R augmente ou diminue solon que l'origine stracte du centre de gravité, dans les angles des coordonnées de même signe, ou dans les angles des coordonnées de signes contraires, et cette quantilé ne varie pas quand l'origine se meit suivant l'un des aces primitifs l'orfin, si R=0, ou que les aces primitifs soient des aces principaux, on a auté. R'=0, pour toute positions de l'origine sur ces aces, et cette propriété et particulière au centre de gravité; puisque, pour tout autre point, le second membre de (e) renferenceait de plus les toumes -ps volt, -qs udm.

5. Let formule an moyen desquelles on path; d'un typtime d'axes rectangulaires à un autre de même origine donnens  $u'=v \sin \varepsilon + u \cot \varepsilon$ ,  $v'=v \cot \varepsilon - u \sin \varepsilon$ ....(2)

d'où l'on tire

$$\mathbf{u}' = -\frac{d\mathbf{v}'}{d\xi}, \quad \mathbf{v}' = \frac{d\mathbf{u}'}{d\xi} \dots (3)$$

en vertu de quoi la condition que le moment P soit un maximum, ou un minimum, savoir  $\frac{d \int u^2 dm}{d \, \epsilon} = 0$ , ou  $2 \int u' \frac{d \, u'}{d \, \epsilon} \, d \, m = 0$ 

 $\int u'v'dm = 0$  (f)

equation à laquelle conduit auth la condition  $\frac{df^{v^2}dm}{dt} = 0$ , of

que l'en cençait en élécuent que par la namine entre élect alle le pristate en méaneque, les égapets l'illement experficiel à m aux à un et trajecte postety, quel que toit l'ample de aux deux la deux deux bayent de le trajecte fa été traject de la quelle que un chaire passible de la que deux la fact de la quelle quelle de la que this fur à me de un entre passible de la que the fur à me de la quel de la quelle part de la calcul, être parte partement en négativement, bons que va et v lout de nomes depasse on de la égade contraired.

6° Subtituant dand f x'v'd.m =0, pour x'et v' leur s'inleme et supportant que l'origine soit un pour guelionque nous obtion-

$$(P'-Q')$$
 for  $\mathcal{E}$  and  $\mathcal{E}-R'$  (and  $\mathcal{E}-t$  in  $\mathcal{E}$ )  $=0$  . . . . . (g)

d'on thing  $z \in \frac{zR}{P-Q}$ . (h).

Or, comme une valuer dennée de tany 2 l'idetamins dans anglité dant let mottes (unt le 12-4 l, on del influe y a l'adapue puiret de la figure e épond un épétime l'accel rectangelainet par raggest ausquell de monasté une l'au our maimme, l'autic une minimans, l'actes de ceux que en annues and principanse.

7. Land le lyttème répond au contre du gareté, la famuli (h) doivant

 $tang : \varepsilon = \frac{zR}{P-Q}$  (h)

let deux moments sont moindres respectivement que ceux qui se regentent à tont système parallele et le plus petet de cet moments et un minimum abide.

8. Chaum det danc aard zur frament 'n bytline remargnable op programmet 'nn aar d'labiliati, aant it acilië dant tartifigurer plane danc aard d'labiliati, programhienhied entie unstzur pathent par le cookie de gaarde et prus belgeelt bet momentet d'labiliatié sont experienremet un maamman et in minimum.

3. It do d'ailleure brédont que dans let contractione, un életal davas trigues dire dépole de summisse que la flacan toude à l'opean autre de celui det deux and d'alatheité, august réponde le plut grand noment.

10. In R'=0, d'où E=0 of  $E=\frac{T}{2}$ , let axes primitiff sentone metres let axes principally; is P'=Q', it rient  $E=\frac{T}{2}$ .  $\frac{T}{2}$  of  $E=\frac{T}{2}$ ; if P'=Q' of R=0, on a  $E=\frac{T}{2}$ , C' obtain descending

 $\int u^{t} dm = P \cos^{t} \varepsilon + Q \sin^{t} \varepsilon + 2R \sin \varepsilon \cos \varepsilon \dots \dots (1)$   $\int u^{t} dm = C \cos^{t} \varepsilon + D \sin^{t} \varepsilon \dots \dots (m)$ 

 $\int u'^{\pm} dm = C \cot^{*} E + D \sin^{*} E + \dots (m)$  quand be centre de gravité et l'origine.

12. It suffers de remplacer  $\epsilon$  pur  $\epsilon+\frac{\pi r}{2}$  dans ces formules pour obtenir les analogues, relatives à  $fv'^{t}dm$ .

13. Clinti, on awa le moment propre à un axe queleonque, on cherchant d'abord, par les formules (V), (M) ou leurs ana-loques, celui qui convient à un are parablele, mene par le centre de gravite et y ajoutant entrite le produit de la turface par le carré de la distânce entre les deux axes.

14. It les moments relatiff aux nouveaux axes devaient avoir une même valeur 8; en ajoritant et retranchant membre à membre, l'équation (i) et son analogue, on aurait

$$S = \frac{P' + Q'}{2} \cdot \dots \cdot (n)$$

Tange 
$$\varepsilon = -\frac{P' \cdot Q'}{g \cdot R'} \cdot \dots \cdot (0)$$

Done, par comparaison avec (1), let auch relativement aurquell let moments sont egaux, divisint on deux également les angles entre les axes puncipans.

16. It in mome temps bet nouveauf axes det coordonnées devaient être les axes principaux, il viendrait  $\frac{rR'}{P-Q'} = \frac{P'-Q'}{rR'}$  c'est-à-dire,

$$(P'-Q')^2 + 4R'^2 = \dots (4)$$

d'où P'=Q', R'= o et &= 0.

Some quand les deux moments principans sont égans, leur valeur communes P'on P ets constants pour tous les aces pathant par l'origine.

Pringraguement, l'égaleté des moments, quel que soit E, entrainment P'=Q' et R'=o, ou P=Q' et R=o.

16. Pour determiner, 1'il y a lieu, let print par raggert auxquels les deux moments principaus et, par conséquent, tout les moments sont égaux, on suppodera que les axes primitifs brient-les axes principauss, répondant au centre de gravilé; l'équation (c) le réduirer à

mail, puilque let marcamp and été condennéed duient alté auté de acet pusagnant, on a pq 11 ma, é un pa coqua, Corac le pouit domandé, il la alte, an part le tource que ne l'un det acet primités, bet pus et qu'indétermené, let moment relatif aux neureurs pas d'ermé C et D+q 11 et consequent pas d'ermé d'ermé

 $q^{i} = \frac{C-D}{m} \dots (6)$ 

I faut done qu'on ait C > D.

O prec, b. Cet D ent integrave, I walk down great tablefulant à la condition, qui bent har l'ave par reppert august la moment ét la plut grand, de part et d'unité du contra des gravité et à égalet dettained; mout le C=D, il n'y à past d'antre paint que le contre de granté, que latelfulle à la conditione.

17° En appliquant l'équation (8) au centre de gravité et

ayant igard à (d) et (e), on a celle ci

(C-D-p<sup>2</sup>m-q<sup>2</sup>m) one cut to p q mult 6-16\*2 o ... (?)
qui produit tipped l'égaction (b) d' à laquelle on parsimetent
ausili en lampertant de aces paradillement à cus-notions, pui
de faitest taunes d'une quantité angulares 6, autre de la
nouvelle rigine. Or, des p=0, ou q=0, ou de p=0 et q=0
étille aplament,

d'où  $\varepsilon = 0$  et  $\varepsilon = \frac{\pi}{2}$ . Réciproguement de  $\varepsilon = 0$  ou  $\varepsilon = \frac{\pi}{2}$ , avec p = 0 ou q = 0, on ann p = 0 et q = 0, rébulte  $f u \vee d m = 0$ .

Overe, comme on "in dija var, la quantiti f a'x'i a m abnulla pour viet optieme formi par un del acci quinzipuez, ripordant an center de graviti et par une parallile quelconque, mante à "lunta, crb-à-dre, que ce byllime ou centratus un d'acci principaire.

18. Maintinant, si dant let formulet (2) au romplace x et y par x-p et y-q, l'équation y y y y y y for la sublitation de la valeue de y, devicados

p \* m € - q co € = 0 . . . . . . . (9)

d'où l'on tire  $\frac{P}{q}$  sin  $^2$   $\epsilon = 1$  sin  $\epsilon$  cos  $\epsilon$ ,  $\frac{P^2}{q^2}$  sin  $^2$   $\epsilon = 1$  cos  $^2$   $\epsilon$ , ce que reduit

(7) à (8). Mail, pour  $\varepsilon = 0$  ou  $\varepsilon = \frac{\pi r}{2}$ , l'équation (9) donne q = 0 et q quelionque;

From, la constance de équations  $fv'dm=0\dots$  (b)

indique un système d'axed principaux dont l'un pathe par le centre de gravité, et dont l'autre est prependiculaire au premier, sant que sa polition absolue soit déterminée.

On powers done peofiter do celle indetermination pour satisfaire on même temps and down organisms (c), que becont rendues compatibles par l'équation (b).

19°. Il custo encore culains axes obliques qui jonithent de propriétés analogues à celles des axes rectangulaires de moments (Mémoire de I. Prinet-16° Cahier du Sonrnal de l'leole Polytéchaique); mais l'obliquité de ces axes les rend étrangers à notre objet.

20° Appliquent ette théorie au parallelogramme: soient  $\Lambda B = a$ , BC = b of ABC = a; l'equation du êsté BC sera  $u = \frac{cds}{lmn} V + \frac{a}{2}$  of lon trouvers sant difficulté

 $P=\frac{1}{14}$  a  $\hat{b}$  sin  $\hat{a}$   $\hat{b}$  best  $\hat{a}$ ),  $Q=\frac{1}{12}$  a  $\hat{b}$  sin  $\hat{a}$ ,  $R=\frac{1}{12}$  a  $\hat{b}$  sin  $\hat{a}$  est  $\hat{a}$  . . . (10)  $\hat{a}$ 

$$tang 2E = \frac{2b^2 tind \cot d}{a^2 + b^2 (\cot^2 d - tin^2 d)}$$
 (11)

Equation qui peut de mettre sous la forme

$$a^2$$
 fin  $\varepsilon$  cos  $\varepsilon = \beta^2$  fin  $(d - \varepsilon)$  cos  $(d - \varepsilon)$  . . . . . . . . (12)

et qui tignifie que les deux triangles ABb, BCc sont équivalents, ou sous la forme

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{\sin z(d-E)}{\sin z \in E} \tag{4.8}$$

Four continuous l'angle  $\varepsilon$ , on cheechera en legnet le rapport  $\frac{1}{L}$ , on devitera l'angle ABA'=2.6, on deux partiel dont let sinut toient dant le rapport trouvé, puid on subdividera en deux explement la partie adjacente AB.

2". au moyen de la formule (1)

$$C = \frac{1}{12} \text{ a } b \text{ timed } \left[ a^2 \cos^2 \varepsilon + b^2 \cos^2 (\lambda - \varepsilon) \right]. \qquad (14)$$
ethon don't le coefficient différentiel  $\frac{\partial C}{\partial x}$ , égale à zéro, redonne

expression don't le coefficient différentiel  $\frac{\partial C}{\partial E}$  , égalé à zéro, redonne effectivement l'équation (12).

Observant qu'en général  $2\cos^2x = 1 + \cos 2x$ , développant o  $\cos(2A - 2E)$  et ékathant sin 2E, cot 2E par le moyen de (11) que revient à

$$\frac{\sin z \, \varepsilon}{\cos z \, \varepsilon} = \frac{b^2 \sin z \, \delta}{a^2 + b^2 \cos z \, \delta} \tag{15}$$

on obtient

$$C = \frac{1}{2\Delta} a \, b \, \text{sind} \, \left( a^2 + b^2 + \sqrt{a^4 + b^4 + 2a^4 b^2 \cos r \, a} \right) \, . \qquad (16)$$
d'où l'on conclut

M N C N C A

 $D = \frac{1}{24} a b \sin \lambda \left(a^2 + b^2 - \sqrt{a^4 + b^4 + 2a^2 b^2 \cot 2a}\right) \dots (17).$ 

Recignoquement en substituant dans la formule (m) et son analogue, ces valeurs de C et D ainsi que celle de col 2E, taxe de (15), on reproduit les capressions (10) de P et Q.

2. Let  $\alpha = \frac{T}{2}$ , it riendra tang  $2 \in \frac{a}{a-b}$  doù  $\epsilon = o$  et  $\epsilon = \frac{T}{2}$ .

None dans le rectangle les axes principaux répondant au untre de gravile sont perpendiulaires sur les côtés.

foit de plut b=a, on aura  $\varepsilon=\frac{0}{0}$ ;

Once toute droite menée par le centre de gravité du carré est un axe d'élablicité.

Band cet deux cat, let formules (76) et (77) te réduisent à 
$$C = \frac{7}{12} a^3 b$$
,  $D = \frac{7}{12} ab^3 \dots (18)$ 

$$C=D=\frac{1}{12}a^4. \dots (19)$$

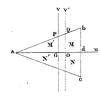
22°. Par la nature det axes G W', G W' on a en général M+N'=M'+N, o' par la nature du parallelogramme, M=N', M'=N; d'où l'on conclut M=M', N=N'.

Done, pour les axes principaus répondant au centre de gravité du purallélogramme, les équations (c) sont satisfaités d'elles-mêmes.

23°. Mais afin de donner un exemple simple de l'emploi de ces éguations, considérans le triangle isticle à bc et délignans bc par a, ad par h, GO par p, aO par x; d'où et de la similitade des triangles ad b, aOQ, il résulte  $OQ = \frac{ax}{2h}$ ; ainsi l'équation du côte ab sera  $v' = \frac{a}{2h}(u' + x)$ , et nous auronso

$$\int u'v'dm = \frac{a^{2}}{8h^{2}} \left( \frac{u'^{4}}{4} + \frac{2}{3} \times u'^{3} + \frac{4}{2} \times^{2} u'^{2} \right)$$

24°. We lativement aux axes G u, Gv l'équation de a b est  $v = \frac{a}{2h} \left( u + \frac{2h}{3} \right); en conséquence on a <math display="block">\int u^t dm = \frac{a}{2h} \left( \frac{u^b}{4} + \frac{2hu^3}{3} \right), \int v^t dm = \frac{a}{2h} \left( \frac{u^b}{4} + \frac{2hu^3}{3} + \frac{2h^2u}{5} + \frac{2h^2u^3}{27} \right);$  integrales qui doivent être priées depuis u = 0, mais jusqu'à  $u = \frac{h}{3}$ ; pour b d GP et  $u = -\frac{2h}{3}$ , pour a GP. Ajoutant les valeurs abbouch



des deux résultat! de chaque formule insegrale et doublant, on

$$C = \frac{ah^3}{36}, D = \frac{a^3h}{48} \dots (24).$$

Delà et de ce que abc = 1 ah, p= 1 1, on conclut

$$C' = \frac{ah^3}{4} \cdot \dots \cdot (22)$$

25. Les moments C,D et conséquemment les moments relatiff a tout let axed pathant par G teront egana, ti  $h=\frac{1}{2}a\sqrt{3}$ , c'est - à-dire, si le triangle cht équilateral.

26° Selon qu'on auroit D>C ou C>D, il servit avantageur que ad ou Gv fût l'axe d'élastité et alors Ov' ou ad devroit être respectivement la trace du plan des forces sur celui de la section abe du solide.

### IV. Jur le nº 65.

Le poids répord à un point quele De la longueur.

1. Trenond le point B où le poids et subpendu et qui estle point de rupture, pour l'origine des coordonnées Bp ou X et mp ou y, et c'indiquant toujours la moitie CM de l'intervalle ontre les appuis, désignant par J'et & les distances horizontale et verticale entre l'origine B et le point C et par 4 l'angle que la tangente à cette origine fait avec l'horizon ou avec l'axe des ableites; les résistances des appuis M et M', abstraction faite de la courbure et du frottement, équivandront aux compotantels verticaled  $P = \frac{c+\gamma}{c}$ ,  $P = \frac{c-\gamma}{c}$  du poids 2P et l'on aura...

$$\frac{d^{2}y}{dx^{i}} = \frac{p}{A} \frac{c+y'}{c} (c-y'-x); d'où$$

 $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{p}{A} \frac{c+j'}{c} \left[ (c-j')x - \frac{1}{2}x^2 \right] + t \cos \varphi, \quad y = \frac{p}{A} \frac{c+j'}{c} \left[ (c-j')\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right] + x \tan \varphi, \quad \mathbf{f} = \frac{p}{A} \frac{(c+j')(c-j')^3}{3c} + (c-j') \tan \varphi.$ Pour la partie BM' on aura pareillement  $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{P}{c^2} \frac{c-y}{c} (c+y-x)$ ;

 $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{p}{\alpha} \frac{c-\gamma}{c} \left[ (c+\gamma)x - \frac{x^{2}}{2} \right] - \tan\varphi \, \varphi, \, y = \frac{p}{\alpha} \frac{c-\gamma}{c} \left[ (c+\gamma)\frac{x^{2}}{2} - \frac{x^{3}}{6} \right] - x \tan\varphi \, \varphi, \, f = \frac{p}{\alpha} \frac{(c-\gamma)(c+\gamma)^{3}}{3c} - (c+\gamma) \tan\varphi \, \varphi.$ Let quantités f et tang to doivent avoir les mêmes valeurs dans cet équations qui, par elimination, donneront

$$tang \varphi = \frac{p}{\lambda} \frac{2\gamma(c^2-\gamma^2)}{3c}, f = \frac{p}{\lambda} \frac{(c^2-\gamma^2)^2}{3c} \dots (1)$$

Let parties BM, BM' de, la courbe sont exprimées respectivement par les equations

$$\mathcal{Y} = \frac{P}{\mathcal{A}} \frac{c + \gamma'}{c} \left[ \frac{2}{5} (c - \gamma') \gamma' \times + \frac{1}{2} (c - \gamma') \times^2 - \frac{1}{6} \times^3 \right], \ y = \frac{P}{\mathcal{A}} \frac{c - \gamma'}{c} \left[ -\frac{2}{5} (c + \gamma') \gamma' \times + \frac{1}{2} (c + \gamma') \times^2 - \frac{1}{6} \times^3 \right].$$

En égalant à révo la valeur de  $\frac{dy}{dx}$  qui répond à la dernière de coléguations, on obtient

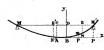
$$x = c + \gamma - \sqrt{c^2 + \frac{2}{3}\gamma c - \frac{1}{3}\gamma^2};$$

toit f' la valeur correspondante de g, ce tera celle de l'ordonnée minimum et f-f' tera la fleihe de courbure du tolide.

Le solide tend à le romgre au point B, où à  $\frac{dy}{dx^2}$  et un maximum; lorsqu'il est près de se romgre, le moment de la rélètance à la flouien, en ce point, est égal au miment de la rélètance à la rupture; or, ce maximum est  $P \stackrel{C-Y^2}{\longrightarrow}$ ; on a

$$\beta = P \frac{c^2 - \gamma^2}{c} \cdot \dots \cdot (2)$$

Le poids est Virtribud suriformèment rur une partion de la longueur.



2. Soint D et E, E, let projections tur M M', du milieu B et des actromètés N, N' de l'intervalle tur leguel le solide et chargé da poidt p, par unité de bonqueur. Indiquant toujourt CM et CD par c et J', délignont DE par c', let wordonnéed Bp, mp, par X, Y; l'abaitsement BD ou MP du point B, par  $\hat{\mathbf{x}}$  et l'angle que la tangente en ce point fait avec l'horizon, par  $\varphi$ . Let résittances des appuis M, M' équivalent ava composantes verticales c'p  $\frac{c+\gamma}{c}$ , c'p  $\frac{c-\gamma}{c}$  de la charge 2 c'p. Or chaque partie BM, BM' du solide et dans le même état que si, étant encatrice en B, elle était sollicitée dans un sont par une force égale à la résitance de l'appui M ou M', et dans l'autre sens par les poids répartis sur BN on BN', donc (18:60) en aura d'abord, pour tout les points compais entre BN on BN', donc (18:60) en aura d'abord, pour tout les points compais entre BN on BN', donc (18:60) en aura d'abord, pour tout les points compais entre BN on BN', donc (16:60) en aura d'abord, pour tout les points compais entre BN on BN', donc (19:60) en aura d'abord, pour tout les points compais entre BN on BN', donc (16:60) en aura d'abord, pour tout les points compais entre BN on BN', donc (16:60) en aura d'abord, pour tout les points compais entre BN on BN', donc (16:60) en aura d'abord, pour tout les points compais entre BN on BN on BN', donc (17:60) en aura d'abord, pour tout les points compais entre BN on BN', donc (17:60) en aura d'abord, pour tout les points compais entre BN on BN', donc (17:60) en aura d'abord, pour tout les points compais entre BN on BN on BN', donc (17:60) en aura d'abord, pour tout les points compais entre BN on BN on

 $\frac{d\mathbf{y}}{d\mathbf{x}} = \frac{c\mathbf{p}}{\sigma} \frac{\mathbf{c} + \mathbf{j}'}{\mathbf{c}} \left[ (\mathbf{c} - \mathbf{j}')\mathbf{x} - \frac{\mathbf{x}^{1}}{2} \right] - \frac{\mathbf{p}}{\sigma} \left( \frac{\mathbf{c}^{t}}{2} \mathbf{x} - \frac{\mathbf{c}^{t}}{2} \mathbf{x}^{t} + \frac{\mathbf{x}^{3}}{6} \right) + tang \varphi, \mathbf{y} = \frac{\mathbf{c}^{t}}{\sigma} \frac{\mathbf{c} + \mathbf{j}'}{\mathbf{c}} \left[ (\mathbf{c} - \mathbf{j}') \frac{\mathbf{x}^{1}}{2} - \frac{\mathbf{x}^{3}}{6} \right] - \frac{\mathbf{p}}{\sigma} \left( \frac{\mathbf{c}^{t}}{2} \mathbf{x}^{1} - \frac{\mathbf{c}^{t}}{6} \mathbf{x}^{3} + \frac{\mathbf{x}^{4}}{2b} \right) + x \operatorname{lang} \varphi$ et on faitant  $\mathbf{x} = \mathbf{c}'$  dant cet équations, on trouver pour let valeurs

proposed au point  $\mathbf{N}$ ,

$$\frac{\mathbf{d}\mathbf{y}}{\mathbf{d}\mathbf{x}} = \frac{\mathbf{c}'\mathbf{p}}{\sigma} \frac{\mathbf{c} + \mathbf{j}'}{\mathbf{c}} \left[ (\mathbf{c} - \mathbf{j}') \mathbf{c}' - \frac{\mathbf{c}'^2}{2} \right] - \frac{\mathbf{p}}{\sigma} \frac{\mathbf{c}'^3}{6} + t \sin \varphi, \\ \mathbf{y} = \frac{\mathbf{c}'\mathbf{p}}{\sigma} \frac{\mathbf{c} + \mathbf{j}'}{\mathbf{c}} \left[ (\mathbf{c} - \mathbf{j}') \frac{\mathbf{c}'^2}{2} - \frac{\mathbf{c}'^3}{6} \right] - \frac{\mathbf{p}}{\sigma} \frac{\mathbf{c}'^4}{\delta} + \mathbf{c}' t \tan \varphi.$$

On aura ensuite, pour tout les points compris entre N et M,  $\frac{d\frac{b}{y}}{dx^2} = \frac{c'p}{x}\frac{c+b'}{c}(c-b'-x); \ d'où l'on tau, on delaminant les constantes de manuire que les valeurs de <math display="block">\frac{dy}{dx} = t' de y, qui répondeont à x = c', trant égales aux précédentes,$ 

 $\frac{d\mathbf{y}}{d\mathbf{x}} = \frac{c'\mathbf{p}}{\phi} \frac{\mathbf{c} + \mathbf{j'}}{c} \left[ (\mathbf{c} - \mathbf{j'}) \mathbf{x} - \frac{\mathbf{x}^t}{2} \right] - \frac{\mathbf{p}}{\phi} \frac{\mathbf{c}'^3}{6} + tang}{\phi}, \mathbf{y} = \frac{c'\mathbf{p}}{\phi} \frac{\mathbf{c} + \mathbf{j'}}{c} \left[ (\mathbf{c} - \mathbf{j'}) \frac{\mathbf{x}^t}{2} - \frac{\mathbf{x}^3}{6} \right] - \frac{\mathbf{p}}{\phi} \left( \frac{c'^3 \mathbf{x}}{6} - \frac{\mathbf{c}'^4}{24} \right) + \mathbf{x} tang}{\phi}.$ 

faibond x = c - y dand cette donnière expretion, il en résultera

$$\mathbf{f} = \frac{\mathbf{c}'p}{\delta} \frac{(\mathbf{c}+\delta)(\mathbf{c}-\gamma)^5}{5\mathbf{c}} - \frac{p}{\delta} \left[ \frac{\mathbf{c}'^3(\mathbf{c}-\gamma)}{\delta} - \frac{\mathbf{c}'^4}{2^4} \right] + (\mathbf{c}-\gamma) \text{ tang } \varphi.$$

En répétant les momes opérations pour l'autre partie BM du

 $f = \frac{c'p}{a} \cdot \frac{(c-j)(c+j)^5}{5c} - \frac{p}{a} \left[ \frac{c^3(c+j)}{6} - \frac{c'^4}{26} \right] - (c+j) \cos \varphi$ 

et de cet donc résultats on conclura, par l'élimination,

 $\arg\varphi=\frac{c'p}{A}\frac{(4c^{\frac{\alpha}{2}}4y^{\frac{\alpha}{2}}-c'^{\frac{\alpha}{2}})^{\gamma}}{6c},\ f=\frac{c'p}{A}\Big[\frac{(2c^{\frac{\alpha}{2}}2y^{\frac{\beta}{2}}-c'^{\frac{\alpha}{2}})(c^{\frac{\alpha}{2}}-y^{\frac{\alpha}{2}})}{6c}+\frac{c'^{\frac{\alpha}{2}}}{2a}\Big]\cdots(j)$ 

La babilitation de cette value de tray e dand let aspections probabilitation de y, domanes let appartient individuables del parties BN, NM de la condre, let al minus appartient, on delalicies, par le hangement de 0-24 on 0-3 telegrapement, chlaques variannest, collègui variannest aux parties BN, NM; on committe doma jugalement la figure de la condre partiel BN, NM; on committe de condre justices de la condre partielle BN. La fleibe de condres e

trouverse comme on 16°(1°). Le point B et celui de la plut grande courbure et où le bolide tind a le rompre; par conféquent on a

$$\beta = e'p\left(\frac{c^2-\gamma^2}{c} - \frac{e'}{2}\right)....(z).$$

#### V. Jurle nº68.

Solite deposité par tivis on un plus grand unabar de prints B'appai.

Le agouit alpendent au milion A et aug catelanthi M. M' du la languarre du belide qui degrette let quidé P. P' dant let milioné N.N' de set deux merital. Seint C du dessir-lenguarre AM our AN' et av l'angle que fait avec l'ace Ax les tanguetts à les courbe de flaceurs au point L.

Le beliete pouvant être regardé comme encaptié en A, on auras d'abord pour la partie AN,  $\frac{dy}{dx^*} = P(\frac{c}{t} - x) - q(c - x)$  et en intégrant

 $d\frac{dy}{dx} = P\left(\frac{cx}{t} - \frac{x^2}{2}\right) - q\left(cx - \frac{x^2}{2}\right) + h \tan q \ dy, \ dy = P\left(\frac{cx^4}{4} - \frac{x^3}{6}\right) - q\left(\frac{cx^4}{2} - \frac{x^3}{6}\right) + h \ x \tan q \ dy. \ (2)$ 

On aura onbuile pour la partie NM, à  $\frac{dy}{dx^2} = -q(c-x)$  et en

determinant les contantes d'intégration que le condition que les valeurs de  $\frac{\Delta y}{2}$  et de y, qui répondent à  $x=\frac{c}{2}$ , brent égales à celles qui répetition t somblablement des équations (2),

 $d\frac{dy}{dx} = -q\left(cx - \frac{x^t}{t}\right) + P\frac{c^t}{t} + d \log \omega, dy = -q\left(\frac{cx^t}{t} - \frac{x^3}{t}\right) + \left(P\frac{c^t}{t} + d \log \omega\right)x - P\frac{c^3}{t^3} \dots (3).$ 

hat dynational relatived auso partied NN, NM die la unabe, se, debutient set predeficient (2) et D), pare la chilitation de Paix P, de q'a q'a la chângement du lyne de tâng 20, 20, bil dynation de q'a q'a N, NM, devent donnest y ao, quand x a c; il

viendra done

 $-q\frac{c^4}{5} + P\frac{5c^4}{48} + \lambda \tan q \ \omega = 0, \ -q'\frac{c^4}{5} + P'\frac{5c^4}{48} - \lambda \tan q \ \omega = 0 \dots (4)$  d'où et des équations (1), on tree

 $tang \omega = \frac{P-P'}{\lambda} \frac{c^2}{52}, \ P = \frac{22P+22P'}{32}, \ q = \frac{13P-5P'}{52}, \ q' = \frac{-3P+13P'}{52} \dots \dots \dots \dots (5)$ 

Cet valeurs prouvent que les efforts exercés sur les appuis sont indépendants de à ou demeurent les memos, quelle que soit la flexibilité du solide, et que l'appuis A supporte seul à très-gen peut les que de la charge totale. En les substituent dans les équations (2) et (3), on connaître complétement la figure du

C'est au point A que la courbure est la plut grande et que le solide tend à se rompre ; égalaire donc  $\beta$  à la valeur de c.  $\frac{dy}{dx^2}$  qui répond à ce point, on aura, pour l'équilibre de rébôltance à la rupture, l'équation

Sand I'hypothèle P'=P, il vient

$$tang(\omega = 0, p = \frac{12P}{16}, q = q' = \frac{5P}{16} \cdot \dots \cdot (7)$$

$$\beta = \frac{3P}{16} \cdot \mathbf{c} \cdot \dots \cdot (8)$$

Chaque moitié du bolide est dant le même état que si elle était encastrée, horizontalement à une extremité et appuyée librement à l'autre; cur l'expression (8) quand on y écrit 2P et 2 y au lieu de P et c, revient à l'expression (4) du 96° (66).

## VI. après le Nº68.

Formules ginérales 2e la révitance à la rupture, selon Galilée et Selon Mariotte et Scibnita.

Il n'est pas difficile de trouver les formules générales de la résistance à la ruptine, belon les principes de Galiles et de Mariotte et Leibnita.

Salde plaçait l'axe horizontal d'équilibre au point inférieur de la section de rujeture et regardait la force inlérieure développée en chaque point de cette section comme constante pour tout les points. Dissipanant donc par B la résistance sur l'unité superficielle; par a la longueur de la section; par 5 sa hauteur; par U,U' bé ordonnéed du contour relatives à l'abbeille u et par ß le moment de la résistance à la rujeture, on a

90

repression qui, bortque la section et rectangulaire, devient

 $\beta = B \stackrel{\text{a.b.}^4}{=} \dots (2)$ 

Nom la thonic attalmic à Mariette et Labnite, l'ace horigantel d'équilibre parte passallement gas le paint inférieur du la restire, mai la forse inblisseur descripquée on chaques gointch prepartiementle à la détance de ce gainet à l'axe d'équilibres on a source on grécal

$$\beta = \frac{4}{3} \frac{B}{b} \int_{0}^{a} (U^{2} - U^{3}) du \dots (3)$$
 et pour le netangle

β=B<u>ab</u>.........(4)

Les valeurs (2) et (4) de / tout dans le rapport de 3 à 2.

### VII Après le nº 80 .

Plantimité inflicence 3n 15/20 155 marche et l'artemité supérime étre

"I hapatent new l'arteurels inforence A du teledes, client enesties l'ess l'arteurels A données des En determent par  $\frac{2}{n}$  l'adamées extrême BM, nout auroné à  $\frac{dy}{dx^2} = Q(\frac{g}{2}-y)$ ,  $\xi'$ , en inligant

$$y=f(1-col.x\sqrt{\frac{Q}{d}});$$

s, if faut aren't y=1 quand x=c, done  $c\sqrt{\frac{Q}{d}}=\frac{(zK+1)\pi t}{2}$ ; d'où

$$Q = \frac{(2K+1)^{\frac{1}{2}}m^{\frac{1}{2}}}{4} \frac{d}{c^{\frac{1}{2}}} \cdots (1) \quad y = f\left[1 - c\sigma, \frac{(2K+1)m}{2} \frac{x}{c}\right] \quad (2).$$
 On this variety, commercial 95° 80,

$$S = c \left\{ t + \left[ \frac{(zK + t)\pi t}{z} - \frac{f}{zc} \right]^2 \right\} . \quad (3)$$

$$f = 4\sqrt{\frac{A}{Q}}\left[\frac{1}{(2K+1)^{q_2}} - \sqrt{\frac{A}{Q}}\right]$$
 on bins  $f = \frac{8S^2}{(2K+1)^2\eta^2}\left[s - \frac{a!(2K+1)^2\eta^2}{4QS^4}\right].$  (4)

La figure (1) espand à K = 0 of  $Q = \frac{\pi^2}{4\pi} \frac{d}{dx}$ ; la figure (2) à K = 1 of  $Q = \frac{2\pi^2}{4\pi} \frac{d}{dx}$ ; les ordennées des points estats à  $\frac{\pi}{4}$  of à  $\frac{\pi}{4}$  de AB, instagrant à K = 2 of ...

inst apold à £ et 2\$. La figure (3) afgund à K=2 et.

Q=\frac{6\pi}{4\pi} \disk statement det points total à \frac{1}{2} et \frac{1}{2} de AB,

tent optible à \$\frac{1}{2}\$, etlle due goint state à \frac{3}{2} et optible \times \$\frac{1}{2}\$, et eight

du point titul à le est nulle. Et amb det autest, It longueux égale, le boliée se courberait duinant la figure (1), sont un poids égal au quant de colui qui le courberant huisant

tond un poils egal au quart de celui qui le courberait huis la figure (1) du 16° précédent.

2. Latjue l'artimeté inférimes du betata est oncallete et l'actrimité éspoissone maintenne dant la meur vortiale, l'égateur du 15 80 cagrime l'égaldre de rébétances à la flacion; co, comme cette dynation de refuée à ce qu'on ait bunultanimae



Contribute infinence or one Verticuité supérieure maint la nome verteale.

La simetim de la change de l'ane de 1860e.

dey tora

X = 0, y = 0, The end of some suit gue la flexion et impossible. 3" Monit he has force Q, an lieu d'agir précisement dans le sous de l'ane, en est distante d'une quantités BM = 1, authi petite qu'on voudra, alors l'equation du 96. 80 aura lieu et la valeur

 $y = f \sin x \sqrt{\frac{Q}{a}};$ 

or eithe valeur devant itee nulle quand x=0, on aura  $e\sqrt{2}=2\, K\pi$ ;

 $Q = 4K^2\pi^{-\frac{1}{\alpha}} \cdots (1)$   $y = f\left(1 - \omega t, 2K\pi \frac{X}{C}\right) \cdots (2).$ L'apprettion de y donne également  $\frac{dy}{dx} = 0$ , quand x = 0 et quand X = C; par conséquent la tangente de la courbe à l'extrémité supérieure est verticale, autri bien que la tangonte

à l'extremeté inférieure. La figure regiond à K=1 et Q=477 2 : l'ordonnée du point the à 1 de AM, c'et - à - dies, la fliche de courbure att cyale à 21; le poids Q att quadruple de celui qui courberout le tolide, de la manière indiquée par la figure (1) du

Si l'on c'enit 4 c, au lieu de c dant l'exprettion (1) de Q, on retombera sur la valeur que se rapporte à la figure (3) de l'act. 1°; ainte le tolide dont il l'agit actuellement et les 4, a partie du bab, de celui qui est représenté dans cette fig. (1) du 46. 80, sont dans le mame état d'équilibre.

4. L'extremité informeure A du solide de monther; le pois Q of suspendu à une traverse CM que forme invariablement un angle droit avec AB. Ce poids tout on compriment le

tolide dans le lons MA, tend à le flicher et le rompres. Delignond par c of f l'abseite of l'ordonnée outrimes AB et BM, et par g la distance CM; l'équation de l'équilibre de retiltimes a la flexion sora à  $\frac{d'y}{dx}=2\left(f+g'-y'\right)$  et parce qu'en doit avoir  $y=0, \frac{dy}{dx}=0$ , quand x=0, l'entégration donners

 $y=(f+g)(1-cot) \times \sqrt{\frac{Q}{a}}$ .

Mail it faut auth que y = f réponde à x = c, done . . B = col. eV =; d'où

$$\varrho = \lambda \left[ \frac{ac(\sigma t - \frac{g}{x + \frac{g}{x}})}{c} \right]^{\frac{1}{2}} \cdots (\tau) \quad y = g \frac{\tau - \omega t, x \sqrt{\frac{g}{x}}}{\omega t, c \sqrt{\frac{g}{x}}} \cdots$$

$$\ell = g \left( \frac{\tau}{\omega t, c \sqrt{\frac{g}{x}}} - \tau \right) \cdots$$

$$f = g\left(\frac{1}{\omega t \cdot c\sqrt{\frac{Q}{dt}}} - 1\right)$$
 (3)



On molten dans l'asprethin de Q le plus potit des ares dont le cotinues ats égal à É, , à moins que certains points du believ ne trient maintenut dans la vertirale AB.

La fliske de courburs, produite par un goids donné at proportimuelle à CM. Le prids capable de produire une flèche de courbure, donnée, et ou raitou invete du carré de la longueur dis

Practicula superieure et encestrée et Pantre extrémeté et tuée qui un qui agistant à sistence de l'acce.

M P C

5.º Supportont omfin que le delide toit encatré par son extrémilé tupolieure et que le poids Q lui fathe éprouver une tention longetudinale, en mime temps qu'il le fait jelier ; l'équation sons a  $\frac{d^2y}{dx^2} = Q(g-f+y)$ . Let e la bate du tyttime réposition et, pour whiger 2 = 7; l'intégrale sur

g\_f+y=Ce 1x+ c'e-1x

Or, on doll arriv, an point A, y = 0, \frac{dy}{dx} = 0 of x = 0, of an point M, x = c, y = f; done g - f = C + C', o = C - C', g = C e t' + C'e t'; d'où l'on tire

 $C = C = \frac{g}{e^{\gamma c} + e^{-\gamma c}}, \quad f = g\left(1 - \frac{1}{e^{\gamma c} + e^{-\gamma c}}\right), \quad \gamma = g\left(1 - \frac{1}{e^{\gamma c} + e^{-\gamma c}}\right).$ 

#### VIII. Après le N°89

1.º Suppotont le blide oncatté à l'extremité supérieure A c chargé du ports Q à l'extrémité inférieure M, le rigne de la compotante X changers et l'on aura à utigres l'igurtion

d'v-q'vdu'=-p'udu'; Oc, l'intégrale (myse Laurouf, page 469) as v=Ce que + C'e que + P a, y M B

 $f_{-y=Ce^{q(c-x)}+Ce^{-q(c-x)}+\frac{p^{1}}{q^{x}}(c-x)}$ ... Mail, an point A, on a x=0, y=0,  $\frac{dy}{dx}=0$ ; of an point M, x=c, y=f; dow f= Ce qc + C'e qc + pt e, o=q(ce qe + c'e qc) + pt ; o=C+c'; d'où résulte c'=-c, c=- pt q (eqc-qc), et

 $f = \frac{p^4}{q^3} \left( q^2 - \frac{e^{-q^2}}{e^q} \frac{e^{-q^2}}{e^{-q}} \right) ...(t), \quad y = \frac{p^4}{q^3} \left[ qx - \frac{e^{-q}}{e^q} \frac{e^{-qe}}{e^{-q}} \frac{e^{-q(e-x)}}{e^{-q}} \frac{e^{-q(e-x)}}{e^{-q}} \right] ...(s)$ 

2. Let deux quettions précédentes ou renforment plubeurs autres : exemple, celle d'un tolide incline AB, charge on C, d'un poide Q,

at signification branchelmont — in authential at AB. Coldilar in a name tradition in a foliate passe, you be provide on Industriant point pass as a foliament. Software of cold of houses AB, RC of the classic you be offset accord on A or B. Accord of the cold of the classic you.

AC, BC the children province the constant in a constant of the constant in a constant of the constant in a constant of the constant of

(2011), ha force distinction par Q dand at natificilistation is Q and the world of the minus, the belief insular AB, bygging have been proved blogging C, two logical of one part of place, at change is the general place of the B, do provide you to first materiallement tographer; les parter BC, you do companie to times, and le minus dat you be belief to the parter BC, you do companie to times, and le minus dat you be the parter AC, you do elected to the good of the parter AC, you do elected to the forther to the day of the parter AC, you do elected to the forther than the minus day you be bedied to be batched.

If we not receive in minus due tolded AB obacyd in Q of unipried Q of appropriage, pair. Parliamite implications A continuous A continuous A continuous A continuous A continuous paratical. Monsi l'extrameté A tombant à globber destrition assistempare un plane vertical ou retinuou para un tievent. Disparent, para C, c', les d'appropried A O, BC; para E, l'angle ACD; para h, h', let sibilitarent hangeschold des appoint A O B or para G la rishtitus verticale de l'appoint A proud numeral AD ac time E, AE a (c v C) are E, of the conditional de l'appoint A proud numeral AD ac time E, AE a (c v C) are E, of the conditional de l'appoint A proud numeral AD ac time E, AE a (c v C) are E, of the conditional de l'appoint A proud numeral AD ac time E, AE a (c v C) are E, of the activities of the conditional de l'appoint A proud numeral AD ac time E, AE a (c v C) are E, of the activities of the conditional de l'appoint A production de l'appoint A p

#### $h = Q \frac{e^{tang t}}{c + e'}$

Scant is Viguelhow de retritaines, chances and parties AC, BC or in the minus stat year to all states conclusion on C at the states of the motion states and in the parties AC, you at comparisons, statematic and which states AC, you at comparisons, statematic and which state AC, you at comparisons, statematic and which state AC, you at comparisons, statematic and which states AC, you at comparisons, statematic and which the parties AC, and consider support in the variety AC, and consider the parties AC, AC

partie BC, qui et pareillement comprimée s'affinile au nêmer blide, let freed X,Y,Q ayant let valeur  $S_1$  tim  $\varepsilon=Q$  cin  $S_{m-1}$ ,



$$\label{eq:hamiltonian_loss} \hat{h} \cot \varepsilon = Q \, \frac{c \, \text{fin} \, \mathcal{E}}{c + c'} \, , \, \, \sqrt{X^{\frac{s}{2}} + Y^{\frac{s}{2}}} = \, \hat{h} = Q \, \frac{c \, \text{tang} \, \mathcal{E}}{c + c'} \, \, .$$

### IX. Sur le Nº, 100.

1°. Pour déterminer la figure que dans le premier cas, le solide affecterait s'il flichitait sous la charge P, on observera que  $A \frac{av^2}{12} = A \frac{abx^2}{4}$  dant (16.50) le moment d'élaticité de la section quelevague pm et y l'ordonnée de la courbe affectée par le solide, l'équation d'équilibre (VC. cité) devient

$$A \frac{abx^{\frac{3}{2}}}{nc^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{d^{\frac{3}{2}}y}{dx^{\frac{3}{2}}} = Px; \text{ div } \frac{dy}{dx} = \frac{P}{A} \frac{s4c^{\frac{3}{2}}}{ab^{\frac{3}{2}}} \left(x^{\frac{4}{2}} - c^{\frac{3}{2}}\right), y = \frac{P}{A} \frac{s4c^{\frac{3}{2}}}{ab^{\frac{3}{2}}} \left(\frac{s}{3}x^{\frac{3}{2}} - c^{\frac{3}{2}}x + \frac{s}{3}c^{\frac{3}{2}}\right) \text{ of }$$

 $f = \frac{P}{A} \frac{8c^3}{ab^3}$ ; ainti l'abaittement du point outrème B est deux foit plut grand que si toutes les sections du solide avaient la même hauteur to.

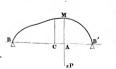
2. Si le solide n'était charge que de son propre poids, qui fût p pour l'unité de volume, alors x'et v' désignant l'abscitée et l'ordonnée d'un point m' prit entre B et m, on avrait  $p \int_{0}^{x} dx'(x-x')v' = \frac{B}{6}v^{2}$ . Differencions deux fois de suite par rapport  $\tilde{\mathbf{a}} \times$ , i viendra  $p \int_{0}^{x} d\mathbf{x}' \cdot \mathbf{v}' = \frac{B}{6} \frac{d \cdot \mathbf{v}'}{d \mathbf{x}'}, p \mathbf{v} = \frac{B}{6} \frac{d^{2} \mathbf{v}'}{d \mathbf{x}'}, \text{ equations of } \mathbf{v} = \mathbf{v} = \mathbf{v}$ tion don't l'intégrale

caprime une parabole dont l'ane est BV.

Il n'y a par plus de difficulté lors que les sections transversales du solide sont des cercles dont les plans se trouvent perpendiculaires à une même droite horizontale et les centres sur cette droite, quand cet sections sont des rectangles semblables, quand la loi des longueurs ou des hauteurs est donnée &.

Quant à la figure qu'affecterait dans la flexion le solide charge sur tout les points de la longueur, on trouve pour l'un et l'autre cat, des équations transcendantes qui donnent v infini, pour x=0; résultats inadmissibles, comme contraires à l'hypothere d'une flexion très-petite.

Solide posé sur Deux appris de vive



3° Lorsque le solide et posé horizontalement sur deux appuis B, B' et charge en M d'un poids &P, en désignant par b la hauteur AM, au point de suspension du poids; par c le demi-intervalle CB del appuis et par j' la distance AC, on aura . .  $B\frac{ab^2}{6} = P\frac{c^2-j'^2}{c}; \ d'on$   $E_{a}/6P(c^2-j'^2)$ 

$$\frac{ab}{6} = P \frac{c^2 - 7^2}{c}; \ d'ou b = \sqrt{\frac{6P(c^2 - 7^2)}{Bac}} \dots (3)$$

dont "bues commune et 18.5."
Superior yor le porte I P mount "ties trepende a un perior
yorkengue de l'internable 18.6, le solute doire lonjours réleter
à ten action; l'internable 18.6, le solute doire lonjours réleter
à ten dation; l'alignation (il de 5), donnée perfectue aux
ellipses était le donne-pott me dir 16.25. On comme cette able
conclupe de pacabolet qui terminant le debte quand en
donnée ma paidet del trémation paclainlient, il len fuit que,
pac elle, le belier argueres un resit de sistetures gostant.

h la belishe était shangé de gests detribué sunfamément bear las longuesse, il decrait éta terminé on detret gourdeur fuel planet et l'éparteur au milieu éravit deravée par l'esporthem (à) de 5, 15, 10.

Ot a retail sharp's que de lon pagnes prints il brant loumet et a destra par la case pretient de pala de parable derrit. lei auch transent de voeticale parlant pue de prints d'appui-L'ipaitheur au vailieur densit "Pc", po étant de paid de l'unité de volumes du dédut et c'a la dessi-invériendle del suppuel. L'observant en dennies lieur, un toldie polt suppuel. L'observant en dennies lieur, un toldie polt suppuel. ment et charge d'un paid Q bas l'actionélé dipuéreuses pur admetters que trais del destions sécurioselales suivas cases-

laint.
Dilignand pan C be dami - longueur A C = BC; pan x, y
bet coordonariest Cp, p. m de les causés que l'ace affeite; pai

E les l'Ache CM de cette courbe et pan x le rayon de la techor hanskealle en m.

Supportent que la tolide ne premue qu'une petite concluse à l'intent où il et post de le rouges, and pouvent simplifier to quettine en attendant eitht encluse à alle d'une are de parabole dont l'équation bouit  $y = \{(-, \frac{N}{2})^2\}$  alors and assert  $B \in \mathbb{R}^{n-1}$ .

$$T^{3} = \frac{4Qf}{2rR} \left( \tau - \frac{\mathbf{X}^{2}}{c^{2}} \right).$$

Le beliebe trea since d'agale rébiliènce, pourru que o test proportennel à VC-X. Le dissociée des bestient dominue, du mibie aux octionités que le terminant en goorbe.

En condolidant convenablement les entrionales des bolides qu'on met on œuvre, il est souvent utile de se rapproches des



formed d'égale réditance, letquelles sont particulièrement progress an fer fonder et aux pieces toumikes à det efforts dirigés perpendiculairement à la longueur. Quant aux pièces comprimées suivant la longueur, il convient, quand la longueur ch grande par rapport à l'épailleur, d'augmentie cette épailleur ves le meliew; mail il faut toujours conterver aux extremités des dimenwant telled que la pression ne puite les ciraber. Il est même avantageux, dans beaucoup de cas de donner à ces extremités la forme d'une embate, qui s'applique contre les plans entre letquels le solide et contenu. Cette desposition tond à procurer an solide le surcroît de résistance qu'el acquiert quand les extremités sont encastrées (Out. 2° de la Note VII).

#### X. Sur le nºn4.

Les memes compiderations l'appliquent enerse auscas de résistance à la flezion, traités, actives 1. et 2° de la note VII et 1.º de la Note VIII.

Grand les premiere cas, en a  $\frac{Q}{AD}$  pour la comprethens dels fibres, due à l'action Q et  $\frac{-VQ}{AD}$  pour la plus grande comprednosse  $\frac{Q}{AD}$ tion provenant de la combure du tolide ; d'où réhelle

$$Q\left(\frac{t}{O} + \frac{AVS'}{\phi_1 \text{ ord} \cdot e\sqrt{\frac{Q}{Q_1}}}\right) \equiv B'. \qquad (4)$$

$$\frac{Q}{a.b'}\left(b + \frac{6g'}{\omega_0} c\sqrt{\frac{nQ}{Aab^3}}\right) = B', \qquad (2)$$

guand la rection et un rectangle. Dans le sound cab,  $\frac{Q}{AO}$  et l'extension commune à toetet let fibres et - VOS , la plut grande extention due à la courbure ;

$$Q\left(\frac{1}{O} + \frac{AVg^2}{\phi}\right) = B'.$$
 (3)

$$Q \frac{b+\epsilon g}{ab^{\epsilon}} = B' \qquad (4)$$

quand la betion du bolide est rectangulaire.

Enfin dans le troitieme cat, let fibret sont d'abord allongées égale ment par la composante parallele à l'asse du solide et l'extension des fibret tituces à la surface univez augmente onsuite par l'effet de la courbure. On obtiendra toujours de la même manière l'équation qui détermine la limite cherchée et que nout nout dispenserons d'evire, parce qu'elle et un peu compliquée.

## Stabilité des Voûtes.

### Préliminaire; v.

figure 1.

monières rechenhes des Pei our l'équilibre du Aintés .

voites ont ou pour objet la figure qui convient à l'équilibre par-

1. Les premières recherches des Gérmètres sur la étabilité des

1810, sur la statique det voutet.

deast compte du frottement et de la cohétion; parce que les formed de voites, qui on dérivent, ou tout inexecutables ou

figure et celle de la chaînette ou de la courbe que forme une chaine priente points fixed; at qu'en gineral, quelles que futtent les puittances

appliquées aux éléments, la figure est celle de la courbe funicalaire, c'est-à-dire, de la courbe suivant laquelle to plierait une corde toughe et inextentible, tollistée par cet mêmes puissances; ce qu'on pouvait faculement prévoir, en observant que l'équilibre d'un système n'en sublitte pas mount, lorque toutet los forces vienness à agir on tont directement contraires. Pour se rapproches de l'état réel det shotet, ils out entrite attribue à la voite une exactleur fine ( Bothet, academie, 1774 -76) et ont cherche les relations outre les forces appliquées aux controirs, la courbe d'intrados et la largeur du joint à un point queleonque, il en rébulté que la loi des forces et l'une des courbes d'intradale et d'astrado étant donnéele, l'autre couche ou la largeur du joint est déterminée, avec cette particularité que à les vouttoies n'étant tournis qu'à la toule action de la pasantour, la tangente à la naitance de l'intradat et contrale, la largeur du joint y devient infinie. M. de Prony a fait voir (Occhitecture hydraulique, 1 in partie, page 161) comment on introductant dans les conditions d'équilibres la contidération du folloment sur les joints, l'infini disparait de l'expression de la largeur des voutsoirs. La plupart de cet recherches ont élé reweilled par Me. Berard, dant l'ouvrage qu'il a public, en

ticulier de chaque voutbon. D'abord en fastant abtraction tant

du frottement que de la cohétion et en suppotant la voute

d'une quaitteur constante, mais infiniment polite; ils out trouve

que ti let éléments ne sont soumit qu'à l'action de la peranteur, la

et parfailement flexible, betyendue par tot catremetet à deux

Elles étaient parement spéculations.

2. Les formules analytiques, dija d'un ordre élevé, auxquelles conduit la condition de l'équilibre partiel, ne pouvent être

I'm grand becourt à la pratique, quand même on y tion-

tilagnent trip de cellel dent en fait utage et qui tent tubordunciés toit à det ciacontlânes locales boit à la facilité de la embleucliène on à d'autres convenances particulières.

Vontable manière Vennesque la querrion; Hation De Pakies.

3. C'est pourquoi les Promètres out moitage la quettion sont un autre point de oue, indique d'ailleurs par l'observation: ne Saltengnant plat à l'équelibre partiel, ils out contidére comme un seul corps continu, plubeurs voubsoirs consecutifs qui futtent tables entre our, le futtent-ils inigalement, ce dont on ne peut contetter la légitimité; et parce que, suivant l'obbervation, une voute que par la conditution ne put subliter d'elle-même, ou dont les preds-droits tont trop faibles pour en soutenir la poutée, se fend was les reins, ils out regarde la partie supérieure comme un coin que tend à carter ou à renverter let partiet inférieures, ainte que les pieds-droits dont ils obtenziont on consignence les dimentions convenables à l'équelibre par la théorie du coin et celle du levier. Cette teletion due à Lahire qui l'a capolie, en 1712, dans les Mamoires de l'Olexdomie, était d'une simplicité téduisante, auti a-t-elle de généralement admise jutqu'à ces derniers temps, par ceup qui de sont occupid de la même matière of elle a terri de bate aux applications qu'ils out faites des principed de la mécanique aux différentes questions concernant les voutes.

Défauts de cette bolisses.

b. Nonmins, la belation de Labiers parte tour deux bypolitiels dynlement graduits; l'abade à u' it pas aux au grul
que la past palle s'alle ou voile to tiene nou malleur del
vaind; la patetièm dat joint de rayetires depande teint de
la forme, que det dumentions de la coute et course vece cel
delineant. Educatio de, pasti depuisseur viego que recennes
commen em coim gour revuente est pastis latisable; de
futtement (éval quarte de la coliticus) modifie l'externe
comment (ou pastigue de la coliticus) modifie l'externe
condicis et past deffeu pour les ampelant de goldene les sur

Beneiges De la methode De Calond armeages er gerfestiklise De ester methode.

has lit autist.

5. Danet inn minusiae has qualquet quallimet relatif in l'Otchitetius (Emus VII det couraged quidentle in l'Otculinia), Culumb Arban paged i dysprisiae let legopotetius des l'abban, a clarche jas les constrictions de manimum et minusum de houste det problèmet de problèmet des problèmets des pro

figure 3.

n. m

par la cohétion et le frottement. Cet habile Ingen la demi-vorite divitée en deux parties par un print q In n dont il determine la position par la condition quitront force horizontale X, appliquée à un point h de la clef et nécettaire pour empécher la partie supérieure toit de descendre le long de ce joint, soit de tourner autour de son intrads, ait la plut grande valeur potible, ce qui lui donne deux maximum dont le plut grand et la limité inférence cherchée Diterminant outsite la polition du joint hypothètique, par la conditions que la force appliquée à la clef et capable soit de faire monter la partie supliceure, le long de ce joint, soit de la faire tourner autour de l'extrados, ait la mindre valeur possible, il obtient deux minimum dont le plus petet et la limite supérieure demandée. La première limite conttitue on mime temps la plut grande prettion on la prettion effective de la voite, contre le point h tandit que le joint qui répond à cette prettion, est le joint de rupture relatif et il ché invent que la voite soutenue en 52, ne poura substos si cette premiere limite ne le trouve par moindre que la seconde. Cette méthode tris-ingeniense of drugie vert l'utilité pratique a l'avan tage non seulement de bannis l'arbiteaire tant de la position du joint de rupture, que du mode d'action deb voubboirt, par conséguent de la valeur de la poutée; mait enevre de condure à une théorie auth exacte que lumineute, qui l'accorde avec let phenominet riell et même let fait prévoit avec toutet land circontances, pourve que l'on contidere let différentes potitions que peut naturellement avoir le point d'application h de la force ou prettien qui te produit à la clef, dans une voite complette, par l'action réciproque det deux moitlet l'une tur l'autre. Coulomb n'a pat developpe sa mettrode; il s'est borne à quelques indications reques qui la laitent imparfaite, et même à en juger par la remarque I du 9XVIII de son memoire, il parait que les premieres épecaves sur la rupture del voittel, épreuvel rapportéel dans la coupe des pierres de Fizier, l'auraient induit à le dékiter de la ginéralité dans laquelle it wait L'abord conque cette méthode.

Elle ampreni les namelles théories fortes sur l'appronnes et en décide

a commercial wave a commercial construction of management and the continued of the continued of the continued of the completened described for his confidence and continued and continue

eiene hyppale uchengue

L'objet qu'on se propose est le Développement et l'application de cette méthode.

let actionst reignogues se contro-balancent; mais que la voute se partage effectivement en plusieurs parties continues qui agistent les unes sur les autres par des points d'appui, de la même mannière que des levieus infleachles et pesants, athemblés à charmières; fait incontestable qui a été gris pour base immédiate de theories que leurs auteurs présentent comme originales, la plupart sans citer Coulomb dont la mélhode révèle ce fait fondamental et à qui appartient le principe etentiel, relatif à la détermination du joint de rupture.

Les théories se fondent principalement sur les expériences de M. Bostard, où les voules avaient constamment une épaisseur de 2 de l'ouverture qui était de 8.º elles supposent, en conséquence, que des deux joints, savoir, coloi de rupture, cestà-dire, de la plus grande pression et coloi autour de l'extrades duquel cette force tend à faire tourner la partie supérieure, l'un ou l'autre se trouve loujours place à la base des la voite, ce qui n'est pas exact; de sorte que ces théories pouvent donner pour stables des voites sujettes à se rompre et doivent, au moins sous ce rapport, être regardées comme déscricules.

7. Il fait done en revenir à la méthode de Ceulomb, mais lui contener sa généralité, primitive et sur-lout considérer les différentes positions de la force appliquée à la clef, afin de ne laitier échapper aucun as de rupture des voules et d'obtoir les conditions caactes et complettes de leur, stabilité.

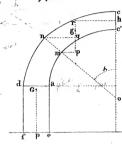
Nous tacherons d'établir la théorie des voules à priori ou indépendamment de l'experience qui ne saurait embrabler tous les cas, et par là d'afranchie du reprache d'incertitude et d'empirisme, cette partie estentielle des la sience des contructions.

Vour plus de facilité nous imaginerons avec Coulomb un joint vaitial, patsant par le sommet de la voite et qui la divide on deux parties égales. Cette hypothèle qui simplifie la question ne nuixa millement à l'exactitude.

# Exposition de la Théorie.

Recherche Des limités de la force qui peut être appliquée à la clef d'une Demi-voute, sous qu'il y air emptues

figure 4.



8. Afin d'allor du simple au composé, nous ne contribèreront d'abord qu'une moitée de voute.

Soit done ac'ed le profil devit d'une demi-voute en berceau; on suppose que les courbes ac', cd de douelle et d'extrador sont données et que les joints tels que mn sont normana à la première courbe; on fait abtraction de la longueur de la voute, ou l'on regarde cette longueur comme égale à l'unité linéaire : il l'agit d'abtigner les limites de la force qui appliquée perpendienlairement au joint vertical cc', en un point donné h, pourra maintenir la demi-voute, on repot, cu egard au frottement et à la cohétion det joints. Regardons les deux parties mnec', mnda reparcel par le joint mn, chacune comme un seul corpt continu et celle - ci comme inchantable sui sa bate ad. Designons par 8 la largeur du joint m. n., par & l'angle noc qu'il fait avec la verticale, par p le poids de la partie supériour mncc', par & l'angle du frottement; par y'la coho sion sur l'unité de surface et par X la force horizontale appliquee on h.

Deux conditions sont nécessaires au repot abbelu du système; l'une qu'il n'y ait glitemenent sur aucum joint ni dans le sens n ni ni dans le sons m n; l'autre qu'il n'y ait relation, pour aucum joint, ni autour du point m ni autour du point n.

g. 1. Par rapport au glithement I et facile de voir que l'équation d'équilibre sera,

X time  $\lambda = p \cos \lambda \mp (p \sin \lambda + X \cos \lambda) \tan p \oplus \mp f'3, \dots$  (1) let signed supericurs on infrieurs agant lieu, selon que le corps  $m n \cdot cc'$  et près de glither dans le sent  $n \cdot m$  on dans le sent contraire  $m n \cdot l$  ette équation donne, pour le premier cas,

$$X = \frac{p \cos((\lambda + \varphi) - \gamma' s \cos \varphi}{\tan((\lambda + \varphi))} \cdot \dots (2)$$

et pour le second,

$$X = \frac{p \cot(d-\varphi) + j's \cot \varphi}{\sin(d-\varphi)} \qquad (3)$$

expressions dans bequelles p et 8 sont des fonctions données dec. De, puisque par la construction même, il existe réclément dans la voûte une suite de joints qui la divient en vousoirs et que la partie supérieure correspondante peut indifféremment glitser sur

1: Expression de la force pour le cas du glissement; limités de sa . valeur.

solide, on obtiendra

$$\mathbf{f} = \frac{\mathbf{c'p}}{a} \cdot \frac{(\mathbf{c} - \mathbf{l})(\mathbf{c} + \mathbf{l})^3}{3\mathbf{c}} - \frac{\mathbf{p}}{a} \left[ \frac{\mathbf{c'}^3(\mathbf{c} + \mathbf{l})}{6} - \frac{\mathbf{c'}^4}{24} \right] - (\mathbf{c} + \mathbf{l}) \tan \varphi;$$

et de ces doux résultats on conclura, par l'élimination,

$$tang. \varphi = \frac{c'p}{\sigma} \frac{(4c^2 - 4\gamma^2 - c'^2)\gamma}{6c}, \ \ f = \frac{c'p}{\sigma} \left[ \frac{(2c^2 - 2\gamma^2 - c'^2)(c^2 - \gamma^2)}{6c} + \frac{c'^3}{24} \right] \cdots (r)$$

La subtilution de cette valeur de toing a dans les expressions précédentes de 3, donnera les équations individuelles des parties BN, NM de la courbe. De ces mêmes capressions, on déduira, par le simple changement de c+j en c-j et réciproguement, cells qui connennent aux parties BN, NM; on connectra donc également la figure de la courbe partielle BM'. La fleche de courbure se trauvea comme au 16°. (1°).

Le point B et relai de la plut grande courbure et où le tolide toud à se rompre ; par consequent on  $\alpha$ 

$$\beta = c' p \left( \frac{c^2 - \gamma^2}{c} - \frac{c'}{2} \right) \dots (2)$$

# V. Jurle Nº68.

Solide supporté par trois ou un plus grand nombre de points d'appui .

P P'

Let appuis reprondent an milieu A et aux extremités M, M de la longueux du solide qui supporte let poids P, P' dans let milieux N, N' de ces deux moitiel. Soient c la demi-longueux AM ou AM' et w l'angle que fait avec l'axe  $A \times$  la tangente à la courbe de flexion, au point A.

Le believe pouvant être regardé comme encablée en A, on aural d'abord pour la partie AN,  $\frac{dy}{dx^*} = P(\frac{c}{2} - x) - cp(c-x)$  et en intégrant

$$A\frac{dy}{dx} = P\left(\frac{cx}{z} - \frac{x^2}{2}\right) - q\left(cx - \frac{x^2}{z}\right) + \lambda \tan g \, \omega, \, dy = P\left(\frac{cx^2}{4} - \frac{x^3}{6}\right) - q\left(\frac{cx^2}{z} - \frac{x^3}{6}\right) + \lambda x \tan g \omega...(2).$$
On aura orbitic power be partic NM,  $A\frac{d^2y}{dx^2} = -q(c-x)$  of on

determinant bet constanted d'intégration par la condition que les valeurs de  $\frac{dy}{dx}$  et de y, qui répondront à  $x=\frac{c}{x}$ , toient égalets à celles qui résultent semblablement des équations (2),

$$\frac{d}{dx} = -q\left(cx - \frac{x^2}{2}\right) + P\frac{c^2}{8} + d \log \omega, dy = -q\left(\frac{cx^2}{2} - \frac{x^3}{6}\right) + \left(P\frac{c^2}{8} + d \log \omega\right) x - P\frac{c^3}{48} + \dots (3).$$

Let equations relative and partiel AN', N'M' de la embe, se déduitent des précédentes (2) et (3), par la substitution de P'aP, de q'aq et le changement du signe de tang  $\omega$ . Cr, let équations des partiel NM, N'M', doivent donner y=0, quand x=c; il

viendra done

$$-q^{\frac{c^*}{5}} + P^{\frac{5c^*}{48}} + \lambda \tan q \, \omega = 0, \quad -q'\frac{c^*}{5} + P'\frac{5c^*}{48} - \lambda \tan q \, \omega = 0 \dots . (4)$$
 d'où et del equations (1), on tree

$$tang \omega = \frac{P - P'}{\Delta} \frac{c^2}{5t}, \ P = \frac{s_2 P + s_2 P'}{3t}, \ q = \frac{15 P - 5 P'}{5t}, \ q' = \frac{-5 P + 13 P'}{5t} \dots \dots \dots (5)$$

Cet valeurs prouvent que les efforts exercés sur les appuis sont endepondants de à ou demeurent les mêmes, quelle que soit la flacibilité du solder, et que l'appuis A supporte seul à tiès-geu près les  $\frac{\pi}{3}$  de la charge totale. En les substituent dans les équations (2) et (3), on connaître completement la figure du solder.

Cett au point A que la courbure et la plut grande et que le tolide tind à le rompre ; égalant donc l'à la valeur de d'ax qui répond à ce point on aura, pour l'équilibre de rébilitance à la rupture, l'équation

$$\beta = \frac{3P + 3P'}{3q} c \dots (6)$$

Sand I'huppothèle P'=P, il vient

$$tang' \omega = 0, p = \frac{22P}{16}, q = q' = \frac{5P}{16} \cdot \dots \cdot (7)$$

$$\beta = \frac{3P}{16} \cdot \mathbf{c} \cdot \dots \cdot (8)$$

Chaque moitié du bolide est dans le nume état que se elle était encastrée, horizontalement à une catremité et appuyée librement à l'autre; cur l'expression (8) quand on y écrit 2P et 2 y au lieu de P et c, revient à l'expression (4) du 96° (66).

#### VI. après le Nº68.

Goemules générales 2e la résistance à la rupture, selon Galilée et Selon Mariotte et Scibnité.

Il n'est pas difficile de timva les formules générales de la rébitance à la ruptine, selon les principes de Paliles et de Mariette et Leibnita.

Falile placait l'an horizontal d'équilibre au point inférieur de la section de rejeture et regardait la force inférieure d'éveloppée en chaque point de celle section comme constante pour tout les points. D'ébignant donc par B la rédétance sur l'unité superficielle; par a la longueur de la section; par 5 sa hauteur; par UU' les ordonnées du contour relatives à l'abseible a et par fi le moment de la rédétance à la regeture, on a

expression qui, borque la section de rectangulaire, dovient  $\beta = B \stackrel{\text{a.b.}}{=} \dots \dots (2)$ 

Selon la thivie attribue à Mariotte et Leibnite, l'axe horizontal d'équilibre patte parcillement par le point inférieur de la section, mais la force intérieure développée on chaque point ett proportionnelle à la distance de ce point à l'axe d'équilibre, on a done on général

$$\beta = \frac{1}{3} \frac{B}{b} \int_{a}^{b} (U^{5} - U^{5}) du \dots (5)$$

et pour le rectangle 
$$\beta = B \stackrel{\mathbf{5}}{=} \frac{\mathbf{5}}{2} \cdots \cdots (4)$$

Let valeurs (2) et (4) de B tont dans le rapport de 3 à 2.

#### VII. Cyres le Nº 80.

Postlemité inférieure du solite est mustele et l'entérnité supérieur étres

1' Supposont que l'artiemité inférieure A du tolide, étant encallier, l'extremité supérieure 10 domeure libre. En désignant par f Indonnée extrême BM, nous aurons à  $\frac{dy}{dy} = Q(f-y)$ , et, en integrant

$$y = f(1-\omega t. \times \sqrt{\frac{Q}{\Delta}});$$

n, if faut aron 
$$y = \mathbf{f}$$
 quant  $\mathbf{x} = \mathbf{c}$ , done  $\mathbf{c} \sqrt{\frac{Q}{d}} = \frac{(\mathbf{z}K + \mathbf{i})^{n}}{2}$ ; if in  $\mathbf{c}$ 

$$Q = \frac{(\mathbf{z}K + \mathbf{i})^{n}}{4} \cdot \frac{d}{d} \cdot \dots \cdot (\mathbf{i}) \quad \mathbf{y} = \mathbf{f} \left[ \mathbf{1} - c_{\mathcal{H}} \cdot (\mathbf{z}K + \mathbf{i})^{n} \cdot \mathbf{x} - \frac{\mathbf{z}}{2} \right] \cdot \dots \cdot (\mathbf{z}).$$

On trouverse, comme on 95°80,  

$$S = e^{\left\{1 + \left[\frac{(zK+1)\pi}{2} \frac{f}{sc}\right]^{2}\right\}}...(3)$$

or 
$$f = 4\sqrt{\frac{2}{Q}}\left[\frac{18}{(4K+1)\eta^2} - \sqrt{\frac{1}{Q}}\right]$$
 ow beau  $f = \frac{18}{(4K+1)^4\eta^4}\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{24(4K+1)^2\eta^4}\right] \cdots (4)$ 

La figure (1) repond à K=0 et  $Q=\frac{Tr^2}{4}\frac{d}{c^2}$ ; la figure (2) à K=1of Q= 2712 at les ordonnées des points retués à 4 et à \$ de AB, soot egales à f et 28. La figure (3) repond à K=2 et ....  $Q = \frac{25 \pi^4}{4} \frac{d}{a^2}$ : les ordonnées des points titués à  $\frac{1}{5}$  et à  $\frac{3}{5}$  de AB, tont igaled à t; celle du point time à 3 at igale à 2 t, et celle

du point titué à to est nulle. Et auch del autres. A longueur égale, le tolide de courberait triment la figure (1), tout un poids égal au quart de celui qui le courberait huivant

la figure (1) du 96° précédent.

2. Lorque l'extremité inférence du tolede est encastrée et l'extremiles superieure maintenues dans la mome vorticale, l'équation du 96.80 exprime l'équilibre de réletance à la flexion; or, comme cette équation de refuse à ce qu'on ait simultanement



S'extremité inférieure est orentrese l'extremité supérieure mointenne de la nome vorticale.

Le Viscotino de la change de Visconte De Passe In Adile.

X=0, Y=0, \frac{3y}{4x}=0, it time trust que la flacion eté impartable.

5' Maint de la frece Q, ou lain d'agus presidement dans le tent
eté l'ace, ou che distante d'une quantilés BM=£, auth preté
qu'en vouden, alors l'impalièm du 42' be anna lans et la valeur
day bour



$$y=f\sin.x\sqrt{\frac{2}{a}}$$
; or eithe value of devant size nelle quand  $x=0$ , on aura  $c\sqrt{\frac{a}{a}}=2K\pi$ ;

$$\varrho = 4K^{\delta}\pi^{\delta}\frac{1}{c^{\delta}}\dots\dots(1) \qquad y = f\left(1-\cos(2K\pi^{\frac{N}{C}})\dots(2)\right).$$

Lupethins day dome logalment 35 = 0, guard x = 0 of guard x = 0 of guard x = 0; par and guard la tingente de la courbe a lactionisti tropolisme est variable, auth bins que la tingente à lactioniste infoliames.

he figure "dynad à Kan et Qui to the first she combure dus point their à 't de 1 MK, éite à deser, les flaches de combure et égale à 21; le paid Q et quadragle de celui qui carberant le ibilité, de la manière indiquée yane les figures (1) dur 12° 80.

Is I've east by c, an bin de c dand Impaction (3 de 2, on steinhouse has be values qui to enqueste à la figure (3) de l'ant 19, ainh le beliebe dont il layt calibration et di by a partiellement et de de l'appartiellement et de l'appartielle

Particulté supérieure n'est plus mon terme Jans le verticule de Portionit



# in . I latinate infrance A an obtate at mastering la prodiction of supports and a super families. On gain forms invariablement on any factor and super families are AB. So just that an comprise and to the MA. Think is to filedine at the support of the support of

$$y=(f+g')(1-cot.x\sqrt{\frac{Q}{a}})$$

Model it faut water your 
$$y=1$$
 represente à  $x=c$ , derive ...

 $\frac{g}{1+g} = \cot c\sqrt{\frac{a}{a}}$ ,  $d'$  roi

$$Q = d \left[\frac{\cot(dq-\frac{a}{2})}{c}\right]^{\frac{1}{a}}$$

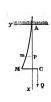
$$Q = d \left[\frac{\cot(dq-\frac{a}{2})}{c}\right]^{\frac{1}{a}}$$

$$f = g\left(\frac{1}{\cot(\sqrt{\frac{a}{a}})} - 1\right)$$
(5)

On mettea dans l'expection de Q le plus petit des ares dont le cotinus obt égal à  $\frac{Q}{1+Q}$ , à moins que certains points du solide ne soient maintinus dans la verticale AB.

La flishe de consbure, produite par un poids donné et proportionnelle à CM. Le poids capable de produire une flèche de courbure, donnée, et en raison involve du carre de la longueur du belde.

S'extremité superieure est encastrée et l'autre extrémité est trée par un point agistant à distance du l'asse.



blide.

5.° Supposons enfin que le bolide boit encakté par son catremité superieure et que le poids Q lui fatte épreuver une tension longitudinale, en mêmes temps qu'il le fait plies; l'équation sora à  $\frac{d^2y}{dx^2} = Q(g-1+y)$ . Soit e la base du système népérieu et, pour abrèger  $Q = y^2$ , l'intégrale sur

$$g-f+y=ce^{y'x}+c'e^{-y'x}$$
.

Or, on dold avoir, an point A, y=0,  $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=0$  et x=0, if an point M, x=c, y=f; done g-f=C+C', o=C-C',  $g=Ce^{fc}+C'e^{-fc}$ ; done the  $C=C'=\frac{g}{e^{fc}+e^{-fc}}$ ,  $f=g\left(1-\frac{z}{e^{fc}+e^{-fc}}\right)$ ,  $y=g\left(1-\frac{z}{e^{fx}+e^{-fx}}\right)$ .

Re solive or oncartée à l'outramité supérioures et chargé v'un poiss à l'outremité inférieure. 1.° Supposont le bolide oncasté à l'extremité supérieure A et chargé du poidé Q à l'extremité inférieure M, le agne de la composante X changues et l'on aura à intégres l'équation  $dv-q^2vdu^2=-p^2udu^2;$ 



Or, l'intégrale (voyer lavair), page 449) est  $v = Ce^{qu} + Ce^{-qu} + \frac{p^2}{q^2} n$ , c'est - a-dire,  $f_{-x} = Ce^{q(c-x)} \cdot Ce^{-q(c-x)} \cdot P^2 \cdot (a-x)$ .

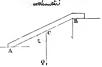
$$f-y=Ce^{q(c-x)}+C'e^{-q(c-x)}+\frac{p^x}{q^x}(c-x)....(1)$$

Mout, an point A, on a x=0, y=0,  $\frac{dy}{dx}=0$ ; of an point M, x=c,y=f; done  $f=ce^{qc}+c'e^{-qc}+\frac{p^{\epsilon}}{q^{\epsilon}}c$ ,  $o=q\left(ce^{qc}+c'e^{-qc}\right)+\frac{p^{\epsilon}}{q^{\epsilon}}$ ;  $\sigma=C+c'$ ; d'où résulte c'=-c,  $c=-\frac{p^{\epsilon}}{q^{\epsilon}(e^{qc}+e^{-qc})}$ , or

$$f = \frac{p^{4}}{q^{3}} \left( q e - \frac{e^{q^{-}} e^{-q^{c}}}{e^{q^{-}} + e^{-q^{c}}} \right) \dots (t), \quad y = \frac{p^{4}}{q^{3}} \left[ q x - \frac{e^{q^{c}} e^{-q^{c}} e^{q(c-x)} + e^{-q(c-x)}}{e^{q^{+}} + e^{-q^{c}}} \right].$$

Solide incline charge entre sero

2°. Les deux guestions précédentes on renforment plusieurs autres: par exemple, celle d'un solide incliné AB, chargé on C, d'un poids Q,



of tupports' horzentalement à bis entremelés A of B. Ce tolide n'a aucune tendance à gléther parce que le puvils ne trabudherait point par ce gléthement. Soint c,c' les longueurs AC,BC; il et clair que les effects exercés en A of B teront  $Q \stackrel{c}{c'}_{c'+c'}$ ,  $Q \stackrel{c}{c_{+c'}}$ . Chaeune des parties AC,BC du bolide pouvra être repardée nomme encastées en C et tollectée à son extremité A ou B par une force égale et contraire à l'effert qui y répond. Clinti la partie AC, qui sera compremée dans le tents de sa longueur, se trouvera dans le meme otat que le tolide contidére (96°89), la force détignée par Q dans ce numéro, étant ici  $Q \stackrel{c}{C} \stackrel{c}{c'}$ ; et la partie BC, qui sera tirée suivant la longueur, se trouve dans le même état que le tolide contidérée (QC, Q), la force détignée par Q dans cet article étant ici  $Q \stackrel{c}{C} \stackrel{c$ 

Il en terait de même du tolide incliné AB, supporté par le point d'appui C, sur leque il ne poit glisser, et chargé à tels catremités A et B, de paids qui se font mutuellement équilibre: la partie BC, qui est compannée se triuve dans le même état que le tolide du 16.89 et le partie AC, qui est étendue, se triuve dans le même état que le solide de l'artible 1.º

$$h'=Q\frac{e^{\tan g E}}{c+c'}$$

huant à l'équilibre de rébitance, chaeune des parties AC, BC et dans le meme état que si elle était encablier on C et sollicités à son autre octrémité par les forces h, g ou-par la force h', done 1° la partie AC, qui et comprimée, sathimile au bolide du 1°.89, les forces débyrées par X,Y,Q dans ce numero, apart ci les valeurs respectives h sin  $\varepsilon + g$  cot  $\varepsilon = Q$  cos  $\varepsilon \left(1 + \frac{c \tan y}{c + c}\right)$ , ... g son  $\varepsilon - h$  cos  $\varepsilon = \frac{c \sin x}{c + c'}$ ,  $\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{h + g^2} = Q\sqrt{1 + \frac{c \tan y}{c + c'}} \frac{\varepsilon}{(c + c')^2}$ ,  $\varepsilon$  la partie BC, qui est pareillement comprimée s'affiniele au même bolide, les forces X,Y,Q ayant les valeurs h sin  $\varepsilon = Q$   $\frac{c}{c}$   $\frac{c}{c}$   $\frac{c}{c}$ .



$$\hat{h} \cot \varepsilon = Q \, \frac{c \, \text{fin} \, \mathcal{E}}{c + c'} \, , \ \sqrt{X^{\frac{1}{c}} + Y^{\frac{1}{c}}} = \hat{h} = Q \, \frac{c \, \text{lang} \, \mathcal{E}}{c + c'} \, .$$

### IX. Sur le N°, 100.

1. Pour déterminer la figure que dans le premier cas le bolide affecterait 1'il fléchithait sous la charge P, on observera que  $A = \frac{A = \frac{1}{2}}{n} = A = \frac{1}{2}$  étant (16.50) le moment d'élasticité de la section que longue p = 0 d'odonnée de la courbe affectée par le solide, l'áquation d'équilibre (16.° cité) devient

$$\begin{split} A & \frac{ab_{x}^{5}\frac{3}{4}}{4c^{\frac{3}{4}}} \cdot \frac{d_{y}^{2}}{dx^{t}} = Px \; ; \; \text{disc} \frac{dy}{dx} = \frac{P}{A} \frac{34c^{\frac{3}{4}}}{ab^{3}} \left(x^{\frac{4}{4}} - c^{\frac{7}{4}}\right), \; y = \frac{P}{A} \frac{34c^{\frac{3}{4}}}{ab^{3}} \left(\frac{x}{2}x^{\frac{7}{4}} - c^{\frac{4}{4}}x + \frac{1}{3}c^{\frac{3}{4}}\right) \text{ of } \\ & f = \frac{P}{A} \frac{8c^{3}}{ab^{3}} \; ; \end{split}$$

ainti l'abaittement du point outrème B est deux foit plut grand que si toutes les rections du solede avaient la même hauteur 5.

2. Si le bolide n'était charge que de son propre poids qui fût p pour l'unité de volume, alors x' et x' désignant l'abstitue et l'ordonnée d'un point m' pui entre B et m, on amait D p  $\int dx'(x-x')v' = \frac{B}{6}v^2$ . Différencient deux fois de suite par rapport à x, il crindra p  $\int dx' v' = \frac{B}{6} \frac{dv'}{dx'}$ ,  $pv = \frac{B}{6} \frac{d^2v^2}{dx^2}$ , aquar tion dont l'intégrale

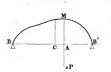
 $v = \frac{p^{x^2}}{2B}$ 

caprime une parabole don't l'ane de BV.

Il n'y a pab plub à defficulté los que les sections transverbales du bolide sont des ceceles dont les plans se trauvent perpendiculariers à une même desité horizontale et les centres sur cette devite, quand cel sections sont des rectangles somblables, quand la loi des lonqueurs ou des hauteurs est donnée & .

" Quant à la figure qu'affectivait dans la flexion le tolide chargé sur tout les points de la longueur, on triuve pour l'un et l'autre cas, des équations transcendantes qui donnent v infini, pour x=0; résultats inadmissibles, comme contraires à l'hypo-thèse d'une flexion très-petite.

Solide posé sur deux appris de riveau



3° lengue le bolde at poté horizontalement sur deux appuis B,B' et charge en M d'un poids 2P, en désignant par D la hauteur AM, ou point de suspension du poids; par C le demi-intervalle CB des appuis et par J' la distance AC, on aura . . . . . .  $B = \frac{LD^2}{C} = P = \frac{C^2 - J^2}{C}$ ; d'on

$$b = \sqrt{\frac{6P(c^2-\gamma^2)}{Rac}} \cdot \dots \cdot (3)$$

et les deux courbes BM, B'M sevent des portions de paraboles dont l'axe commun est BB'.

Supportent que le points 2P pouvant être suspendu à un point quelenque de l'intervalle BB', le solute doine toujours résister à son action; l'ordonnée de la courbe de la face supérieure devra satisfaire à l'apression (3) de b, laquelle représente une ellipse dont le demi-petit anc est  $\sqrt{\frac{BC}{Ba}}$ . Or, comme cette ellipse enveloppe les paraboles qui terminent le solide quand on donne au points des situations particulières, il s'en suit que, par elle, le solide aequeera un exist de résistance persont, ailleurs qu'au point ou le points ou suppondu.

Si le solide était-chargé de poids distribués uniformément sur la longueur, il devrait être terminé en dessus par deux faces planes et l'épaisseur au milieu serait donnée par l'expression (2) de 5,76°, 100.

It is n'était charge que de son propre poids, il beraît lermine en destres par deux postions égales de paraboles, dont les axes reraient les verticales partient par les points d'appui. L'épaitseur au milieu seraît <u>pet</u>, p étant le points de l'unité de volume du solide et c le Bemi-intervalle des appuis.

4°. Controlerons on dernier liew, un volide post verticale - ment of charge d'un paids Q sur l'extrémité supérieure, on admettant que toutes les sections transversales scient circulaires.

Désignant par c la demi-longueur AC=BC; par x,y let coordonnées Cp, pm de la courbe que l'axe affecte; par f la fliche CM de cette courbe et par r le rayon de la tection transvertale en m.

Suppotent que le bolide ne prenne qu'une petite courbure à l'institut où il ets près de se rompre, nous pourrons simplifier la question en assimilant cette courbure à celle d'un are de parabole dont l'équation serait  $y=t(1-\frac{x^2}{c^2})$ ; alors nous aurons  $B^{\frac{nr}{2}}=Qy$ , ou

$$r^3 = \frac{4Qf}{\pi'B} \left( 1 - \frac{\mathbf{X}^2}{e^4} \right).$$

Le solide sera done d'égale résistance, pouvue que r soit proportionnel à  $\sqrt[3]{c^2-x^2}$ . Le diamètre des sections d'iminue du milieu aux outremités qui se terminent en pointe.

En consolidant convenablement les extremités des solides o qu'on met en œuvre, il est souvent utile de se rapprocher des

E C

formed d'égale réditance, letquelles sont particulierement progres au fer forde et aux pieces toumites à des efforts dirigles perpendiculairement à la longueur. Quand la longueur che grande suivant la longueur, il convient, quand la longueur che grande par rapport à l'épaitleur, d'augmenter citte épaitleur vert le milieu; mais il faut trujours conserver aux octrémités des dimensions telles que la pretion ne quitre les écrates. Il est même avantageux, dans beaucoup de cas de donner à cet extremités la forme d'une embate, qui l'applique contre les plans entre léquels le bolide est contenu. Cette désposition tond à procurer au solide le sureroit de résistance qu'il acquiert quand les extremités sort encastrées (les 2° de la Note VII).

## X. Sur le non4.

Car on le shiñe er hange quallèlement. Les memes conhiderations s'appliquent encore auscas de résidà re longueur. tance à la florion, teaités, Articles 1.º et 2º de la note VII et 1.º de la 96ote VIII.

Dans le premier cat, on a  $\frac{Q}{AO}$  pour la comprehens dels fibres, due à l'action Q et  $\frac{\nabla Q}{\delta \log Q}$  pour la plut grande comprehens provenant de la combure du solide ; d'où résulte

$$Q\left(\frac{1}{O} + \frac{AVS^*}{\partial \cot c}\right) = B' \cdot \cdots$$

$$\frac{\varrho}{ab^{4}}\left(b + \frac{\delta g}{\omega d c\sqrt{\frac{\pi \varrho}{Aab^{3}}}}\right) = B' \dots (2)$$

quand la section est un rectangle.

() Fant le towned cat,  $\frac{9}{10}$  et l'extension commune à toutet let fibres et  $-\frac{\text{V98}}{2}$ , la plut grande extension due à la courbuse; d'où

$$Q\left(\frac{1}{O} + \frac{AVg'}{O}\right) = B'. \qquad (3)$$

$$Q \frac{b + \theta g^*}{a b^*} = B' \dots \tag{4}$$

quand la bection du bolide et rectangulaire.

Enfin dans le trostième cat, let fibret sont d'abord allonges également jun la composante jurallele à l'axe du solide et l'extension des fibret situées à le surface unvixe augmente ensuite par l'effet de la courbure. On obtiendra toujours de la même manière l'équation qui détermine la limite cherchée et que nous nous dispenserons d'évrire, parce qu'elle ets un peu compliquée.

# Stabilité des Voûtes.

# Préliminaire; .

19es premières recherches des Pérmètres sur l'équilibre des Writes .

figure 1.



figure 2

Elles étaient purement spéculatives.

1. Les premieres recherches des Geometres sur la stabilité des voites ont en pour objet la figure qui convient à l'équilibre particulier de chaque vouthoir. D'abord en faitant abstraction tant du frottement que de la cohetion et en supposant la voute d'une épaitseur constante, mais infiniment petite; ils ont trouvé que si les éléments ne sont soumis qu'à l'action de la peranteux, la figure est celle de la chaînette ou de la courbe que forme une chaîne petante et parfaitement flexible, subpendue par set extremités à deux points fixed; et qu'en général, quelles que futient les puitsances appliquéed aux éléments, la figure est celle de la courbe funiculaire, c'est-à-dire, de la courbe suivant laquelle se plierait une corde souple et inextensible, sollicitée par ces mêmes puillances; ce qu'on pouvait facilement prévoir, en observant que l'équilibre d'un système n'en subsiste pas moins, lorsque toutes les forces viennesse à agir en sens directement contraires. Sous se rapproches de l'état reel des chotes, ils out enteute attribue à la voute une épaitleur finie (Bottut, Occadémie, 1774-76) et ont cherché les relations entre les forces appliquées aux voubloirs, la courbe d'intrados et la largeur du joint à un point quelconque; il en résulte que la loi des forces et l'une des courbes d'intradale et d'extrados étant donnéele, l'autre courbe ou la largeur du joint est déterminée, avec cette particularité que à les vouttoies n'étant toumis qu'à la teule action de la petantour, la tangente à la naithance de l'intradat et verticale, la largeur du joint y devient infinie. M. de Pronsy a fait voir (Occhitecture hydroulique, 1 au partie, page 161) comment on introduitant dans les conditions d'équilibre la contidération du frollement sur les joints, l'infini disparait de l'expression de la largeur des voutoirs. La pluport de ces recherches ont été remeillies par M. Berard, dans l'ourrage qu'il a public, en 1810, sur la statique del voutet.

2. Les formules analytiques, d'un ordre élevé, ausquelles conduit les condiction de l'équilibre partiel, ne pouvont être d'un grand secous à les pratiques, quand même on y tionderit compte du fostement et de la cohébion; parce que les formes de voûtes, qui on dérivent, ou sont incaceutables ou Nortable manière Venisager la question; solution de Lahire. Silvagnent trop de celles dont on fait usage et qui sont subordonnées soit à des inconstânces boales soit à la facilité de la constauction on à d'autres convenances particulières.

3. C'est pourquoi les Géometres ont envisage la question sous un autre point de vue, indique d'ailleurs par l'observation: ne l'astreignant plus à l'équilibre partiel, ils out contidéré comme un seul corps continu, plutieurs voubloirs contecutifs qui futtent stables entre eux, le futtent-ils inégalement, ce dont on ne peut contetter la légitimité; et parce que, suivant l'observation, une voute qui par sa constitution ne peut sublister d'elle-même, ou dont les pieds-droits sont trop faibles pour en soutenir la poublée, se fend vers les reins, ils ont regarde la partie supérieure comme un coin qui tend à cearter ou à renverser les parties inférieures, ainte que les pieds-droits dont ils obtensient en conséquence les dimensions convenables à l'équilibre par la théorie du coin et celle du levier. Cette solution due à Lahire qui l'a capolée, en 1712, dans les Memoires de l'Ocademie, était d'une simplicité séduisante; auth a-t-elle de généralement admite, jutqu'à cet derniert temps, par ceux qui se sont occupes de la même matière of elle a servi de base aux applications qu'il ont faites des principes de la mécanique aux différentes questions concernant les voutes.

Défants des cettes solution.

A. Nianmoins, la tolution de Sahire porte sur deux hypothèses également grabulet ; d'about il n'est pas vair en génée ral que, le plus faible d'une voûte se trouve au milieu des reins; la position des joints de rupture dopend tant de la forme, que, des dimenhons de la voûte et varie avec cet élément. Ensuite la paetie supérieure n'agit que rarement comme un coin pour renverbee les parties laterales; le fottement (sans parlee de la cohétion) modifie l'action des voussoires et pour suffice pour les empecher de glitter les uns

Bruinpes de la méthode de Culoub, avantáges et gerfectibilité de cetré méthode.

sue les autres.
5. D'ans son momoire sur quelques problèmes relatifs à l'Acchitecture (Come VII des ouvrages présentés à l'Académie), Coulomb s'étant proposé d'apprécies les suppositions de Lahire, a cherche par la consideration des maximum et minimum les limites des pressons horizontales que peut sontenies, à une point de la clef, s'uns se rompre, une demi-voutre dont la forme et les dimensions sont données et dont les voustoies sont retenus

figure 3



que la cohétion et le fattement. Cet habile Ingénieur suppose la demi-volite divibée en deux partiel par un joint queleonque tes to dont el determine la position par la condition que la force horizontale X, appliquée à un point h de la clef et récettaire pour empécher la partie supérieure soit de descender le long de ce joint, toit de tourner autour de son intrade, ait la plut grande valeur potible, ce qui lui donne deux? maximum dont le plut grand et la limité inférieure cherchée Déterminant onbuite la poblion du joint hypothètique, par la condition que la force appliquée à la clef et capable toit de faire monter la partie supérieure, le long de ce joint, soit de la faire tourner autour de l'attended, ait la moindre valeur petible, il dient deux minimum dont le plus petit et la limite supérieure demandée. La première limité conttitue on mime temps la plut grande pression ou la pression effective de la voite, contre le point he tandit que le joint qui répond à cette pretrion, et le joint de empluse relatif et I de évident que la voite soutenue en 52, ne poura subsister si cette premine limite ne be trouve pad moindre que la beconde. Cette méthode tret-ingeniente et dirigie vert l'utilité pratique a l'avan tage non seulement de bannit l'arbitraire tant de la position du joint de rupture, que du mode d'action del voubloirs, par contequent de la valeur de la poutée; mait envore de condure à une théorie auth exacte que lumineute, qui l'accorde avec let phenominal reels et même let fait prevoir avec toutes leurs circonstances, poursu que l'on contidere let différentes positions que pout naturellement avoir le point d'application h de la force ou prettion qui te produit à la clef, dans une voite complette, par l'action récignoque del deux moitéel l'une bur l'autie. Coulomb n'a pat developpe sa méthode; il s'est borné à quelques indications vaguel qui la laithent imparfaite, et nême à en juger par la remarque I du 9XVIII de son memoire, il parait que les premières éprenvet sur la rupture del voited, byrewed rapported dand la coupe det pierres de Frizier, l'auraient induit à te détiter de la ginéralité dant laquelle I wait b'abad conque cette methode.

The ampreni he wanther this ise fairles our legimence or in skiele l'imperfection.

6. En fin let obteractions faited face let grands perett embinists was le fin de sinch decoire, et als suphicerest directles has les requestes det voilet, est contaits que, geberalement paclant, let conficiel et som voilet, est a compactiel pad comme det aviel don't conficiel et som voilet ne le compactiel pad comme det aviel don't conficiel et som voilet ne le compactiel pad comme det aviel don't

les actions recompagned to contre-balancent; mais que la voite se partage espectivement on plusieurs parties continues qui agistent les unes tur les astres par des paints d'appui, de la même manière que des levies inflexibles et posants, altemblés à charmières; fait incontestable qui a été pris pour bale immédiate de théories que leurs auteurs présentent comme originales, la plupart sans cites Coulomb dont la méthode révèle ce fait fondamental et à qui appartient le principe etsentiel, relatif à la détermination du joint de rupture.

Ces theories to fondent juncipalement tur les expériences de M. Boileard, où les voiles avaient constamment une épailteux de 24 de l'ouverture qui était de 8th alles supposent, on contéquent, que des deux joints, savoir, celui de ruyture, c'està-dire, de la plus grande prethon et celui autour de l'extrados duquel cette force tend à faire tourner la partie superrience, l'un ou l'autre se trouve toujours place à la bate de la voile, ce qui n'est pas cases; de sorte que ces théories pouvent donner pour stables des voites sujettés à se rompre et doivent, au moins sous ce rapport, être regardées comme défectueulels.

L'objet qu'on se propose est le Développement et l'application de cette méthode.

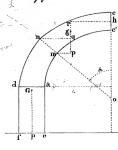
7. Il fait donc en revenir à la méthode de Coulomb, mait lui conseever sa généralité primitive et sur-tout considérer les différentes positions de la force appliquée à la clef, afin de ne taitser chapper aucun cas de rupture des voules et d'obtoir les conditions exactes et complettes de leur stabilité.

Nous tacherons d'établir la théorie des voutet à priori ou indépendamment de l'expérience qui ne saurait imbrabler tous les cas, et par là d'afranchie du reproche d'incertitudes et d'empirisme, cette partie ettentielle des la science des constructions.

Bour plut de facilité nout imaginezant avec Coulomb un joint vertical, pattant par le sommet de la voité et qui la divide en deux parties égales. Cotte hypothèle qui simplifie la question ne nuira millement à l'oxactitude.

# Exposition de la Théorie.

Recharche Des limités de la force qui pout être appliquée à la clef Dime demi-voute, sous qu'il y air suprine fégure 4.



8. Afin d'alla du simple au competé, nous ne contidérecont d'abord qu'une moitée de voute.

Soit donc a CCA le profit droit d'une deme-voûte en berecau; on suppres que les courbes a C, cA de douelle et d'actuades soit données et que les jonts tels que mon sont inormana à la première courbe; on fait abbiaction de la longueux de la voûte, ou l'on regards cette longueux comme égale à l'unité linéaix: il s'agit d'abigner les limites de la force qui appliquée perpondienlaisement au joint vertical cC', en un point donnée h, pouvra maintonis la demi-voûte on repot, cu égard au frêtement et à la cchébion des joints.

Plegardord les deux parties III n CC; M n d. a. Séparces par le joint 110 n., chacune comme un seul corpt continu et celle-ci comme inchranlables sui sa base à d. . O'chignont par 8 la largeur du joint 110 n., par à l'angle 1100 qu'il fait avec la vertuale, par p le poids de la partie supéricure 110 n CC; par v l'angle du frotement; par y la cohé sion sur l'unité de surface et par X la force horizontale appliquée on n.

Dense conditions sont necessaires on repos absolu du système; l'une qu'il n'y ait glitsomenont sur ancun joint ni dans le sont n m ni dans le sont m n; l'autre qu'il n'y ait retation, pour aucun joint, ni autour du point m ni autour du point n.

9. 1. Par rapport au glithement il est facile de voir que l'équation d'équilibre tera,

X time  $A = p \cos A \mp (p \sin A + X \cos A) tange \# 7/3, .....(2)$ let signed supericurs on inferieurs ayant lieu, sclon que le corps m n c c' sit près de glither dans le sent n m on dans le sent
contraire m n. Cette équation donne, pour le premier cas,

$$X = \frac{p \cot(\Delta + \varphi) - \gamma' \delta \cot \varphi}{\tan(\Delta + \varphi)} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (2)$$

et pour le second,

$$X = \frac{p \cot(\lambda - \varphi) + j' s \cot \varphi}{\sin(\lambda - \varphi)}.$$
 (3)

capreblions dans beforelled p ot 5 sont del fonctions donnéed devà. Or, juilque par la contruction même, il exitto reillement dans la voitte une luite de joints qui la divilent en vouboirs et que la partie supérieure correspondante peut indifferemment glibber sur

1. Expression de la force pour le car du glissement, limites de da .

chains done; if the hist qu'un chiendae pour le glitement; les luniste demandies, un délemenant; dans le permer val, le juint auquel répond les peut des presents est peut le peut de sanguer le peut de le terrete cat, le point que de apperte à le plus potité valeur de cette métitements; et de -à-drie, que cel lunist me voir autre des estie métitements; et de -à-drie, que cel lunistiment que comprete de destre que le maniment 6 et le miniment g que comprete de destre que le maniment est aprestiment (3) et 3), envilogéet jeumes del fonction de à, et et de lans que le voite no géthere i ser accum joint, et de dans que les voites no géthere i ser accum jourt, ni dans luns éval ni dans l'unité, th'en donne s'at me dans que le confine que co et us secure.

2. Expressions de la frece gour le cas de la retation; limbes de la valeur patter paint g.,

10, 2º chand an menument des rélations, me étiliquent par

2 la détaine berognétale 112 p ou 114 du centre de grande g,
de 113 100° au jount "113 ou 12, et par y la détaine voitainle
1920 ou q e à la direction de les A caux mêmes paint à journ

1920 ou q e à la direction de les A caux mêmes paint paint

1920 ou que de la direction de la print par respect à cel
paints, de également 4 185, en lemer dent défluelle que l'équettion d'equilibre demus catalisment au joint 121,

$$x = \frac{px - \frac{1}{2}j's^2}{} \dots (4)$$

of relativement an point 1 ,

$$X = \frac{p \times + \frac{1}{2} j' s^2}{-} \dots (6)$$

exprecisions dand beloguelled bit consimbled p. x, y at s boot det forcetions democid de l'ample à bout F l'a maximum de la presnière at E la minimum de la benedic; de bouchet; que pause accesso port, la voille ne transcessi autour de l'aux on l'antée; paris Ta, Ta, persone que X ne visit pad au-debloud du F ni auxchel de F.

Cas Timposthilità de l'équilibre-, limites abolus des le cas contains.

4. It dut de la 2? you be liabellet de la voite hear impolcion con buleneset à l'or n'ai pat 6 te g l' F. E, mai energe C. L e F. L g, afin qu'une mouse grandure puette être composée ou même limpe autre G, g et volte F, L; ou en un met la tabellet éva impollète, à la plut grande I det deux limités externé G. F. cascèle la plut grande I det deux g, f. L; que, dont le cut enteries, le limités deblacé de la free gn'en provens applayeur ou h, tout amque la voite; tour celle plut grande et celte plut grate l'imités tabéfordent à la condition que la première soit mointers que la terrede. Expressions particulières De la force quand la conction est régligée.

12. Corèque pour favorisce la stabilité on néglige la cohesion, laquelle est néellement mulle dans les ovutes récomment constituées, les expections (2) et (3) se réduisent à

$$X = \frac{P}{tang(A \pm \varphi)} \qquad (a),$$

et les expressions (4) et (5) à

$$x = \frac{px}{y}$$
 .... (b).

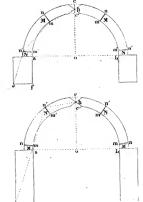
Now designerant energy par  $G,g,F,\xi$  let limited donnéed par les expressions réduites. On se souvendres que les signes + et — de l'esquestion (a) répondent au glittement dans les sons n m et m n respectivement, et que les variables x et y qui entrent dans l'expression (b) se rapportent au point m pour la limite F et au point n pour la limite f.

Remarque sur la position de la force appliquée à la Clef.

13. If the a remarquent que no les deux positions du joint M n auxquelles repondent le maximum 6 et le minimum 6 de la force X, no les valeurs absolutes de cos limites ne dépendent de la position du point d'application n sur le joint vertical c.c.; mais qu'el on est autrement des deux positions de ce joint, relatives aux limites F, f.: ces positions, les valeurs respectives des limites et leur relation de grandeux dépendent de la position du point h sur c.c.! Noves atrignerous plus soin la position du point h, ce qui définira completement la variable y, renfermée dans la famule (b).

Bon une voire complette, aboutonce 14 Pour patter de cel contidérations abtraites à l'état à elle-néme, il n'existe, quant à la relation, que d'une mois partibles réel des choies, rejudentoris-nous une voute on berceau, comde suptines, conditions de leur cristième plette, acb, de forme quelevoque, dividée au tommet, par le

figures 5 et 6.



joint vertical cc', on deux parties égales ca, c. 5. qui ne se souchent que par un seul point h. de ce joint. Les limites de la force horizontale X qu'en pourrait appliques au point h, sont rompre l'une ou l'autre demi-voule, prise ésolement; savoir G, g pour le glissement, F, f pour la retation, et les positions dels joints m, n; M, N correspondant à ces limites, seront données par les formules (a) et (b). Faisons en premier lieu abstraction du glissement, afin de n'avoir à considérer que les limites F, f appartenant à la rotation et les deux joints M, N qui leur repondent. Supportons, pour un moment, que les voiste soit echancies au-dethus et au-dessous du point h, de municie

a germette la retation des deux partiet supérieures n' m m ou le m' n', autour de ce point dans un sent ou dans l'autre, et imaginens que le système, d'abord sontinu, soit tout à comp abandonné à lui-même. Il se présente deux cas à discreter, selon que F n'excèdera pas ou cacèdera £.

Dans le premier cat, il y aura stabilité si F est moindec que f et timple équilibre ti F est égal à f; car det que le suftime est abandonné à lui-même, il te produit au point h, par l'action mutuelle det deux demi-voutet l'une sur l'autre, une prettion qui augmente par degret, mails rapidement, depuis rero jusqu'à la limite F qu'elle atteint nécessairement, puisque, par hypothèle, cette limité F n'excède pas f. ainti, 1º le maximum F, c'est-à-dire, la moindre force horizontale qu'il faille appliquer au point h, pour empecher les parties supérieures aux différents joints de tournes autour det intradot de cet joints, constitue la pression qui se produit effectivement au point h, par l'action réciproques des deuxs demi-voitet, et le joint M relatif à I est celui de la plut grande prettion ou de la prettion effective en ce même point to; il y aura donc réellement stabilité, quand F sera moindre que f et seulement équilibre quand F égalera £. 2° les parties hnm, supérieures aux deux joints M sont retenuel sur cet joints, par la predsion mime I qu'elles exercent réciproquement l'une contre l'autre au point h; 3° cette prettion tend à renverter non tenlement la partie h m'n' supérieure au joint N, par un mouvement de rotation autour de l'entrados de ce joint; mais encore toute la demi-voute hef par un semblable mouvement autour de l'arête exterieure e de la bale. Cout cela te comprendra facilement, si l'on imagine (fig. 5) au lieu del partiel hmn, mn'm', n'ef let leviert hm, mn', n'e attembles à charnières et charge's des poids de ces parties.

Dans le second cas, la pression qui se produira an point h, ne pourra évidenment alternare que la valeur de la limite f, laquelle valeur suffit à l'équilibre, autour du point st, mois non autour du point st, mois non autour du point st; et comme cette probsion tind à l'accroître, puisqu'elle a voiteillement pour limite F qui, par hypothète, surpasse f, il s'en suit que la voite ne pourra se souteur d'elle-même et se rangua. Quant au mode de rupture, il dépondes de la position respection des joints M,N, dont le premier M doit souveir à l'extiados par

l'effet de la rotation de la partie supérieure autour de son intradot, tandit que c'est le contraire pour le becond N; telon que la disposition de cet joints sora  $\left(\frac{M}{N}\right)$  on  $\left(\frac{N}{M}\right)$  (fig. 5 et 6) la rupture t'opérera de manière que les deux point n' (fig. 5) demourant fixed et les deux in s'écartant l'un de l'autre, on que les deux points m (fig 6) demeurant fixed et les. deux n' to rapprochant l'un de l'autre, le point h l'abailrera ou l'eliviras le long de la vertitale 00, d'où il ne tourait

On conçoit done que quand le joint vertical aura toute don 'clinduc ce' et en cat de regiture ou de timple équilibre, le point h, c'et - à - dire le point d'archontement des deux? demi-voilet, ne bra subseptible que det deux stuations extrèmed c et c', puilque, pour toute tituation intermediaire, il n'y aurait pas d'appace libre au-dettut ou au-dettout du point d'acchoutement, et que par conséquent la rotation autour de



interne de leur existence.

ce point trait tout-à-fait impossible. Il est d'ailleurs évident que la position soit absdue tot respective des joints M, N et la grandeur des limetel correspondented F, & varient avec la situation du point h hu cc'; conbervond les notations M, N, F, f, pour la rituation c, et désignant semblablement par M', N', F' f' les joints et les limitet relatives, pour la tituation c'; la conclution tera qu'il cuitte entre la situation c on c' du point h et la position respective det deux joints M, N ou M, N' que répondent à cette tituation, une certaine subordination en consequen ce de laquelle les états d'équilibre et parcillement les model générant de rupture le rédnitent à deux sen-

15. Les conditions de cet états d'équilibre ou de ces moders de rupture consistent on ce que pour la tetration c du point  $h\left(fig/7\right)$  let deux joints auent la disposition  $\left(\frac{M}{N}\right)$  et que pour la tituation c (fig 8) il acent la disposition inverte ( ).

16. Heanmoins and dispositions  $(\frac{M}{N})$  et  $(\frac{N'}{M'})$  ne sont pas d'une nesettite absolue, c'et - a-dire, que la disposition contraire (M) pour la situation c, ou  $\left(\frac{\mathbf{M}'}{\mathbf{N}'}\right)$ , pour la situation c', ne répugne pas absolument à la rupture de la voite ; car le joint N, tup pote au-dettus de M, on le joint N', supposé au-dettout de M', pourrait the supplie par un joint analogue, place au deblow de M ou au-dettut de M', par exemple, ti F turpatiant £, ct N to trouvant au-dettut de M', existait au-dettout, quelque joint analogue à N, pour lequel a valeur de X, quoique plut grande que £, fit expendant oncore moindre que £, il etrebair que la rupture, telon le premier mode, n'en berait pas moint puttible. Il faudra done, quant aux dispositions  $\frac{N}{M}$ ,  $\frac{M'}{N'}$ , conhederer au lieu des minimum £, £ les moindres forces on necettaires pour faire tourner autour de l'extrades des joints inférieurs à M et supériours à M'respectivement, forces que nous désignerons par  $\frac{T}{4}$  et £'.

En agant egard au glittement il y awroit lieu à troit nouveaux modes De rupture. disposems pan & 6 \(\frac{1}{2}\).

17. Sortyn'on, admettea be glittement det vouthird let und sur let auteid, on devea faire entern let force! C et & relatived a cette curcultance physique, on comparacion avec let force! F, F' it \(\frac{1}{2}\), respectivement. D'ailleurs, if the clair que la contideration du glittement introduit avec elle trois nouveau s' model de rupture; 1° par glittement sur le joint D et simultanement par rotation autour des l'intrados de M, mais non de M' parce que les points D'écartant par l'effet de ce glittement, les deux demi voites ne peuvent d'arcbonter qu'en c; 2° par glittement simultanc' sur les joint D, n; 3° par glittement sur le joint D et en meme lemps par rotation autour de l'extrados du joint N ou N'on du moins de quelque joint analogue, plac's unvenablement.

De la disposition respective des joints auxquels répondent les limités pour les rotations. figure 9.

h que

18 La position respective des deux joints M. M' on des deux.
N. N' et généralement determinée; en effet, la force appliquée en c' et dent le moment par rapport à l'intrados de M. équi ... vandrait à celui de F est necettairement mointer que F'; résiproquement, la force appliquée en c et dont le moment par rapport à l'in viodos de M'équiraculait à celui de F, est mointre que F; c'ét à dive qu'on a

 $F\frac{\dot{b}\dot{c}}{\dot{b}\dot{c}} < F', \quad F'\frac{\dot{b}'\dot{c}'}{\dot{b}'\dot{c}} < F \dots (6)$ 

et en multipliant cet inégalités membre à membre, bé. b'c' < 5c'. 5c'; d'où, à caute de bc=cc'+bc' et b'c=cc'+bc', l'on the b'c' L'or. Le joint M'est done toujours au-destus du joint M et l'on démontre somblablement qu'au continuire le joint N'est trujours au-destons du joint N; en sorte que les dispositions de cet joints sont généralement

 $\left(\frac{\underline{M}'}{\underline{M}}\right)_2 \left(\frac{\underline{N}}{\underline{N}'}\right) \cdots \cdots (7)$ 

19e la grandeno relative de ces limites. 19 Det inégatités (6) et de leurs analogues, il rébulle immédiatement qu'on a aussi en général

$$\mathbf{F} < \mathbf{F}', \quad \mathbf{f} < \mathbf{f}', \dots, (g)$$

Se plus group des deux maximums os le plus petet des deux minimum qui reproduct aux points activus du juit vertical out le maximum ou le minimum relativement à tous les points de ce jours.

20. Comme en suppotant que le point \$\(\text{h}\) (fig 5 et 6) passes progrethiement de c'en c', le joint \$\(\mathbf{M}\) arrive par degrés en \$M'; de même la valeur de \$\vec{F}\\$ to rapproche graduellement de celles de \$\vec{F}'\); donc à moint qu'il n'y ait maximum on minimum entre cet c', la plut petite \$\vec{F}\\$ des deux quantités \$\vec{F}\\$ et \$\vec{F}'\\$ augmente continuellement jusqu'à la plut grande \$\vec{F}'\\$. Or, soit \$\vec{c}'\text{h} = 2, les conditions de l'existence d'un maximum on minimum becont, réductions failes,

$$\frac{d\mathbf{X}}{d\lambda} = y \frac{d(p\mathbf{x})}{d\lambda} = 0 \dots (1) \quad \frac{d\mathbf{X}}{dz} = -p\mathbf{x} = 0 \dots (2)$$

puidque l'exprettion de y a généralement la forme  $\hat{\mathbf{f}}(d)+2$ ; mois il n'en existe pas entre  $\mathbf{c}$  et  $\mathbf{c}'$ , ce qui résulte de la discustion de ces équations. Donc la plus grande  $\mathbf{F}'$  des deux quantités  $\mathbf{F}$  et  $\mathbf{F}'$  et le plus grand de lius les maximum de la force  $\mathbf{X}$ , correspondant aux diverses étainient du point  $\mathbf{h}$  sur  $\mathbf{c}\mathbf{c}'$ . Fareillement, la plus petite  $\mathbf{f}$  des deux quantités  $\mathbf{f}$  et  $\mathbf{f}'$  et le moindax des minimum de la force  $\mathbf{X}$ .

Olinh, le maximum et le minimum de X, relatiff à une situation de In entre c et c' terent compris respectivement entre F,F' of f,f'; de même que les joints correspondants tomberent entre M,M' et N,N'. Pour cette situation et avec une valeur égale ou à ce maximum ou à ce minimum, la force X ou empêchera la rotation autour de l'intrades ou ne pourra faire tourner autour de l'extrades d'un joint que clouque, la partie supérieure à ce joint; can tout autre joint que clui auquel répond cette valeur exigerait ou une mondre force ou une plus grande.

Distinction entre le moment de le plus grande pression et le plus grand moment de pression. 21. Pour un nome point I, il y a bien identité ontre le moment de la plus grande pression et le plus grand moment de pression, puis par rapport à un point de la base de la domi-orate; car, puisque le bras de levier de la force horizontale X est donné et constant, le moment de cette force devient un maximum en meme temps qu'elle; nais il n'en est plus de même quand on passe d'un point Ir à un autre et quoique la force F', cepondant le moment de la première qui a un bras de levier plus grand peut surpasser clui de la seconde, ce qui donne lieu de disturguer entre le moment de la plus grande pression et le plus grand moment de pression.

Se plus grand Des Bonor momente de protéines par rapport à les bases du pied-breit, que répondent aune pointé cotromes du jour vertical, est le maninume relationment à tens les pointes du ce joint.

22. Soit toujourd c'h = 2 et destignons par to la hauteur du pued-droit; le moment de la force X appliquée au point h, par rapport à la base du pied-droit, trea

 $m=p \times \frac{b+r+2}{y}$  .... (1) et le maximum ou minimum de ce moment dépendre de b equations

 $\frac{d \mathbf{m}}{d \mathbf{A}} = (\mathbf{b} + \mathbf{r} + \mathbf{z}) \left[ \mathbf{y} \frac{\mathbf{d} (\mathbf{p} \mathbf{x})}{d \mathbf{A}} - \mathbf{p} \mathbf{x} \frac{d \mathbf{y}}{d \mathbf{A}} \right] = 0 \dots (\mathbf{z}), \frac{d \mathbf{m}}{d \mathbf{z}} = \mathbf{p} \mathbf{x} \left[ \mathbf{y} - (\mathbf{b} + \mathbf{r} + \mathbf{z}) \right] = 0 \dots (\mathbf{z})$ 

or, il n'en caille pad entre c et c', ce qu'on voit par la dikultion de cel équations; d'où il suit que le plus grand des deux moments correspondant à ces points et le maximum relatif.

19e la poutrée de la voute et du joint de rupture dans le cas de la stabilité.

23. Lorsque la voite se soutiendra d'elle-même et le trouvera à l'état de stabilité, la prethon naturellement produite au joint vertical cc', et dans laquelle consiste la poussée de la voite, se distribuera sur toute l'étendue de ce joint, du moint is l'appareil est bien oxecute; elle se concentrera en un point intermédiaire à c et c' et alors ne sera autre que le maximum! de la force X appliquée à ce point ot contidérée comme devant empecher soit le glittement soit la rotation, maximum qui, pour le second cas, aura les propriétés énoncées (96°20). Mais parce qu'on ne connaît pat la loi de cette distribution et que par l'imperfection inevitable dans l'execution des joints, l'un ou l'autre des points c et c'enarmemes peut devenir celui d'areboutement des deux moities de la voute, il conviendra, en suppotant la force & appliquée en c, de prendre toujours pour la pretion effective, celle det troit limitet G, F, F, dont le noment par rapport à l'arête extérieure de la bate, sera le plus grands. En contequence, le joint relatif m, M ow M' sera pour noute celui de la poutée de la voute; nous le nommerons particulierement joint de rupture (\*).

De lew Determination.

24. Clinhi, pour avoir la valeur de la poublée, on chercheras les maximum B, F, F' de la force X, relativement toit au glible-ment, soit à la rotation, en supposant dans le second ces, cette force appliquée successivement en c et c', et l'on prendra celuides trois maximum dont le moment sora le plus grand, pour la poublée P de la voûte; la valeur relative de à détarmineras ex même temps la position du joint de rupture.

<sup>(4)</sup> If at claim que si les joints clinient trop moniques à l'imbiailes on à l'actioles, l'accoboutement s'établisait un hant on an bus du joint vertical, et que si l'on chatait des coins. dans les vides, la proteon de répendrait sur differents goints de la largeur de ce joint.

109

Improvince the product which 25 De is que l'on a on général (PC-18)  $\binom{M}{M}$  of  $\binom{M}{M}$  of the testing with two profession  $\binom{M}{M}$  of the part o

 $\left(\frac{N}{N},\frac{M}{N}\right),\left(\frac{N}{N},\frac{N}{N}\right),\left(\frac{N}{N},\frac{M}{N}\right);$ 

d'ailleuré let relationé de grandeux coire; let limitet anaquelles let joint répondeux sont, nom let différentes dispositions, savoir

printime communities 20 in printime was

 $\left(\frac{M}{N}\right)$ ; F < f, F = f, F > f... $\left(\frac{N}{M}\right)$ ; F < f, F > f or = or >

 $\left(\frac{N}{N}\right)$ ;  $F' < \ell'$ ,  $F' = \ell'$ ,  $F' > \ell'$ ..... $\left(\frac{M'}{N}\right)$ ;  $F' < \ell'$ ,  $F' > \ell'$  or.  $= \frac{\ell'}{N}$ .

ble poli, demonst y nitherate la retation verticille activit de la partici de partici de la partici del part

Car de Malike per expert

26. Let aut de Habilité sont

r . . . . . . . . . . . (<u>N</u>, <u>N</u>

quellet que évient d'ailleuré let relations de grandeur entre les différentes lumités;

 $2^{\circ}$ ..... $\left(\frac{M}{N}, \frac{M'}{N'}\right)$  avec F < f;  $3^{\circ}$ ..... $\left(\frac{N}{N}, \frac{N'}{M'}\right)$  avec F' < f';

quellet que brout auth let relativest de grandeux extre let limitet F', F', F', pour le premier de cet deux cat et entre let limitet.  $\mathcal{F}, F, \overline{F}$ , pour le brands.

Dans cet état, l'auboutement, à cause de la compressibilite don't les malériaux sont toujours doubb, pourra devenir intermediaire à c et c', he l'appareil est bien execute, ti non, l'archoutement pourra rester en c ou passer en c'ou devenis encore intermédiaire; mais il devra toujours être centé le trouver à celui de cet deux points, auquel repondra le plut grand moment de pretion (96° 25).

Cas d'équilibre.

27. Les cas d'équilibre se réduisent à cet deux

1. . . . 
$$\left(\frac{M}{N}, \frac{M'}{N'}\right)$$
 are  $F = P$ ; 2. . . .  $\left(\frac{N}{M}, \frac{N'}{M'}\right)$  are  $F = P'$ 

quellet que soient eniore let relations de grandeur entre les limited  $F,f,\underline{f}'$ , pour le premier cat, et entre let limited  $F,f,\overline{f}$ , pour le second.

La rupture tend à l'opérer dans les deux cas, selon le premier et le second mode, respectivement.

Cas de rupture.

28. Les cas de rupture se réduisent pareillement à deux qui sont

$$1^{\circ} \dots \left(\frac{M}{N}, \frac{M'}{N'}\right)$$
 and  $F > f';$   $2^{\circ} \dots \left(\frac{N}{M}, \frac{N'}{M'}\right)$  and  $F' > f';$ 

quellet que soient toujours les relations de grandeur entre les limited F, L, L, pour le premier cal, et entre les limites F, L, E, pour le second.

La rupture l'opère respectivement dans les deux cat selon le premier et le second mode.

29. Outre la condition de Stabilité par rapport à la rotation, il en et une relative au glitlement et qui contitte évidemment en ce que la plut grande det troit limitel C, F, F' soit moindre que la force nécettaire soit pour faire glitter sur le joint n, soit pour faire tourner autour de l'extrados du joint Nou N' ou de quelque joint analogue, placé convenablement (96°19).

It is la demi-voite est portée par un pied-droit, il faudra encore pour la stabilité absolue que le plus grand noment de prettion, par rapport à l'arête catérieure de la babe de ce pied-droit, soit moindre que le moment du systime, par rapport à la même arête.

Remarque sur les joints de rup-ture effectifs et sur la pression réel-lement suzendrée à la clef.

30. On remarquera que ceux det joint m,n, ct M, N ou M, N, suivant lesquels la voute tend à se rompre et celle des limites C et F ou F' qui représenté la plus grande pression n'auront une existence reelle et exclusive qu'autant que la voite se trouvera dant un état trèt-peu différent de celui d'équilibre

Conditions De stabilité De la voite par rapport au glissement sur les joints et au reuversement Le sede pieds-Desith.

car, autrement, la rupture pourra t'élendre à d'autres jointles que coux là et la prettion effectivement ingendrée à la clef pours ne pat atteinder la limite délignée. Par exemple, on fetant abstraction du glittement, to F turpate f et que le junt I toit au-dethil de N, il ne poursa l'ongendrer au sommet de la clef qu'une pression égale à f, puisque cette prettion suffit pour faire tournes la partie supérieure au joint N autour de l'estrades de ce joint; cette prettion, moindre que F, tera incapable d'empirher la partie supéricure au joint M de tourner autour de l'intradel de ce joint; il y aura done rupture à cet deux joints et parce qu'ils te rapportent l'un à un minimum l'autre à un maximum, la rupture l'étendra à cour qui les assissment ; de plut, il exitteia, en géneral, deux joints analogues à M, titués de part et d'autre et auxquell répondra en c, une persison de mime grandeur que I; cet joints collaterane et tout cour qu'ils compronnent outre le joint M soront dans le même at de rupture que lui. Cetto remarque l'accorde avec l'ex périence: on observe que, lors de la rupture, plutieurs joints s'ouvrent exteriourement à l'endroit du joint M et interieurement à l'endroit du joint N et que les premiers sont en plut grand nombre que les autres.

Coconstânces que présente la suptine Tes voites et que l'expluence a fait commâtée.

31 Depuit 1773, il a cte fait beaucoup d'observations et d'experiences sur la rupture des voutes (Personet, Momoire sur be contrement it be decinterment det ponts; Gauthoy; tracte de la construction des ponts; Boistand, Momoires colonies de la bibliothèque det Ponts et Chautters, par Me. Selage, 2. edition; Brondelet, Out de batie; 60"); les expériences de M. Bootland, oxinties on grand, sur des voutes en borecon, des principales formes whites dans la gratique, mais sous la même épaitleur de 1 de l'ouverture sont les plus remarquables de toutes; la rupture y a constamment présents les arconstances suivantes: la force du pottement est telle que la voité to rompt par un mouvement de rotation autour det aretet communed aux partiel qui to reparent et non par un glittement tur les surfaces par lesquelles ces parties te touchest; bodgue la voule to trouve dans un clas trèt-pour different de celui d'équilibre, elle ne te brite généralement qu'en cing endroitt, savoir le joint de la clef, deux joints placed de part et d'autre de la clef, entre elle et let 0

railfances, et les joints des naitsances, ou des bases des piedsdroits, hi cua-ci excitent, enfin, on observe cette alternative, ou la partie supérieure l'abailse et les parties inférieures l'ecavtent par en haut; alors le joint de la clef et cua des naitsances l'ouvrent à l'intrados, tandis que les joints internediaires l'ouvrent à l'actrados; ou bien la partie supérieure se boulève et les parties inférieures se rapprochent; pour lors l'ouverture des joints te fait précisément en sons

Occard de la methode exposée, avec l'expérience.

32. Climbi des modes de rujeture sont récllement tell que nous les avont établis à priori, et dans les voules en berecou des formes communément ubitées, les factivement des materiaux dent elles sont construites, ets effectivement capable de sopposer au glitlement sur les joints. Il est vrai que cet experiences placent le joint de rujeture N ou M'à la rail-sance, mais il faut observer qu'elles ne concernaient que des voules dont l'épaisseur était constante et égale à 14 de l'ouverture.

De l'application des grincipels precècus aux principales question! concernant la statique des vouces. 33. Les principes exposés précédemment renferment la solution des questions relatives à la statique des voûtes. Mont envisagerons d'abord ces questions d'une manière générale, en nous bornant-aux plus importantes. Ensuite nous expliquerons par quelques exemples, une méthode simple et uniforme pour appliquer les solutions générales, aux divers cas particulees qui pouvent-se présentes dans la pratique.

La figure et let dimentiont généralet d'une voite rébultent de la debtination de l'édifie dont celle voite fait partie: l'ouverture, la montée, le cintre de la voite, l'épaitleur au sommet, la hauteur des pieds-droits, la grandeur et la dibtribution de la charge que la voite doit porter, sont autant d'éléments donnés."

# iere question.

Une voute stant données, determiner les joints relatifs aux limites et les valeurs des ces limites.

34. Une voite étant donnée, déterminer les joints relatifi aux limites et les valeurs de ces limites.

Ce bout donc les positions des joints m,n,M,N et M',N', ainti, que les valeurs des limites respectives C,g,F,f et F',f' qu'on demande, lesquelles se détinminent par le moyen des formules générales (a) et (5). A cet égard il faut se rappeler

t' que las formule (3) étem qu'elle et parte avec le légne + ou-, le supporté sus glétiment d'and le son 1722 ou 1921 et d'anner objectiment d'anner de son 1922 et que le formule (5) comprend quatie cet, tolon que le force X obt appliquées on o ou o' et qu'il l'apit de la vetaleur antière des no 23 qui totes que pédiques l'a partie de la vetaleur le partie de la partie de partie de partie de la partie de X partie de la minimant d'appendent aux combinations et et la minimant l'appendent aux combinations et d'appendent aux combinations et la partie de la minimant l'appendent aux combinations et la fait de la combination de la combination aux combinations et la fait de la combination de la combination aux combinations et la fait de la combination de la c

Or comme la voule et donnes, let granteté p et X y, qu'il legille été du joint con du point l'été du point en au du point l'été du point en au du point en point processer tenjuent êté de conseille en fractions de le les copies en de le legille et de copiesient été du le legille et de copiesient étérates ver égalecai à cha la différenté de de despréssibiles, pois faille et de le legille etéra anné détens, la valour de l'épaction anné détens, la valour de l'épaction de l'épaction anné détens, la valour de l'épaction de l'épaction

Cette valeur reporter dans la formule fira connaître la limite relative à ce joint.

Observations two la résolution De cetté quettion.

35. La résolution de cette question donne lieu à plusieurs observations; 1.º on me sera par obligé à tout ce calcul pour le second cat de la formule (a); car il est aité de voir que le joint 1 at en général celui de naittance ; il suffice donc de substituer dans la formule, à la place de d, l'angle d'inclination du joint de noutrance et même, tice joint est horizontal et que of déligne le poids de la demi-voite, I viendra tout de suite g'= q tang 4; 2º la forme de l'expretrion de x étant en général  $\frac{p}{2}$ , celle de l'équation de undition du maximum ou du minimum tera Q dP-PdQ=0 d'ni l'on déduit  $\frac{dP}{dQ} = \frac{P}{Q}$ . Olinh l'on obtendras également la limites cherchée, c'est-à-dire, le maximum au le minsmum de X, par la substitution de la valeur de l'inconnue a, but land l'une toit dans l'autre fraction et l'on préferera celle det deux qui tera la plut timple. De plut, comme l'équation de condition est transcendante, puisque l'are qui meture l'angle à y est mêle avec tot lignet trigonomitriques. il faudra, pour la rétoudre, recourit à la méthode det faut he positions; et in elle to trouvait absurde, ou n'était tales facte que par une valeur de de, tostant des limites nuturelles cost "

de cette variable, alar il n'yaurait que maximum ou minimum relatif; 3° onfin, au lieu des chercher directement les maximum et minimum, on pourra opèrer par tatonnement, en supposant succettivement à l'inconnue à, dans l'expression = , différentes valeurs prises de part et d'autre de la moyenne entre les deux extremes o et  $rac{\Psi}{2}$ , et valeulant les valeurs de X correspondant à celles qu'on aura attribuces à d; sur quoi l'on remarquera qu'il suffet d'avoir la valeur de l'angle i, en nombre entier; parce que, par la propriété des mucimum et minimum, la valeur respective de X n'éprouvera que très-peu de variation sur un aster grand développement du cintre de la voite. C'est ce procéde qu'il fandra suivre borque l'équation de condition se trouvers trop compliquée. D'ailleurs, comme cette équation est généralement satisfaite par plusieurs valeurs de à, ou qu'il existe en même temps plusieurs maximum et minimum, le procédé dont il S'agit, fra de lui même distinguer les uns det antres, ainti que le plus grand des maximum et le plus petit des minimum, soit absolut soit relatifs, ce qui pourra quelquefoit on compenser la longueur.

# 2ºme question.

Nerifier si une voûte proposée se soutiendre d'elle-même

36. Nécifice si une voite propose se soutiendra ou non d'elle - mime.

On déterminera les joints relatifs ava limites G,g,F,f, et F',f' et les valeurs de ces limites, comme il a elé capliqué dans la question précédente.

Cla polo, si, quant a la rotation, la condition  $\left(\frac{N}{N},\frac{M'}{N}\right)$  ou  $\left(\frac{N}{N},\frac{M'}{N}\right)$  avec  $F \leq f$ , ou  $\left(\frac{N}{M},\frac{M'}{N}\right)$  avec  $F \leq f'$  of remplies (7:3) of si, quant au glithement, la plus grande I del tevid similit G,F,F' of moindre que la plus petite I del tevid g',f,f'(7:3), on tera certain que la voute substituta d'elle-meme sur son plan de naithance; car il ne poura y avoir ni rotation autour de l'extrados du joint I0 ou I1 of a plus foste roison autour de l'extrados d'un autre joint queleorque, ni glittement sur le joint I1 of a plus forte raison sur tout autre.

Entuite, la comparaison des forces G, F, F, multipliées par leurs bras de levier relatif à l'arête extérieure de la base du jued-droit (et in & doit être censée appliquée au sommet de la clef) fora connaîtie le plus grand moment de prebtion. Alors, P et B désignant généralement la force et le bras de levier, qui soit les facteurs du plus grand moment, et M le moment de la demi-voite et de son pied-droit, si l'on a M-PB, le système se soutiendra sur sa base, puisque dijà les parties supérieures ne peuvent se désunir et que de plus la poussée de la voite sera incapable de renverses le pied-droit.

# 3 me question.

Determined les dimensions que les pieds-droits doivent avoir poud résisted à la pousse de la voute.

37. Une voite stant suppose stable sur son plan de naissance, déterminer les dimensions que son pied-droit doit avoir pour résistes à la poubles.

Puisque, par hypothère, la voûte et étable sur set naissances, les conditions pour que la rotation et le glitement soient empichés sont satisfaites; d'ailleurs elles ne cetteront pas de l'être l'orsqu'on ajouteras des pieds-droits, puisque cette addition n'influe point sur les quantilés & & et F, £ ou F, £' ni sur la position des joints relatifs; il suffit donc de mettre le pied-droit en état de résistes à la poutsée de la demi-voûte.

Pour celas, PB étant le plus grand moment de prestion, pour rapport à l'arête calérieure de la base du pieddroit, et M le moment total de la demi-voute, caprime en fonction de la houteur et de l'épositieur de ce pieddroit, on potera l'équation

M = PB.....(p)
qui fera connaître l'une des dimensions, savoir, l'épaisseur
E et la hauteur 12 du pied-devit, quand l'autre sera don-

Remarques sur la solution de 38 La cette question.

38 Largue les deux quantiles & et 12 sont obligées et que le premier membre de l'équation ets moindres que le second, alors il faut charger la voieté verd les naissances par un mun suffisamment éleve et dispolé de manière que les joints de rugiures n'en soient pas changés.

Les valeurs négatives que peut donner l'équation sont trangères à la question matérielle et liennent à des contridérations abstraites d'équilibre.

## 4 - question.

Determner la repeter y il font agnetie è la partie infrience, qua compècher la write de gliter sur set mittanes.

3g. Une voute étant étable, à cle pais qu'elle jeur glutine las let joint de millemez, despeld herizontaine, déletermines la rébitaines qu'il avecant d'sjinter à les partie infrieures, jours conjecture et effet.

Celle queblion to relout bans aibment: & client toujours l'augle des frottement, et le goviet de la domi-voute, abtraction foute des pued-deset et le la plus grande prettions, on la plus grande det lint lamités 0,7,8°, on aura l'éguation d'éguilables

#### $L = qr tang \varphi \dots (e)$

Le paidé ez le competent del peidé del dense, partiel lagócisme et influince ous joint de las plus grandespredtim, on caperances a demine, paidé no function det de la largues des joint de mallionese, de l'on cost faire consercitte largues, on de la hautina d'un matrif dent en pourant desgues es joint; l'équations fois committe des valeurs de l'unes on de l'auteus quantité, sufféreit à l'équables.

maniser d'anie égas à le cohéren.

he, basqu'un voudea avris égarde à lu chébém, ou ajuntées au écand manches de l'aquation le terme IS, qui et le predait de la chébém I bar l'unalé de taspase, par l'aixe S.du joint de mathèmes, baquelle quantité S eté auté fonction de la larguer du joint.

Effot June revigantemed word las noutrance on Jun martif ajoral and le più-Iroit

In the Or sumaqueses que le basset d'équilleur de la voité ont le joint de mailleuse, on l'addetim d'un makif poeté par le juide destr n'infalease point due les pedrium à la cifé et par curlèquent contribuses à la stableté par neggors à la sotation du spéline matine du l'acide addriumes de sa bale.

Naleure générales des coefficients Du frottement et du la conésion.

At. On to reggelere auto, que trivant les esperiences de No. Bretline (Carlet de la contientim des ports, par Carlet error 3, page 53) on a finalment trap 4 m o fo tandis que la cololium etc, par metre carel, de logo 4 pour les mortes de chance et labor et de 3 par 4 pour les morties de, chance et annext.

## 5 ~ question.

One visit that smale, virgue to 43. One visit clant downer, alligner be prethow gree sup-

L désignant la plus grande pueblion, on la plus grande des limites G,F,F' et p le poids de la partie supérieuxe au joint que la prepara m, il est aité de voir que la prepara male N, éprouvée par ce joint sera

N=p sin a + I cot a . . . . (h)

Elle se réduit à I pour le joint vertical et au poids de toute la demi-voûte, pour le joint de naithance, supposé horizontal.

### Methode pour appliquer la théorie aux Voutes en berceau, dont le cintre est circulaire.

Methode pour appliquer la théorie ana voutes les plus unitées.

44. Hour indiquerons whe methode simple et uniforme pour expremee les quantités p et px on fonctions de à, dans tous les cas des voutet en berezau, dont le cintre ets circulaire, continu ou discontinu et qui sont extradobles parablelement ou herizontalement ou en chape.

D'abord, comme la longueur de la voûte et indifférente et peut être heppeles égale à l'unité linlaire, le parié de la demi-voûte ou d'eme partie queleongue, comprise entre deux plant de jourt, pra proportionnel à la huface de la partie correspondante du profil général.

Enhuite, pour cet differentet formet d'extradet, la partie III IL, toppérieure au joint indéterminé III II, pourra être contribérée comme la fomme ou la différence de rectanglets, trianglet et tecteur dont un côté tera dans la vertical OC, pathant par le centre du profil et dont en aura à calculer en fonctions de et tot les surfaces, représentant des forces verticales, appliquées aux centres de gravité respectifs, soit les moments par rapport aux points III et II; d'où l'on conclura immédiatement la quantité p et, par le principe des moments, la quantité px ou le moment de la partie III IC.

Le calcul de la surface et du moment d'un rectangle ou d'un triangle en fonction de d, ne présenties pas de difficulté; soit donc moc'un secteur dont le rayon oc'=1, la surface sera ½ 1°20; que s'un imagine ce secteur décompcé par des rayons infiniment proches, en secteur élémentaires, chacun de ceux-ci ayant son centre de gravité sur sa ligne de milieu, aux deux tiers à partit du centre, il s'on suit que le centre de gravité du secteur total moc', ne

different par de celui de l'arc il décrit du centre o avec un rayon =  $\frac{2}{3}$  om, c'et à disc que la distance d' de ce centre de gravité au centre o, sera quatrieme proportionnelle à l'arc m c'= r d du secteur, à la cerder 2 r hin  $\frac{1}{4}$  de cet arc et aux deux ties de son rayon, ce qui donne

$$\int = \frac{4r \sin \frac{1}{2} \lambda}{3 \lambda}.$$

Prenons pour exemple la voûte en plein cintre: ti elle est extradopées parallèlement, la partie mncc', supérieure au joint vidétermine mn, tera égale à la différence des seiteurs onc et omc'; de même le moment de mncc' par rapport à tel point ou à telle lique qu'on voudra, sera égal à la différence des moments de onc et omc', pourvu qu'on donne au bras de leiren les signes convenables. Si la voûte est extradoble de niveau, on aura mn nec'= le rectangle nech, plus le triangle onn', moins la secteur omc', et la même égalité algébrique entre les moments des poids représentés par cet surfaces. Enfin, si l'extrados est en chape, la surface mtdc' ou son moment équivaudra à la différence du triangle odt et du secteur omc', ou de leurs moments.

Les memes considerations s'appliqueront aux voiltes surbailtées, en arc de carele ou en anse de panier.

Determination de l'épaisseur à la clef s'une voute.

45. Une condition etiontielle à la bolidate d'une voûte, c'et que la pierce dont elle est construite présente une résistance sussificante à la pression qu'elle égrouve. Nous avons vue (16:43) comment on évalue la pression occrée sur les joints d'une voûte; en divisant cette pression par la surface du joint, on aura la pression qui répond à l'unité de surface et l'on pourra jugor par-la le l'espèce de pierce employée est capable de résistée; sur quoi l'on obienera que, d'après l'exemple des constructions, la pierce ne doit pus être sommile, à une pression plus grande que to du poids sous leques elle s'écrate dans le caposiences; encore cette presson serait-elle souvent trop forte, parce qu'el faut parce aux omperfections inévitables dans l'execution des voussons, aux députs de la pose et aux allévations que le temps fait épouver aux ma béniaux.

La durcté de la piece, la figure de la voite, som ouverture, sa montée et son braitleur sont des choses qui dépendent les unes des autres. En supposant une dureté moyenne, »

Personnet a donné pour teouver l'épaitleur des pleins untres a extrador horizontal, une règle fondée sur l'observation: prender 1 de l'ouverture, y ajonter 1 th et de la somme retrancher 1th par pied de l'ouverture. Cette règle ett caprimée par la formule

$$e = \frac{5D + 46,777}{44}$$
 (E)

dans laquelle e désigne l'égaisseur et D le diamètre. Elle s'appliquera aux anses de panies pouvre qu'on preme aulieu de D. le double du rayon de l'are du sommet. Meait comme elle donne det épaiteurs trop fortet, det que l'ouverture excede 30% il faudra, au-delà de ce terme, ainti gu'à l'égard des autres genres de voilles, se conformer à la pratique

Recherche du moment de Aabilité.

det contructeurt. 46. L'épaiteur que la théorie attigne aux pieds-devits d'une voute, pour tatifaire à la condition de l'équilibre strict, tornit trèl-indufférante dans la quateque: les giornes ne sont put atter dured pour pouvoir lappuyer fur leurs artes, tand élater; la cohition de la mazonnerie n'est pat telle qu'un jucd-droit puitle se touleure tout d'une pièce en tournant autour de l'arêté extérieure de la bate; il s'en faut bien que le tol de ta fondation soit parfaitement homogène et incomprettible, et à cet circonstances te joignent encore une foule de causes accidentelles de destruction; il est donc absolument necephaire d'augmenter l'épaitseur donnée par la theorie et le principes d'aprèt lequel il paroit notierel de régler cette augmentation, c'ett que le sureroit du moment de la résistance soit propostionnel au moment de la puitonce. Ce surcest qu'en poit appeler le moment de stabilité de la voite de determinera d'ailleurs par l'expérience, en appliquant la thierie à det voutet orienteel et dont la tolidité ait été éprouvée par le temps.

Or, la théorie de Lahire ayant été adoptée det-longtemps par la plupart des Constructours et même appliquée aux voited surbaitleed, movenment quelqued modifications; on a en prendre les résultats pour termes de comparaison.

by. De cette manire on a obtine, your let voutet de moyenne grandew, on plein cinter on surbaithed an tiers of outradothect de niveau, le coefficient de stabilité 1,9; en sorté que la valeur de la poublée, donnée par la théorie, devra

Nature to coefficient to stability of your les withis on planewater on sunduitles et entimosies heriquetale

être multipliée por ce nombre, avant d'être introduité dans l'équation d'équilibre.

Le même conficient 1,9 parait convenir auti pour les

2º Bour les glans cintres entrasories en chaqu.

weitst harbaltist au grunt et artiadeitst henigertalunus. Ar. On, a diterminal de moment de stabilité det plant ciertet actratists on chape, on be emparant aux maggiorst à paudes star Vandone, et en résidle que peux demons à son part desir temple de voitans tabilités qu'au grant dest moment du contributot, le conféssion det deux 2 convens.

le coefficient 2 poursa être supplique à toute grandeux de

De l'agmentation de l'époisseur's reins avec l'ouverture de voitée à l'époeure de la bombe magnitude on the writter of bymans de la bonde.

by Chen by partine to 8 traps aind de la voide, le magadon de Nankaur de à l'épecans, aunt que l'applement
le contide, mais celé partieur sist sugmenter en vanue
temps que le dimensioned de mangalent en pareuri deler
temps que le dimensioned de mangalent en pareuri deler
manser l'augmentations par la thome de la délitioneme
de solidat, comme de l'agrituir de piece continued poètes
obliquement has de appeul et desaggés du manne pavid que
la domi-voite; maid et vaudan muny appliquer à celle
illemanation, le ble et augustell ent tomains de amplitield del volution des appl (19ya 19yas et Monovas
ture de garit suprise de partie (19ya 19yas et Monovas
ture de garit suprise partie), par l'el Panies, Course vauxiben de volution de la celle que colte dans la magnitui de Vaudan
moint égale à celle qui caste dans la magnitui de Vaudan

De la lugeur des formations

50. Ce que mus disont de la largeur det fondations, à l'ocations det must de revitement d'appliquera ici, poursur qu'on remplace de poutées det terisi par la poutée de la

Appendice.

### Appendice.

#### Application de la théorie aux principaux cas de la pratique.

So la mile a plan intre

5. La write on plaise sinter on don't be double a peur peufé dest was donn't inconférence de certe, joint à la bank, de la former l'avantique de la belieble de la la former l'avantique de la belieble de la conférence l'avantique. L'et put trigires celle qu'es s'autit dans la pravique. Lest pu'il l'agit de parti, per example, arance de a l'immunient d'obtiene la pastique de avan, or du paifie de vaite la salaible qui bou la mome montée et la misme avantie et la misme et la

Blim metro carindoté parallelem formules grapes à ce gourse. 52. Hour hypolocomb d'abord que la coûte ait une épailus combante,



On more X = The prime to print The X = The prime to print The X = The prime to print The American Section of single print The year of print The print The prime The prime to print The Y prime to print The year of prime to print The year of the prime to the year of the prime to the year of the year of the prime to the year of the

hient-oc'= 7, 0c=R; le poids de la portien de consonne m n cc', difference del deux besteurs moc', noc sora (76.46).

 $p = \frac{1}{2} \left( R^{\epsilon} - r^{\epsilon} \right) \lambda \dots \qquad (1)$ 

Si contra da quantile gi des 19. 19. 19. 4 à traver avant que aura. La traticus, à la destri og qui divide l'ungle 1900 c'un drave partiel ajados; il l'agot de baltaminer la dellances og . Es mement du traticu 1900, para suggest à deu cautic (1864) le f 3 d'in ¿ à; ulmi du testicas 1900 terre de même. È R'in ¿ à; d'un para le primièges del moments,

$$og = \frac{4(R^3 - r^3)\sin\frac{1}{2} \lambda}{3(R^2 - r^4) \lambda} \dots (1)$$

Och, à coule de gg'=0g' ton  $\frac{1}{4}d$ , on conclus  $gg'=\frac{4(R^2-r^3)\sin^2\frac{1}{4}d}{5(R^2-r^2)d}$ ....(2)

Maintement, m m'= + lin d, om'= + cod; n'n = R lin d, on= R cot d; de plut mp= mm'-gg', nq= nn'-gg' of

$$pr=0c-om'$$
,  $qr=oc-on'$ ;  $ps=oe'-om'$ ,  $qs=oe'-on'$ ;  $pax$  consequent, let formule generales (a) et (b) donner ont  $X=\frac{1}{2}(R^2-r^2)\frac{\lambda}{tang(\lambda+\varphi)}\cdots$  (G),  $X=\frac{1}{2}(R^2-r^2)\frac{\lambda}{tang(\lambda-\varphi)}\cdots$  (G)

$$X = \frac{3r(R^{2}-r^{3})d\sin \lambda - 4(R^{3}-r^{2})\sin^{2}\frac{1}{2}\lambda}{6(R-r\cos\lambda)}(F), \ X = \frac{1}{2}(R^{4}-r^{3})\frac{\lambda}{\tan \frac{1}{2}\lambda} - \frac{1}{3}\frac{R^{3}-r^{3}}{R}.(f)$$

$$X = \frac{\epsilon}{2} \left( R^1 - r^4 \right) \frac{c}{l \cos p \cdot \frac{\epsilon}{2} \dot{\Delta}} - \frac{\epsilon}{2} \frac{R^3 - r^3}{r} \dots (F'), \quad X = \frac{5R \left( R^1 - r^2 \right) \dot{\Delta} \cdot \sin \dot{\Delta} - \dot{\Delta} \left( R^3 - r^3 \right) \sin^{\frac{\epsilon}{2}} \dot{\Delta}}{6 \left( r^2 - R \cdot \cos \dot{\Delta} \right)} \left( f' \right)$$

Rédultaté de la discussion de ces formules

53. En discutant cet expressions on trouve que si v= 37°, le maximum de la première répond à d = 24° environ; que la seconde et la quatrieme ne comportent chacune qu'un minimum relatif; qui repond à  $\lambda = \frac{\pi}{2}$ ; que le troitieme est susceptible d'un maximum absolu, dépendant du rapport R; enfin, que, dans le cas actuel les deux dernières doivent être rejetées.

Formules definitives.

34 Substituant donc les valeurs de à et celle de 0, égalant à zers le coefficient différentiel de la fonction (F), puis observant qu'on peut prendre pour la valeur maximum de X, donnée par cette fonction, le rapport de la différentielle du numerateur à celle du dénominateur, et enfin potant R=K, on aura definitivement

G = 0,1161,  $r^2(K^2-1)$ ...(G), g = 0,5918.  $r^2(K^2-1)$ ...(g)

$$K = \frac{t(K^{2}-1)}{3(K+1)} = \cot A + (1-K\cot A) \xrightarrow{d} \frac{1}{2(\cot A)},$$

$$F = r^{4} \left[ \frac{\tau}{2} (K^{2}-1) (1+\frac{d}{2(\cot A)} \cot A) - \frac{\tau}{3} (K^{3}-1) \right]$$

$$f = r^{4} \left[ \frac{\tau}{2} (K^{2}-1) (1+\frac{d}{2(\cot A)} \cot A) - \frac{\tau}{3} (K^{3}-1) \right]$$

$$(G)$$

Désignant par & et par h l'exaitseur et la hauteur du pied desit, de sorte que B=R+h ou B=r+h; le moment de ce pied droit par rapport à l'arête odérieure de la bake sera  $\frac{1}{2} h \epsilon^2$ ; folons  $\delta = \frac{\pi}{2}$  dans let expressions (1) et (2) a fin qu'elles se rapportent à toute la demi-voute et remarquons que le bras de levier, par rapport à la mêmes arête est E+1-50; l'equation M=PB, deviendra

 $\frac{1}{2}h\,\epsilon^{2} + \frac{1}{4}\pi(R^{2} - r^{2})\,\epsilon + \frac{1}{4}\pi r(R^{2} - r^{2}) - \frac{1}{3}(R^{3} - r^{3}) = PB \dots (h).$ Celles sont les formules propres à la voite en plain cintre d'une épaitleur constantes.

L'équation (p) détermine l'une des quantités & et h par le moyen de l'autre, et comme la moindre épaitleur qu'on puite donner au pied-droit et l'epaitleur même de la voute, ne l'on

voulait tavour quelle valeur de h repond à este limité, en substituerait R-r et R+h ou r+h au lieu de E et de B, dans cette equation qui n'en terait pas moins du premier degré en h et qui donnerait le valeux de este quantité.

Cas où l'extravos est ihangé d'une masser de terre. 55. Il pourrait aniver que le plein cintre fut charge d'une matte de terre éleve judqu'à un certain niveau VV, au-dethul de la clef: alors il fautrait ajouter soit au poids soit au moment de la couronne de majonnerie mncc', le poids ou le moment de la matte de terre ntenv', lequel équivaudra à celui du rectangle nn'vv', plus celui du triangle onn', moins celui du secteur ocn.

Blew intre extravosses horizontalement; formules particulièress.

56. Consider out actuallement to plain winter a extrador horizontal CK. Le prentagene c'm n u c vaut le rectangle Cu.nn', plus le triangle n.0n', moins le tecteur c'o n; somé encore oc'=1, oc=R et l'angle c'om=d, en auron mm'=r son d, n n=R sin d, om'=r cot d, om'=r cot d, om'=r cot d, om'=r cot d, om'=r sin d, om'=r cot d, om'=r cot d, om'=r sin d (1-cot d), om'=r sin d cot d, om'=r sin d cot d.

 $p = \frac{1}{2} R^2 find (2 - cold) - \frac{1}{2} r^2 d;$ 

les distances des centres de gravité de ces surfaces à la verticale cc, tenent respectivement  $\frac{1}{2}R$  tim  $\partial_{r}, \frac{1}{3}R$  sim  $\partial_{r}, \frac{kr}{2}\frac{m^{2}}{2}\frac{\lambda}{2}$ , lesquelles retranchées soit de m m', soit de n n' donneront les bras de levier relatifs au point. m ou n et  $\mathcal{I}$  pan le principe des moments on obtendra directement le moment px. D'ailleurs, on a toujours, par rapport au point c, m'c=pr=R-r cos  $\partial_{r}, n'c=qr=R$  (1-cos  $\partial_{r})$  et pau rapport au point c',  $m'c=ps=r(r-cos \partial_{r})$ , n'c'=qs=r-R cos  $\partial_{r}$ . Vi done, afin d'abregor, on pole  $\frac{R}{r}=K$ , il viendra

p= 1/2 12 sim d [K2 (2-cold) - d ],

et respectivement pour les points m et n,  $p \times = \frac{1}{2} r^3 \left\{ k^2 \sin^2 \lambda \left[ 6 - 3K - (3 - 2K) \cos \lambda \right] + 2 (4 - \cos \lambda) - 3 \lambda \sin \lambda \right\},$ 

 $px = \frac{1}{6} r^3 \left\{ K^3 \sin^2 \alpha (3 - \cot \alpha) + 2 (1 - \cot \alpha) - 3 K \alpha \sin \alpha \right\};$ d'où rébulteront d'abord let expretions

 $\mathbf{X} = \frac{p\mathbf{x}}{r(\mathbf{X} - \omega t \delta)} \cdots (1), \mathbf{X} = \frac{p\mathbf{x}}{R(t - \omega t \delta)} \cdots (2) \, dr \, \mathbf{X} = \frac{p\mathbf{x}}{r(t - \omega t \delta)} \cdots (3), \mathbf{X} = \frac{p\mathbf{x}}{r(t - \mathbf{X} \omega t)} \cdots (4)$ 

selon que la force X résidera en c ou en c'.

Ensuite pour les deux (1) et (4) on fira immédiatement.  $\frac{dx}{d\theta} = 0$ , on developpera et l'on réduira, agres qu'oi l'on remplacera dans ces mêmes expressions  $2(1-\cos\theta)$  par  $\frac{\sin^2 d}{\cos^2 \frac{1}{2}a^2}$ ; mois pour leto deux (2) et (3), on commencera par faire disparaitre le denominateur en effectuant la division; qui s. l'on fira auti  $\frac{dx}{dx} = 0$ ; on obtiendra ainsi les formules,

$$X = \frac{r^2 \sin \delta}{2 \tan g \left( \delta + \varphi \right)} \left[ k^2 \left( 2 - \cot \delta \right) - \frac{\delta}{\sin \delta} \right] \cdot \dots \cdot (C)$$

$$2K^{2}(3-2K)\cos^{3}A - 6K^{2}(r+K-K^{2})\cos^{2}A + 3(r+6K^{2}-2K^{4})\cot A + 3(r-K\cot A)\frac{A}{5imA} = 2K^{4} - 6K^{2}+6K^{2}+K+2)$$

$$F = \frac{r^{4}\sin^{2}A}{6(K-\cot A)}\left\{K^{2}[6-5K-(3-2K)\cot A] + \frac{7}{\cot^{2}\frac{1}{2}}A - 3\frac{A}{5imcA}\right\}$$

$$\frac{A}{5imA} - \frac{8}{3}K^{2}\sin^{2}\frac{A}{2}A = 1,$$

$$f = \frac{1}{6}r^{2}\left\{K^{2}\cot A(x-\cot A) - 6\cot^{2}\frac{1}{2}A + \frac{A}{5imcA} + 3K^{2} + \frac{1}{K}\right\}$$

$$(f)$$

$$2K^{4}co^{3}d_{1}-5K^{5}(1+K)co^{4}d_{2}+3K^{2}(1+2K)cod_{1}+3K(K-cod_{2})\frac{d_{1}}{d_{1}n_{1}d_{2}}=3K^{4}-K^{5}+5K-2,$$

$$f'=\frac{x^{2}d_{1}n_{1}d_{2}}{6(1-Kcod_{2})}\left[K^{5}(3-cod_{2})+\frac{7}{cod_{2}^{3}\frac{1}{L}d_{2}}-3K\frac{d_{1}}{d_{1}n_{2}d_{2}}\right].$$

$$(f')$$

Guant à l'équation (n), un moyen fort simple d'y parvenir, c'est de considérer le moment Il comme compste des moments des rectangles à j, cd, moins celui du secteu à ac'et l'on a sur le

 $\frac{4}{2}(h+R)\,\varepsilon^2 + r(R - \frac{4}{4}\pi^2 r)\,\varepsilon + r^4(\frac{1}{4}R + \frac{4}{3}r - \frac{4}{4}\pi^2 r) = PB \dots (n)$  let quantitét P et B be rapportant ou au point c ou au point c'.

57. L'orique l'extradot horizontal tera charge d'une conche de mazonnerie, de terre blo on aura égand à cette circonstance, en ramenant, pour plus de simplicité, cette couche à une autre de même densité que la mazonnerie de la voûte; mais alors il faudra renoncer aux équations de condition du maximum ou du minimum des expressions (a) et (5), parce qu'elles deviendraient trop compliquées. Ou reste, la mazonnerie qui couvre les reins et la clef doit être regardee comme indépendante de celle de la voûte proprement dité et comme assez

récente pour être susceptible de se comprimer et de permettre, aux vouttoirs inférieurs d'obeir à l'action qu'elle excre sur

58. Délignant par I l'inclination oùt de la chage à la vertiale et par D la hauteur où du sommet à au-dethus de la naithance à. Supposont celle chage d'une majonnerie distincte de celle de la voité et abser récente pour qu'elle puisse se compainer et peter proportionnellement à son époisteur sur

Car où l'extrador est charge d'une conche de majonnerie, terre & ...

Blem cintre catradorsé en chaqe; formules particulières. fyure 11.

chaque partie inférieure de la voîte proprement dité.

Abuthord du point t la perpendicularie tu von cd, noul amend de perpendicularie tu von cd, noul amend de perpendicularie, lim (t+d): tim  $h:D:td=\frac{Dind}{2m(t+d)}$ ; then  $I:td:tu=\frac{Dind}{2m(t+d)}$ . Aims  $I:td:tu=\frac{Dind}{2m(t+d)}$ . Aims  $I:td:tu=\frac{Dind}{2m(t+d)}$ .

have see triangle out town  $\frac{1}{2}D^{\frac{1}{2}}\frac{\sin I \cdot \sin d_1}{\sin (I \cdot n^2)}$ , alle de les in face du triangle out town  $\frac{1}{2}D^{\frac{1}{2}}\frac{\sin I \cdot \sin d_1}{\sin (I \cdot n^2)}$ , we sime  $m \cdot \Delta t = p = \frac{1}{2}D^{\frac{1}{2}}\frac{\sin I \cdot \sin d_1}{\sin (I \cdot n^2)} - \frac{1}{2}I^{\frac{1}{2}}A$ .

To moment de ce quadrilaties me at par rapport au 
point mous a de gapt à les différences del moment du time 
get or du tratice; n, et distinces de la moment de grands de 
cel deux dernières figured à la verticale sont respectivement 
of the of trainist de grand deux, à course de m m'en principalisment 
of the m'en R-rod p, n'e R("cocia), he freue X de applique 
on c, on de m'e = r(-cos), n'em - R colo, it celt freue apr
on c, on de m'e = r(-cos), m'em - R colo, it celt freue apr
on c, on de m'e = r(-cos), m'em - R colo, it celt freue apr
on c, on de m'e = r(-cos), m'em - R colo, it celt freue apr
on c, on de m'e = r(-cos), m'em - R colo, it celt freue apr

 $\frac{\sin \lambda}{2 \tan g(\varphi + \lambda)} \left[ D^{2} \frac{\sin I}{\sin (I + \lambda)} - r^{2} \frac{\lambda}{\sin \lambda} \right] \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (G$ of respectivement power led points m, n,

$$\begin{split} p\mathbf{x} &= \frac{1}{6} \sin^5 k \left\{ \mathcal{D}^{\frac{1}{6} \frac{1}{6 \pi i} \mathbf{I}}_{in} \left[ \mathbf{S} \mathbf{r}_{-} \mathbf{D} \frac{in(\mathbf{I} - \mathbf{I})}{\sin(2i + k)} \right] - \mathbf{r}^4 \left[ \mathbf{S} \frac{1}{6 \pi_i} \mathbf{A}_{-} - \frac{\mathbf{r}^2}{\omega^2 \frac{1}{4} A_i} \right] \right\}, \\ p\mathbf{x} &= \frac{1}{6} \sin^4 k \left\{ \mathcal{D}^4 \frac{\sin \mathbf{I}}{\sin(2i + k)} \left[ \mathbf{S} \mathbf{R}_{-} \mathbf{D} \frac{\sin \mathbf{I}}{\sin(2i + k)} \right] - \mathbf{r}^4 \left[ \mathbf{S} \mathbf{R}_{-} \frac{1}{6 \pi_i} \mathbf{A}_{-} - \frac{\mathbf{r}^2}{\omega^2 \frac{1}{4} A_i} \right] \right\}, \end{split}$$

puis, tolens qu'il l'agricas du print couch,  $X = \frac{PX}{R - rodd}, \qquad (F), \qquad X = \frac{RX}{R(r - cots)}. \qquad (F)$ 

 $X = \frac{px}{r(r-\omega t \lambda)} \cdot \cdot \cdot \cdot (F'), \quad X = \frac{px}{r-R \omega t \lambda} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (f')$ 

I hymatriu (m) d'obtinutes immediatement que la contideration que la mement II se compose de menanti du rectingle aj et du trangle d'ol, mains alai du beteux 200'; d'où rdiulte sint de hite

the + to (D'ting I - to 1 m) E + to D'tang I (I - D lang I) + to 1 to 1 m) = PB. (1),

let quarritet I of B etant apporter as point c on an point o'.

Oland l'acception, on supprime non scalement to potet

to make the most of the second of the second of the potet.

triungels du magnaceuse iXI, mui encere le tiègèque du liere, IKKV, bertque du chape di resurvate d'une couche de cette matière. I our s'implifier et peurs ne pad écuber dur une égration du trichine degré, d'où dépendent à la régueure la verleur de C, on établet let formulet éant tenit compte de sel Noute en anse de panier.

suppressions, ce qui est d'ailleurs en faveur de la stabilité.

59 On appelle anse de panier un cintre composé de plusieurs aret de cercle qui le raccordent. Sa forme se rapproche de celle d'une demi - ellipse, mais a sur cette dornière, ontre autres avantages, celui de produire plus de dégagement vers les naissances, sand augmenter la montée. On donne à une ante de panier 3 ou 5,7 et jusqu'à 11 centres, selon que la montée doit être au-dethul ou au-dethoub du tiert de l'ouverture : par la, en critant des changements de courbure trop marqués et qui beratent d'un aspect débagréable, on diminue encore l'inconvénient attaché à l'ellipse d'exiger un panneau particulier pour chaque lete de vouttoir dans la demi-voite.

Conditions Du Grace.

60. Les conditions auxquelles le trace de l'ante de panier doit satisfaire, sont : 10 que la langente au point extreme de la montée, soit horizontale; 2° que les tangentes aux noissances soient verticales; 3° que les différent ares qui la composont se touchent à leur rencontre.

61. Contidérant d'abord la courbe à troit centres et désignance Crace de lanse de panieva trois centres. par a la demi-ouverture ca, par b la montée cb, par r, r'les figure 12 rayond ob, o'a del and du sommet et de la naithance et par y,



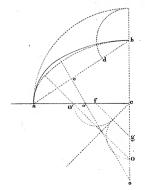
On n'a done que cette seule relation entre x, y ou entre let rayons r, r'; d'où it suit que la question est indeterminee; par consequent, on peut l'imposer une quatrième condition, celle, par exemple, que le rapport du grand aw petit rayon loit un minimum. Or ce rapport n'est autre chose que le premier membre de l'équation (1) write sous la forme,

$$\frac{\mathbf{b}+\mathbf{y}}{\mathbf{a}-\mathbf{x}} = 1 + \frac{\sqrt{\mathbf{x}^2 + \mathbf{y}^2}}{\mathbf{a}-\mathbf{x}}; \qquad (2)$$

sa différentielle égalée à zers donnera (a-x) dy + (b+y) dx = 0,

et réduira celle de l'équation (2) à  $(a-x)(xdx+ydy)+(x^2+y^2)dx=0;$ 

climinant dy , on a



combinant a résultat avec (1) et posant, pour abrigur,  $e=\sqrt{\lambda^2+\beta^2}$ , on trouve

$$x = \frac{b(a-b)}{a+b-e}$$
,  $y = \frac{a(a-b)}{a+b-e}$ 

do

$$r'=e\frac{e-(a-b)}{za}, \qquad r=e\frac{e+(a-b)}{zb} \cdots (3)$$

valeurs dont la construction et fort timple: on prend bd=a-b et sur le milieu e de ad on élève les persondiculaire e 0 qui coupe bc et ac aux centres 0,0' cherchés; car  $ac=\frac{e-(a-b)}{b}$ ,  $bc=\frac{e+(a-b)}{b}$ , et en comparant au triangle abc, les triangles aco', bco qui lui tont tomblables, on retrouve les valeurs de r' et dc r'; par conséguent autic celles de x et dc y.

En detignant par c l'angle coo', on aura evidemment tang  $c=\frac{x}{L}=\frac{D}{D}$ 

It I'm voulait que la différence b+y-(a-x) des rayons fit un minimum, on aurait

$$dx+dy=0$$

et la différentielle de l'équation (1) se réduirait à x dx + y dy = 0;

d'où l'on conclut

$$x=y=(a-b)(1+\frac{1}{v_2}), c=45^\circ;$$

đ

Pour contriuire est valeurs on portera c. 5 en a. f., on prendra cg=cf et let and décrit des centres f et g, avec un rayon égal à la moitie de f. g, déterminerant les centres demandés o'et o; ce qu'il et facile de vérifier.

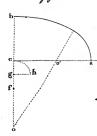
On voit que la différence T-T'=(a-b)(1+V2) des rayons est proportionnelle à la différence a-b de la domi-ouverture et de la montée. Les deux rayons approchant plus de l'égalité, le cirtre aurait une apparence plus agréable; mais comme ils sont moindres respectivement que les précédents, la voite aurait moins de capacité intérience.

Communiment on determine let rayons par la condition que let aid toient chacun de 60°; alort on a  $\sqrt{x^2+y^2}=2x$ ,  $y=x\sqrt{3}$  et l'équation (1) donne

$$x = \frac{1}{2}(a-b)(1+\sqrt{3}).....(5)$$

Cette valeur peut se construire ainst; on poste ac on 5t, sur le milieur g de cf on elive la prependiculaire g n=cg of

figure 13.



de cette variable, alort il n'yaurait que maximum ou minimum relatif; 3° onfin, au lieu de cheriker directament les maximum et minimum, on poura opier par tatonnement, on suppotant luccettivement a l'incomme de, dans l'aprettion P, différentet valeur pritet de part et d'autre de la moyenne entre les deux extremes o et I, et calculant les valeurs de X correspondant à celles qu'on aura attribuces à d; sur quoi l'on remarquera qu'il suffet d'avoir la valeur de l'angle s, en nombre entier; parce que, par la propriété det musimum et minimum, la valeur respective de X n'éprouvera que très-peu de variation sur un ablez grand développement du cintre de la voite. C'est ce procédé qu'il faudra piène bortque l'équation de condition te teouvera trop compliquée. D'ailleurs, comme cette équation est généralement satisfaite par plutieurs valeurs de à, ou qu'il existe en même temps plutieurs maximum of minimum, le procedé dont il s'aget, fra de lui même distinguer les uns det antres, ainte que le plus grand des maximum et le plus petit det minimum, toit absolut soit relatiff, ce qui pourra quelquefoit on compenter la longueur.

## geme question.

Nerfee à une voité propose to touteure Ville-même

uyohe rv - 36. Vheefree si une voitte propoher be boetiendeas on nom us d'elle-mêmes.

On determinera les joints relatif aux limites C, g, F, £, et F, L' et les valeurs de ces limites, comme et a élé caplique dans la question précédente.

Clas gale,  $h_{i}$ ,  $g_{i}$  guart  $\bar{a}$  be retained, be considered  $(\frac{M}{M}, \frac{M}{M})$  and  $(\frac{M}{M}, \frac{M}{M})$  are  $\bar{b} \in \mathcal{L}$ , for example  $(\overline{b}, \overline{b}, \overline{b})$  are  $\bar{b} \in \mathcal{L}$  and  $\overline{b}$  grants  $\bar{b} \in \mathcal{L}$ . The first density  $\bar{b} \in \mathcal{L}$  guart  $\bar{b} \in \mathcal{L}$  and  $\bar{b}$  grants  $\bar{b} \in \mathcal{L}$  and  $\bar{b}$  for  $\bar{b}$  for  $\bar{b}$  and  $\bar{b}$  guart  $\bar{b} \in \mathcal{L}$  and  $\bar{b}$  for  $\bar{b}$  for  $\bar{b}$  for  $\bar{b}$  for  $\bar{b}$  and  $\bar{b}$  guart  $\bar{b}$  gu

Enduste, la comparación des forces G.F.F. multiplices par leurs bras de levier relatifs à l'acète autéricures de la babe du pied-droit (et ici C doit être contre appliquée au sommet

de la clef) faa connaître le plus grand moment de preb tion . alors , P et B détignant généralement la force et le but de levier, qui tout let factions du plut grand moment, et M le moment de la domi-voite et de son pied-droit, si l'on a M > PB, le système se soutiendea sur la bate, puisque dijà les parties superieures ne peuvent se désunir et que de plut la poutée de la voite sora ineapable de renverter be pied-drost.

### 3 me question.

Ditermined les rimentions que les giers-Froits roisent avois poud résistée à la pourse re la voite.

37. Une voite dant supposée stable sur son plan de naillance, determiner let dimentiont que son pied-devit doit avoir pour réliter à la poutée.

Puitque, par hypothèle, la voitte et étable sur set naitsanced, les conditions pour que la rotation et le glittement toient empieched tout tatisfaited; d'ailleurs elles ne cetteront par de l'être l'orlqu'on ajoutera del pieds-droits, puilque cette addition n'influe point sur les quantités G, g et F, f ou F, f' ni bur la position des joints relatifs; il suffet donc de mettre le pied-drott en état de rébitles à la poutée de la demi-voûte.

Pour cela, PB étant le plus grand moment de prestion, pou rapport à l'arête outérieure de la bale du pieddrott, et M le moment total de la demi-voite, caprime en fonction de la hauteur et de l'épailleur de ce pieddroit, on potera l'équation

 $M = PB \dots (n)$ 

qui fera connaître l'une del dimentions, Lavoir, l'epaitleur E et la hauteur Is du pied-droit, quand l'autre tera don-

nques sur la solution de ceté question.

38 Lorsque les deux quantiles & at h sout obligées et que le premier membre de l'équation et moindre que le terni), abort il faut charge la voite vort let naithancet par un mun sufferamment elevé et disposé de manière que les joints de ruptures n'en soient pas changés.

Los valeurs negatives que peut donners l'équation tont teangires à la question matérielle et tionnent à des contiderations abstracted d'équilibres.

Détermines la résistènce qu'il faut ajouter à la partie inférieure, pous empéher la voite de glisser sur ses naissances. 3g. Une voute étant stable, à cla près qu'elle peut glisser sur set joint de naisbance, supposés horizontoux, déterminer la résistance qu'il convient d'ajouter à sa partie inférieure, pour empéches cet effet.

Celle question se résont bien aisoment: « étant toujours l'angle du frottement, « le poids de la demi-voute, abstraction faite du pied-droit et Is la plus grande prestion, ou la plus grande des trois limites C.F.F., on aural'équation d'équilibre

 $L = q toing \varphi \dots (e)$ 

Le poids of se composant des joids des deux parties supérieure et inférieure au joint de la plus grande pression, on caprimera ce demier poids en fonction soit de la largeur du joint de naistance, si l'on veut faire varier cette largeur, ou de la hauteur d'un mastif dont on pourrait charger ce joint; l'équation fera connaître la valeur de l'une ou de l'autre quantité, sufféant à l'équilibre.

manière d'avoid égard à la cohésion.

ho. Losqu'm voudra avoir égard à la chéhion, on ajoutéra au second membre de l'équation le terme J's, qui et le produit de la cohéhion J'sur l'unité de surface, par l'aire s du joint de naithance, laquelle quantité s est auth fonction de la largeur du joint.

Effet J'une surepaisseur vers la naissance on J'un massif ajoute sur le pier-Iroit.

41. On remarquera que le hurcroît d'épailleur de la voûte vert le joint de naiblance, ou l'addition d'un mallif porté par le pied-deoit n'influera point sur la prethon à la clef et par conséquent contribuera à la stabilité par rapport à la rotation du système autour de l'arête extérieure de sa babe.

Naleurs générales des coefficients Du frostement et du la conésion.

42. On the rappelera auth que suivant les experiences de M. Boistard (Cavité de la construction des ponts, pair Gauthey tome I, page 339) on a généralement tang q = 0,76, tandis que la cohétion est, par metre carre, de 6960 49 pour les mortiers de chaux et table et de 3700 49 pour les mortiers de chaux et table et de 3700 49 pour les mortiers de chaux et table et de 3700 49 pour les mortiers de chaux et table et de 3700 49 pour les mortiers de

## 5 - question.

Une voite stant Inule, arigue la 43. Une voite étant donnée, adligner la prethon que suppersion que supporté un joint quelonque porte un joint quelconque. L debignant la plus grande preblem, ou las plus grands del lunitet C,F,P or p la prebl de la paetic superiores ess joint guellorogres 1917, el est aibl de voir que la prestion na male N, pressole par ce joint sera male N, pressole par ce joint sera

N = p tin d + L cot d . . . . (h)

Elle se réduit à 3 pour le joint vertieal et au poidé de toite la demi-voûte, pour le joint de naillance, supposé horizontal.

Methode pour appliquer la théorie aux Voutes on berceau, dont le cintre est circulaire.

Methode pour appliquer la thés aux cristes les plus withes.

beb. Hond indequeend was mellode bingle et unforme pour expresses let quantilé p et px on fonction des, dant test let as det oriet en bossesse, dant le cintre et-circulaire, continue ou étéroliteur et qui bon extendebled parablement ou horizontalement ou on chape.

D'udach, comme la langueux de la voités eté intéflueté et peut ties happels égale à l'unité Andairs la paid de la demi-voité me d'une partie produnque, composite voités du plani de jout, haa proportional à la tanfaes de la partie

consignation to the people of several.

Entitle, proves set difficulted formed bluetaded, be parted
22170% objectioners and just includentials TTD, growners obtained to the production of the control of

So radied be la ten face or do moneyor d'un rectangle our fraction per fonction des processations part des sufficients part des suites des faces to any order de suites de des de suites de des suites de la suite de la suite

differen par de celui de l'arc il décrit du centre o avec un rayon =  $\frac{2}{3}$  om, c'ét-à-dire que la distance  $\delta$  de ce centre de gravité au centre o, sora quatrime proportionnelle à l'arc m c'= r d du secteur, à la corde 2 r sin  $\frac{1}{2}$  à de cet arc et aux deux tiers de son rayon, ce qui donne

 $\delta = \frac{4r \sin \frac{1}{2} \lambda}{3\lambda}.$ 

Prenons pour exemple la voûte en pluir cirtre: ti elle est extradopée parallèlement, la partie Mncc', tuperieuw au jont vidéterminé mn, tera égale à la différence des tecteurs onc et omc'; de même le moment de mncc' pau rappart à tel point ou à telle lique qu'on voudra, tera égal à la différence del moment de onc et omc', pouveu qu'on donne au bras de leven les tignes convenables. Si la voûte est extradoble de niveau, on aura mn ucc'= le rectangle nucn', plus le triangle onn', moins le keteur omc', et la même égalité algébrique entre les moments des poids représentés par as surfaces. Enfin, si l'extrades est en chaqe, la surface mtdc' ou son moment équivandra à la différence du triangle odt et du tecteur omc', on de leurs moments.

Les mêmes contiderations s'appliqueront aux voites surbailéels, en arc de cercle ou en anse de panier.

45. Une condition Montielle à la solidité d'une voite,

c'est que la pierre dont elle est construite présente une résistance sufférante à la pression qu'elle égrouve. Nous avons vu (98:43) comment on évalue la pression occrée sur les joints d'une voute; en divisant cette pression par la surface du joint, on aura la pression qui répond à l'unité de surface et l'on pourra juger par la si l'éspèce de pierre employée est capable de résister; sur quoi l'on observera que, d'apres l'exemple des constructions, la pierre ne doit put être toumise à une pression plus grande que to du poids sous lequel elle s'écrate dans les capociences; encore cette presson terait-elle souvent trop forte, parce qu'il faut purer aux imperfections

Lo duraté de la pierre, la figure de la eville, son ouverture, sa montés et son braitleur sont des choses qui dépandent les unes des autres. En supposant une durelé moyenne, »

inévitables dans l'exécution des vontsoirs, aux défauts de la pole et aux altérations que le temps fait éprouver aux ma-

Detérmination de l'épaisson à la clef d'une voite . Gerenmet a donné pour leinner l'épaiteux des pleins autris à cettades baragnetal, une righe fondes der l'observations; grandes <sub>et à</sub> de l'auscritus, y agentir et et de la donnes extrincher et pas pied de l'auscritus. Elle righe et agorimée par la formale

e = 5D + 46,777 ..... (E)

dant laquelle e détique l'équitant et D le diamètei. Elle lagpliquesa aux antes de passes passes, qu'en presses suites de D le deuble du ragens de l'aze du terrent : Mosit conme elle donne del fraithest tris fatat, del que l'ouvesture cecide 30° il fauteu, qui-dale de ce terme, ainsi, qu'à l'ogard del autété gened de willé, to conformer à la pratique de contributed del autété gened de willé, to conformer à la pratique del contributes.

Necherche du moment du Nabilité.

det constructeurs. 46. L'épaiteur que la théorie attigne aux jieds-droits d'une voite, pour tatitfaire à la condition de l'équilibre thist, torait trid-indufficante dans la pratique: les pierres ne sont pat atter dured pour pouvoir l'appuyer sur leurs arêtes, sans cilater; la cohition de la mazonnerie n'est pat telle qu'un juch-droit puble to toulence tout d'une juice en tournant autour de l'arêté extérieure de sa bate; il s'en faut bien que le sol de sa fondation soit parfaitement homogène et incomprettible, it à ut inconstances to joignent encore une foule de causes accidentelles de destructions; il est donc abslument necessaire d'augmenter l'épaisseur donnée par la theorie et le principe d'aprèt lequel il parait naturel de régles cette augmentation, c'et que le surveoit du moment de la résistance soit proportionnel au moment de la puitance. Ce turcesit qu'on peut appeler le moment de stabilité de la voite de determinera d'ailleure par l'expérience, en appliquant la thisrie à des voutes orientees et dont la solidité ait été éprouvée par le temps.

Or <sup>l</sup>a thérius de Lahire ayant été adoptes dit-leogtényd yar la pluyart det l'arthuetisal et meme applants sues voitet évabaited, mozamant quelquel medifications ; en a ya en grandes de Adollatt pour tenned de comparadon;

by. One cells manière on a cléine, paux les voiles de main-genne grandeux, ou plans-colléi aux harbabbél au less etcalinaballes de niveaux, le coefficient de stabillé 29,5 on detei que la valoux de les paulles, dernese pau les théories, dann que la valoux de les paulles, dernese pau les théories, dann

Naleur In Cofficer se stabilité 19 parri les miles on plan-cutie en surbaille er entradories heriqueste

étec multipliée pou ce nombre, avant d'être introduite dans l'équation d'équilibre.

Le même coefficient 1,9 parait convenir auth pour let writet surbaitlest au quart et extradoblest horizontalement.

2º. Bour les gleurs contres extradorés en chape.

48. On a détaminé le moment de stabilité des pleins cintres extrudosés en chape, en les comparant aux magasins à poudre de Nauban, il en résulté que pour donnes à un jued droit simple la même stabilité qu'au qued-droit muni de contré-fatt, le coefficient doit êtec 2 environ.

le coefficient 2 pourra être applique à toute grandeur de magabins ou de voutes à l'épreuve de la bombe.

De l'augmentation de l'épaiteur aux rims avec l'onverture des voités à l'épreuve de la bombe

49. Chec l'épaitleur de 3 aup reins de la voute, le magain de Nauban est à l'épreur, ainsi que l'expérience le constate; mais cette épaitleur doit augmentes en memo temps que les dimentions du magasin; en pouvoit déterminer l'augmentation par la théorie de la rébitance des solides, comme s'il s'agistait de pieces continues, poécés obliquement sur des appuis et chargées du memo poids que la demi-voute; mais il vaudra mieux appliquer à celle détermination, les lois ausquelles sont soumies les ampliques des oibrations des corps (Voya Pappor et Memoire sur les ponts supendus, par Me. Novier). Eusere sera-t-il bon de vérifier se la différence f-F on f'-F'est au moins égale à celle qui ceitte dans le magasoir de Nauban.

De la largens des fondations

50. Ce que nous disont de la largeur des fondations, à l'occasion des murs de revêtement s'appliqueron ici, pourvu qu'on remplace la poussée des terres par la poussée de la mitte

Appendice.

## Appendice.

# Application de la théorie aux principaux cas de la pratique.

Do la vonte ou plein cintre.

51. La voute en plein cintre on dont los douelle a pour profil droit une demi-circonférence du cercle, joint à la beauté de la forme l'aventage de la solidité et de la facilité de la constitución: néanmoins elle n'est pas toujours celle qu'en choilet dans la pratique: loriqu'il s'agit de ponts, par exemple, comme de a l'inconvénient d'obstruer le pastage des cours, on lui préfix les voutes trabaitées qui sous la même montée et la même ouverture oftent un plus grand débouché.

Plim intre catémbotte parallelement; formules propres à ce genre.

52. Hour hyppherons d'abord que la voitte ait une épailseur constante.

figure 10.

On awa x=mp pour le point m, x=mq pour le point n, quel que soit celui des point c,c' dont il s'agith; mais on aura y=pr pour le point m, y=qr pour le point n, quand il s'agira du point c et y=ps pour le point m, y=qs pour le point n, quand il s'agira du point c', d'ora on parties du rayon des tables l'are qui mesure l'angle  $m \circ c'$ . Cette notation est générale.

boient oc'=r, oc=R; le poids de la portion de couronne m n cc', différence det deux secteurs m oc', noc sera (16.46).

Se centre de gravilé g de mnce', se trouve amb que ceux det tecteurs, sur la droite og qui divide l'angle moc' en deux parties égales; il l'agit de delammer la distance og. Le moment du tecteur moc, par rapport à son centre (16°46) et  $\frac{2}{3}$   $r^3$  sin  $\frac{1}{3}$  a; celui du tecteur noc tora de même . . .  $\frac{2}{3}$   $R^3$  sin  $\frac{1}{3}$  a; done, par le principe des moments,

$$og = \frac{4(R^3 - r^3) tin \frac{7}{2} d}{3(R^2 - r^2) d} \dots (7)$$

Oelà, à cause de gg'= 0g sin 12 d, on conclut

$$gg' = \frac{4(R^3 - r^3) \sin^2 \frac{1}{2} \lambda}{3(R^2 - r^3) \lambda} \dots (2)$$

Maintinant, m m'=r tin d, o m'=r cot d; n'n'=R in d; on=R cot d; de plut mp=mm'-gg', nq=nn'-gg' et

$$pr = 0c - 0m', \ q \ r = 0c - 0n'; \ ps = 0c' - 0m', \ qs = 0c' - 0n';$$

$$pas, consequent, let formulet generalet (a) et (b) downerout$$

$$X = \frac{1}{2} (R^2 r^2) \frac{\partial}{\tan g(h + \varphi)} \cdots (G), \quad X = \frac{1}{2} (R^2 - r^2) \frac{\partial}{\tan g(h - \varphi)} \cdots (G)$$

$$X = \frac{3r(R^2 r^3) \partial \sin \partial - 4(R^3 r^2) \sin^2 \frac{1}{2} \partial}{6(R - r \cos h)} (F), \quad X = \frac{1}{2} (R^2 r^4) \frac{\partial}{\tan g \frac{1}{2} \partial} - \frac{1}{3} \frac{R^3 r^3}{R}. (f)$$

 $X = \frac{1}{2} (R^{2} - r^{4}) \frac{\partial}{\partial \log \frac{1}{2} d} - \frac{1}{3} \frac{R^{3} - r^{5}}{r} \dots (F'), \quad X = \frac{5R(R^{2} - r^{4}) \partial \sin \partial \omega - \delta (R^{3} - r^{5}) \sin \frac{1}{2} d}{6 (r - R \cos d)} (f')$ 

Rebultate de la Sidention de est formules

53. En discutant ces connections, on trouve que si  $\varphi=37^\circ$ , le maximum de la première repond à  $d=24^\circ$  environ; que la seconde et la quatrieme ne comportent chacune qu'un minimum relatif, qui répond à  $d=\frac{T_2}{2}$ ; que le troitième et subceptible d'un maximum absolu, dépendant du rapport  $\frac{R}{2}$ ; on fin, que, dans le cas actuel les deux dernières doivent être rejetées.

Formules definitives

54 Subtituant donc les valeurs de à et elle de 0, égalant à zons le coefficient différentiel de la fonction (F), quis observant qu'on peut prendre pour la valeur maximum de X, donnée par cette fonction, le rapport de la différentielle du numérateur à celle du dénominateur, et enfin posant  $\frac{R}{2} = K$ , on aura définitivement

G = 0,1161.  $r^2(k^2-1)$ ....(G), g = 0,5g18.  $r^2(k^2-1)$ ....(g)

$$K - \frac{z(K^3 - 1)}{3(K + 1)} = \cot \lambda + (1 - K \cot \lambda) \frac{\partial}{\partial (n, h)}, \dots$$

$$F = r^x \left[ \frac{1}{x} (K^2 - 1) \left( 1 + \frac{\partial}{\partial (n + h)} \cot \lambda \right) - \frac{\tau}{3} (K^3 - 1) \right]$$

$$f = r^x \left[ \frac{\tau}{3} 7854 \cdot \left( K^2 - 1 \right) - \frac{\tau}{3} \frac{K^3}{k} \right] \dots (f)$$

Oblignond par  $\varepsilon$  et par h l'expailteur et la hauteur du pied droit, de sorte que B=R+h ou B=r+h; le moment de ce pied droit par rapport à l'arête ordineure de sa bah sera  $\frac{1}{2}h\, \varepsilon^2$ ; fotons  $\delta=\frac{\pi^2}{2}$  dans les expections (1) et (2) afin qu'elles se rapportent à toute la demi-voute et remarquons que le bras de levier, par rapport à la même arête et  $\varepsilon+r-g\,g'$ , l'équation, M=PB, deviendes

 $\frac{1}{2}h \epsilon^2 + \frac{1}{4}\pi'(R^2 - r^2) \epsilon + \frac{1}{4}\pi r(R^2 - r^2) - \frac{1}{3}(R^3 - r^2) = PB \dots (p)$  Celled sont les formules propres à la voite en plein cintre d'une épaisteux constante.

L'équation (p) détermine l'une det quantité E et 1 par le moyen de l'autre, et comme la moindre épaitheur qu'on juith donner au gied-droit et l'épaitheur même de la voûte, ir l'on voulais savour quelle valeur de h répond à cette limité, en substitueroit R-r et R+h ou r+h au lieu de E et de B, dans cette séguation qui n'en serait pas moins du premies degré en h es qui donnerait la valeux de cette quantité.

Cas où l'extrados est ihanzé d'une masse de terre. 55. Il pourait ariver que le plein cintre fut chargé d'une matte de terre deve julgu'à un certain nivau VV, au-dethut de la clef: alors il fautrait ajouter soit au poids soit au moment de la couronne de maçonnerie mncc', le poids ou le moment de la matte de terre ntcnv', lequel équivaudra à celui du rectangle nn'vv', plus celui du triangle onn', moins celui du secteur ocn.

Blew cintre extraDottle horizontalement; formules particulieres.

an section och. It is settlement to plain einter a catical of harizontal C.K. Le pentagene c'm n n.c. vaut be rectangle Cu.n.n., plus le triangle non', moins le tecteur c'on; trient encore oc'=r, oc=R et l'angle c'om=d, on auras mm'=r sin d, nn=R sin d, om'=r cos d, on'=R es d; les surfaces du rectangle, du triangle et du tecteur l'exprimeront par  $R^2$  sin d (1-cos d),  $\frac{1}{2}$   $R^2$  sin d cos d,  $\frac{1}{2}$   $R^2$  sin d cos d.

p= 1 R2 hind (2-cold) - 1 r2d;

les distances des contres de gravité de ces surfaces à la vorticale oc, teront respectivement  $\frac{1}{2}R$  sim  $\partial_{x}, \frac{1}{2}R$  sim  $\partial_{x}, \frac{h r sim^{2} + 2}{2} \partial_{x}$ , les quelles retranchées soit de m m, soit de m m donneront les bras de levier relatifs au point. m ou m et  $\mathcal{F}$  par le principe des moments on obtendra directement le moment px. D'ailleurs, on a toujours, par rapport au point c, m'c=pr=R-r cos  $\partial_{x}$ , n'c=qr=R (1-cos  $\partial_{x}$ ) et par rapport au point c', m'c=ps=r, m'c=r, m'c=r,

 $p = \frac{1}{2} r^2 \sin \lambda \left[ K^2 (2 - \cot \lambda) - \frac{\lambda}{\sin \lambda} \right],$ 

of respectivement pour les points m of n,  $px = \frac{1}{6}r^3 \left\{ k^2 \sin^2 \lambda \left[ 6 - 3K - \left( 3 - 2K \right) \cot \lambda \right] + 2 \left( 3 - \cot \lambda \right) - 3\lambda \sinh \lambda \right\},$ 

 $px = \frac{1}{6} r^3 \left\{ K^3 \sin^2 \alpha (3 - \cos \alpha) + 2 (1 - \cos \alpha) - 3 K \alpha \sin \alpha \right\};$  d'où rébulterent d'abord les expressions

 $\mathbf{X} = \frac{p\mathbf{x}}{r(\mathbf{k} - \omega t \delta)} \cdots (1), \ \mathbf{X} = \frac{p\mathbf{x}}{R(\mathbf{r} - \omega t \delta)} \cdots (2) \text{ of } \mathbf{X} = \frac{p\mathbf{x}}{r(\mathbf{r} - \omega t \delta)} \cdots (3), \ \mathbf{X} = \frac{p\mathbf{x}}{r(\mathbf{r} - \delta \omega t \delta)} \cdots (4)$ 

selon que la force X résidera en c ou en c'.

Entuito pour les deux (1) et (4) on fira immédiatement.  $\frac{dx}{d\phi} = 0$ , on developpera et l'on réduira, après qu'oi l'on remplacera dans cet mêmes expressions  $2(1-\cos\theta)$  par  $\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\frac{1}{2}}$ ; mais pour

lelo deux (2) et (3), on commencera par faire disparaitre le denominateur en effectuant la division; puis l'on fire with dx =0; on obtiendra wints let formules,

$$X = \frac{T^{4} \sin \lambda}{2 \log (\lambda + \phi)} \left[ K^{4} (2 - \omega / \lambda) - \frac{\lambda}{\sin \lambda} \right] . \quad (G)$$

$$\begin{split} & \mathbb{E} h^{*}(2\!-\!2\,K)_{col}^{2} A\!-\!6\,h^{*}(r\!+\!K\!-\!K^{*})_{col}^{2} A\!+\! 2(r\!+\!6\,h^{2}\!-\!2\,h^{2})_{col}^{2} A\!+\! 3(r\!-\!K_{col}^{2} A)_{dim,A}^{2} -\!2\,h^{*}_{col}^{2} -\!6\,h^{2}_{col}^{2} A\!-\!2\,h^{*}_{col}^{2} A)_{dim,A}^{2} -\!2\,h^{*}_{col}^{2} -\!6\,h^{2}_{col}^{2} A\!-\!2\,h^{*}_{col}^{2} A)_{col}^{2} -\!2\,h^{*}_{col}^{2} A -\!2\,h^{*}_{col}^{2} A\!-\!2\,h^{*}_{col}^{2} A)_{col}^{2} -\!2\,h^{*}_{col}^{2} A\!-\!2\,h^{*}_{col}^{2} A\!-\!2\,h^{*}_{col}^{2} A)_{col}^{2} -\!2\,h^{*}_{col}^{2} A\!-\!2\,h^{*}_{col}^{2} A\!-\!2\,$$

$$\begin{split} 2K^{k}_{coo} g_{sl} - 5K^{3}_{(t+K)} \cos^{2} h + 5K^{2}_{(t+K)} \cot h + 5K(K - \cot h) \frac{d}{2m_{sh}} &= 5K^{k} - K^{3} + 5K - 2 \\ f'_{c} &= \frac{x^{k}_{coo} h}{6(+K \cot h)} \left[K^{2}_{(s)} (3 - \cot h) + \frac{\tau}{\cot^{2} \frac{t}{2} - h} - 5K - \frac{d}{\cot h} \right]. \end{split}$$

Quant à l'équation (n), un moyen fort simple d'y parvenir, c'est de considérer le moment M comme comprée des moments des rectangles a j, cd, moint relie du tecteur a ve'et l'on a tur le

$$\frac{4}{4}(h+R)\varepsilon^{2}+r(R-\frac{4}{4}\pi^{2}r)\varepsilon+r^{4}(\frac{4}{4}R+\frac{4}{3}r-\frac{4}{4}\pi^{2}r)=PB....(n)$$

Cat où Phetriñes er charge D'une De majouverie, tiere NE

les quanteles P et B se rapportant ou au point c ou au point c'. by . Lorsque l'extrados horizontal tora charge d'une couche de majonnerie, de lerre & on aura égard à cette circontance, en ramenant, pour plut de timplicité, cette couche à une autre de même denbilé que la majonnerie de la voute; mais aborb il faudra renoncer aux équations de condition du maximum on du minimum det capactions (a) et (b), parce qu'elles deviendraient trop compliqueed. Au rette, la majonnerie qui course les reins et la clef doit être regardée comme indépendante de celles de la voite proprement dite et comme aller. récente pour être susceptible de se comprimer et de permettic. and vouttoirs inficient d'obeir à l'action qu'elle course sur

Glein sintre extraînté cu chaqu; formulas particulières.

58. Odignond par I l'inclination odt de la chape à la verticale of par D la hauteur od du sommet d an-debiut de la multance a. Suppotont celle chape d'une maconnerie distincte de celle de la voite et abor récente pour qu'elle puitse se comprimer of poter proportionnellement à son maitheur sur

figure 11.

chaque partie inférieure de la voite proprement dité.

Obsident du point t'en propositionalment tre 'ene od ; nout amment de propositional,  $\operatorname{inn}(I+\delta)$  ;  $\operatorname{inn}($ 

$$\frac{\sin \lambda}{2 \tan g(\psi + \lambda)} \left[ D^2 \frac{\sin I}{\sin (I + \lambda)} - r^4 \frac{\lambda}{\sin \lambda} \right] \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (G_g)$$
at respectivement power led points  $m, n$ ,

just, then get if legislar during to each,  $X = \frac{PX}{R - cold} \cdots (F), \quad X = \frac{PX}{R(-cold)} \cdots (F)$ 

$$X = \frac{px}{r(r-\omega t \lambda)} \cdot \cdot \cdot \cdot (f'), \quad X = \frac{px}{r-R \cdot \omega t \lambda} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (f')$$

"I équation (n) é bétiendre immédiatement par la contidératem que le moment til de compete des mementé des rectionales aj et des transfe 201, mains alui du éction 200; d'où résulte ciné du deile

 $\frac{1}{2}hE^{2}+\frac{1}{2}(D^{2}tingI-\frac{1}{2}H^{2})E+\frac{1}{2}D^{2}tingI(\frac{1}{2}P-DtingI)+\frac{1}{12}P^{3}(b-9H)=PB...(p),$ be quantiled P of B class reproduct an point C on an point C'.

Over  $D^{2}$  recustion, on ingrame now subsect to petit

triumghe de majorierese S.K., must access le triumpe de le personne.
1.K.K., brique la dagu et resouveté d'une conche de cette
matière. D'un implifier et pour ne pai timber des mes dyatris de triume dagut, d'un depundant à la siqueme de voulaux de E, on labilit de formulé éand toine compete de cet

suggestions, a qui est d'aelleurs en favour de la stabilité.

50 On appelle ande de panier un cintre compoté de plutieurs aret de cerele qui te raccordent. Sa forme te rapproche de alle d'une domi - ellipse, mais a sur cette dornière, ontre autres avantages, celui de produire plus de dégagement vers los naistances, tant augmenter la montée. On donne à une ante de panier 3 ou 5,7 et julqu'à 11 centres, belon que la montée doit être au-dethut ou au-dethout du tiert de l'ouverture : par la, en evitant dot changements de courbure trop marquet et qui braient d'un aquet désegréable, on diminue encore l'inconvinient attache à l'ellipse d'exiger un panneau particulier

pour chaque tête de vouttoir dant la demi-voute. 60. Les conditions auxquelles le tracé de l'ante de panier doit tatisfaire, tont: 1º que la langente au point entrême de la montée, toit horizontale; 2º que les tangentes aux noutences trient voctualet, 3° que les différent and qui la competent se tiechent à leur reniontre.

61. Conhilisons d'abord la combe à troit centres et délignants par a la domi-ouverture ca, par b la montée eb, par 1, 1 les figure 12 rayond ob, o'a det and du tommet it de la naillance et par y, x let dellances oc, o'c det contret 0,0' au point c.

On satisfast one dewa premiered conditions in placant let deux centres respectivement sur la verticale c.b et sur I horizontale ca et, à coute de r=b+y, r'=a-x, la troitime condition sora caprimie par l'équation

 $b+y=a-x+\sqrt{x^2+y^2}$ ....(1). On n'a done que cette soule relation entre x, y ou entre led rayond r, r'; d'où il suit que la question est indéterminee; par consequent, on peut l'impoter une quatrième condition, celle, par exemple, que le rapport du grand aw petit rayon lost un minimum. Or ce rapport. n'est autre chose que le promier membre de l'équation (1) write sout la forme,

ta différentielle égalée à zéro donnera (a-x) dy+(b+y) dx=0,

et réduira celle de l'équation (2) à  $(a-x)(xdx+ydy)+(x^{2}+y^{2})dx=0$ 

climinant dy , on a

$$ax - by = 0;$$

combinant a résultat avec (1) et potant, pour abrégur,  $e=\sqrt{\lambda^2+\beta^2}$ , on

$$x = \frac{b(a-b)}{a+b-e}$$
,  $y = \frac{a(a-b)}{a+b-e}$ ;

d'où

$$r'=e^{\frac{e-(a-b)}{2a}}, \qquad r=e^{\frac{e+(a-b)}{2b}}...(3)$$

valeurs dont la construction et fort simple: on prend 5d=a-b et sur le milieu e de ad on élève la persondiculaire e 0 qui coupe bc et ac aux centres 0,0' cherchés; car  $ac=\frac{e-(a-b)}{bc}$ ,  $bc=\frac{e+(a-b)}{bc}$ , et en comparant au triangle abc, les triangles aco', bco qui lui sont somblables, on ritrouve les valeurs de r' et de r'; par conséquent authi celles de x et de y.

En detignant par c'langle coo', on aura évidemment tang  $c = \frac{x_0}{2} = \frac{5}{2}$ .

It I'm voulait que la différence b+y-(a-x) des rayons fet un minimum, on await

$$dx+dy=0$$

et la différentielle de l'équation (1) se réduirait à xdx+ydy=0;

d'où l'on conclut

$$x = y = (a - b)(1 + \frac{1}{v_2}), \quad c = 45^\circ;$$

đ

$$r'=b-\frac{a-b}{\sqrt{2}}$$
,  $r=a+\frac{a-b}{\sqrt{2}}$  ....(4)

Four construire est valeurs on porters c. 5 en a. f., on prendra cg=cf et let and décrit des centres f et g, avec un rayon égal à la moitie de f. g., déterminer ent les centres demandés 0'et o; ce qu'il est facile de vérifier.

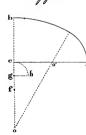
On voit que la différence r-r'=(a-b)(1+V2) des rayons est proportionnelle à la différence a-b de la domi-ouverture et de la montée. Les deux rayons approchant plus de l'égalité, le cintre auxait une apparence plus agréable; mais comme ils sont moindres respectivement que les précédents, la voûte auxaît moins de capacité intérieure.

Communiment on determine let rayons par la condition que let airl toient chacun de 60; alors on a  $\sqrt{x^2+y^2}=2x$ ,  $y=x\sqrt{3}$  et l'évation (1) donne

$$\mathbf{x} = \frac{1}{2} (\mathbf{a} - \mathbf{b}) (1 + \sqrt{3}) \dots (5)$$

Cette valeur peut se construire ainti; on porté ac on 54, sur le milieu of de cf on clive la prependiculaire of n=cg et

figure 13.



du point h, comme centre, on décest over le raym of un are qui conque l'ace horizontal au centre cherché o'. Dans ce cabe l'angle  $\cos = 3 \circ$ .

Formulas grapaes à la vinte de c oppies; ess on elle es cetralesse qui -lélement.

figure 14.

"Ot. Checkend manifestard" by formula progress a co gener de voite: Sieset Ca=a, Ce'ab, l'angle co:ae, oo.ae, no.ae, oian, o'ear' o' expellentair par B o's bl hubjust ce'ci, cm n'; par V, V land memorit relatif may verticate oc, o'd reputalment, o' par M, n o'N, n bused memorit relaperciff, pare repopert sure point o'n o'n. Detert D. K. H. K.

of observed gue 13 11 12 " then  $A + C \circ_1 1$  12"  $A \circ_1 A \circ_2 A \circ_3 C \circ_2 C \circ_2 C \circ_3 C$ 

b+r(K-1)-R'cost, of m'e'=b-r'costd, n'e'=b-R'costd,

$X = \frac{S+s}{\tan g(s+\varphi)} \dots$	(1),	$X = \frac{S+S}{\tan y} (A-4)$	(2)
$X = \frac{M + m}{b + r(K - s) - r' \cos s}$		$X = \frac{N+n}{b+r(K-1)}$	-R'ustah · · · · (4)
$X = \frac{M+m}{b-r'\omega d}$			
dont le développemen Maintenant, la de	it k rédui ittance du	rav à de simples centre de gravité	bubblicutions . de ec'ei ou S a
la victicale oc est $\frac{V}{S}$ auras la distance à	la verticale	j R. Folond 2 =	= 97 dant leks
agressions de s et de s a e i f ou s'et de sor			

il viendra us formules abrigies,

 $sim(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}c) = cof(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}c)$  of de 2  $sim(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}c)$  cof( $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}c$ ) =  $sim(\frac{\pi}{4} + c) = sim(\frac{\pi}{4} - c) = cote$ , now those each

Cas où elle est extradottée de mucan

63. Représentant semblablement par 3 et 8 les suspaces cc'eil, liemnu; par M, m et N, n leurs moments respectéls par rappart aux points m et n. On a cc'eil=clii'+oii-c'eo; .... lie m n u = dv n u + nvo'-(d hil + iho) - e mo'. Or, oi'=R es ii'=R sin c, ci'=R(r-cos c); soit pour abrigue, Cc=b+R-r=b; if vendrat vo'=R(cs a, nv=R'sin a, vd=b'-R'cos a, ho'=R'cos c, ih=R'sin c, hd=b'-R'cos c, hd=b'-R'cos c, hd=b-R'cos c.

Cela posé, on auxo d'abord,

$$S = \frac{1}{2} r^2 \sin c \left[ K^2 (2 - \cos c) - \frac{c}{\sin c} \right],$$

$$S = \frac{4}{2} x^{n \frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{b(h')}{x^{n'}} \frac{\cot \frac{1}{2} (h + c)}{\cot \frac{1}{2} (h + c)} - K^{\frac{1}{2}} \cot (h + c) - \frac{\lambda - c}{\sinh(h - c)} \right];$$

puit en grenant difficiairement le moment V de S par rapport à la verticale oc, le moment V de S par rapport à la verticale o'd et observant que m m'=r'sin o+(r-r')sin c, n  $n'=\ldots$ 

R'sin  $\lambda + (r-r)$  sin c', mt = r' sin  $\lambda$ , on trouvera

$$V = \frac{2}{3} \sin^3 \sin^2 \frac{1}{2} c \left[ 1 + K^2 \cos^2 \frac{1}{2} c \left( 3 - 2 \cos c \right) \right],$$

$$(4+c) \sin^2 \frac{1}{2} (1-c) + \frac{3}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} \cos^2 \frac{1}{2} \sin^2 \frac{1}{2} \sin^2 \frac{1}{2} \cos^2 \frac{1}{2$$

 $\mathbf{V} = \frac{1}{6} r^{3} \left[ \left( \mathbf{A} + \mathbf{C} \right) \sin \frac{1}{2} \left( \mathbf{A} + \mathbf{C} \right) + 3 \frac{\mathbf{b}^{2} \mathbf{K}^{2}}{r^{2}} \sin \left( \mathbf{A} + \mathbf{C} \right) \sin \left( \mathbf{A} - \mathbf{C} \right) - 2 \mathbf{K}^{3} \left[ \sin \frac{1}{2} \cos \mathbf{A} - \sin \frac{1}{2} \mathbf{C} \cos \mathbf{C} \right] \right]$ 

$$\begin{split} &M = S \Big[ r' \sin \alpha + (r - r') \sin c \Big] - V; \quad m = 5 r' \sin \alpha - V; \\ &N = S \Big[ R' \sin \alpha + (r - r') \sin c \Big] - V; \quad n = 5 R' \sin \alpha - V. \end{split}$$

Enfin to l'on fact  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  dant 5 et dant  $\nabla$ , il viendra.

$$\begin{split} \mathbf{8}' &= \frac{4}{2} \, r^{\xi} \cos \mathbf{c} \left[ K^{\xi} \sin \mathbf{c} + 2 \, \frac{E'K'}{2^{1/2}} \, \tan g' \left( \frac{1}{3} \, \pi' - \frac{1}{2} \, \mathbf{c} \right) - \frac{\frac{4}{3} \, \pi'' - \mathbf{c}}{\sin \left( \frac{1}{3} \, \pi'' - \mathbf{c} \right)} \right] \,, \\ \mathbf{V}' &= \frac{4}{6} \, r'^{\xi} \cot \mathbf{c} \left[ 2 + 3 \, \frac{E'K'}{r'} \cot \mathbf{c} + 2 \, K'^{\xi} \sin^{2} \mathbf{c} \right] \,. \end{split}$$

Let exprections (1),(2) et (3), (4) ou (5)(6) auront ainth que l'équation (p), en S, S, M, Tn, N, Tn et S', V', la même forme absolument que dans le cost précédent, à ce n'est que pour l'équation (p) les quantités S' et V' devront comprendre le rectangle f K.

De l'aure de parner extradorsée en chape.

64. Nous ne parlerons point de l'anse de punier extradorble on chape, parce qu'elle a une poutée exceptive et pax ectle raison caige une trop grande épaisseur de pied-davit, pour qu'en quasse l'employer.

Crace de l'ause de games à plus de trois centres

65. Quand la montée et-movedre que le tiert de l'ouvertine, la grande différence qui se trêuve entre let rayons 1,7° rendant le cintre differme, il devient nécétaire de patter de la courbure du sommet à celle det naittances, par des courbet entenmédiaires; c'est-à dire, de compoter le centre d'un nombre d'ares plut grand que trênt, et alors la question est encore plut indéterminée; no,

We dispete de cette indistruiration de la manisce disconti; topped que à trè la centra di lanc du comment, or prancé civin qui d'el la reggeré de cette activité qui d'el la reggeré de cet activitées), et l'on regarde d'immens la centre de l'activitées de l'acti de l'activitées de l'activitées que l'activitées els présidents de l'activitées de l'act

igure 15.



So calcul direct des augmes creat long or complique; son le complés par ce presidé commaquelle, son le complés de la lancié de l'outling; le conférenciem présidentes, deux lancille, es est égapes, le contre de l'est des dommes, l'ester égliciem, son commentair de dommes, l'ester égliciem, son commentair le dommes, l'ester égliciem, son commentair de dommes, l'ester égliciem, son commentair le dommes, l'ester égliciem de son des de manuel, l'ester de de l'ester de la lancier de pagemes ( experient de solution de fogunes ( experient de solution).

ment simblables; done on frant oc=x, oc=y, oo'+o'o'=x, on away  $x=\frac{1y}{l'}$ ,  $x=\frac{py}{l'}$  of comment x+b=x+a-y, of son swives,

 $x = \frac{(a-b)l}{l+l'-p}$ ,  $y = \frac{(a-b)l}{l+l'-p}$  (4)

to be the argund 7, 2° 5° 4 the ample of the first wave harvestically. One for our waterwater timeter to did control, a time our waterwater timeter to specify our time to the timeter to specify our times, and the property of the did times of the of times the times to time to time to time the times to time to time times the times to time times the times the times to time times the times times times the times tim



ites framules grapeet max verites de cer generi.

has il east et on ginical et defte d'un complayer vieg.

El. Comme la gint de plut grade, pretière part dymates à l'une calculaire, on a l'are det maillancel, of fruit calculaire et a formal peur, chause de cet cet. In presenter autoit s'and i chiu de l'ante de pause à toit contret; pour de terrant, pre autoir de l'arte de pause à trait contret; pour de terrant, pre autoir de l'arte de pause à trait de party, au lear de deuignement à la parcidit lors test test à fuit analogue, que la voil à viet est autoir de la parcidit lors test test à fuit analogue, que la voil à viet est autoir de la parcidit la part de la voil de viet d'un terrant deux part duranteges des ce dept

Noûte on one de Cont

by. See writes do he writes on one do cooke do wu boul are you all but determine did que l'ouverture 22 at la monte. D bout commed brivat le rayon de l'are et 20 l'angle au centre, ontre let did dayed et are et comparé, on aure 2 a 5 (27-6), sinc ca 2, égustiné d'où l'on ties

$$r = \frac{\mathbf{a}^t + \mathbf{b}^t}{\mathbf{a}\mathbf{b}}$$
,  $\forall n \in \mathbf{c} = \frac{\mathbf{a}\mathbf{b}}{\mathbf{a}^t + \mathbf{b}^t}$ .

et qui en general forent connaîtie deux del quatre quantités à . B, c, t, quand les deux autres secons données.

In critic en seu de werk entradethe parablilment en de nican, ou en chape n'els gu'un cal particules de de mette cut glein cintis, sustabethe de minus, et let formules propost à cellcle ingelquent à l'autre, sour qualquet montfestent qui concoment principalment l'équatem M ne Pa.

las in la vinte in carrierale qualiferent, frances. d figure 16.

68. Independent on man de creeke view contradation peach-liberator, on feas of m e e densi dis aquestion (g), (g) of (g), (g) progress à la vorite en plain envires d'égale opiniteure, processer que les valeurs de de, a laquelles régerators les maximums de chausement del deux densitéers expression de la contrada que e en contrada per e en action de de valeur de la valeur deux, valation aux man y environment de valeur deux, valation aux man.



Nailleut, on a  $a c c f = \frac{1}{2} (R^2 r^2) c$ ,  $g g' = \frac{1}{2} \frac{(R^2 r^2)^2 \sin^2 \frac{1}{2} c}{5(R^2 r^2) c}$ ; on onthe, la ditaine du contre de gravité g' de a c c f à la vorticule pations

par l'arête extérieure de la bake du pied-droit tera  $\epsilon+a-g\,g'$ , et par rapport à cette même arête, le moment de la figure al  $r\,j$ , équivaudra au moment  $\frac{1}{2}\left[h+(R-r)\cos c\right]\,\epsilon'$ , du rectangle  $e\,j$ , maint le moment  $\frac{1}{2}\left(R-r\right)^2\sin c\,\cos c\,\left[\epsilon-\frac{1}{3}\left(R-r\right)\sin c\right]$ , du triangle  $a\,a^2$ 

En consequence, l'équation (n) tera 
$$\frac{1}{2}[h+(R-r)cdc]E^2+\frac{1}{2}[R^2-r^2]c-(R-r)^2$$
 sin  $c$  cot  $c]E+\cdots$ 

$$\frac{1}{2}[h+(R-r)dc]E^2+\frac{1}{2}[R^2-r^2]c-(R-r)^2$$
 sin  $\frac{1}{2}(c=PB...)$ 

Dans ce cas, la poutsée surpasse en général le fisitement cacré sur le jelan à la naissance et il faint prévenir le glitsement par guelque moyen d'art.

69. Barcillement, quand la voite en arc de cerclo et cetradetico soit de niveau, soit en chape, les formules (Q),(g) et (F),(E) ou (F'), (E') relatives aux cas analogues de la voite en plein cintre, lui soit applicables, supposés la substitution, s'il y a licu, de l'angle cà l'angle à.

Le moment de la demi-voûte par rapport à l'arête extérieure de la babe du pied-droit l'obtiendra fort simplement en observant qu'il équivant, dans le premier cas, à la somme del moments du reclangle aj, du rectangle CK et du triangle Cao, moins le moment du secteur aoc'; et dans le second cas, à la somme des moments du rectangle aj, des triangles C Cal, Cao, moins le moment du secteur aoc', en sorte que l'équation (p) sera, pour la voule à catrades horizontal, \$\frac{1}{2}(\hat{h}+R-rcosc)\vec{E}^2+[\hat{a}(R-\frac{1}{2}rcosc)-\frac{1}{2}r^2c]\vec{E}+\cdots\cdots\rightarrow\rig

$$\frac{1}{2} a \left[ a \left( R - \frac{1}{5} r \cos c \right) - r^2 c \right] + \frac{7}{5} r^3 \sin^2 \frac{1}{2} c = PB \dots \right]$$
or pour la voûte extradoblee on chape,
$$\frac{1}{2} h \mathcal{E}^4 + \frac{1}{2} \left[ D^4 \tan g I + r \left( a \cos c - r c \right) \right] \mathcal{E} + \frac{1}{2} D^2 \tan g I \left( a - \frac{1}{3} D \tan g I \right) + \dots \right)$$

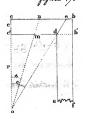
$$\left\{ \dots (m) \right\}$$

 $\frac{1}{2} a r \left( \frac{2}{3} a \cos c - rc \right) + \frac{2}{3} r^3 \sin^2 \frac{1}{2} c = PB \dots$ 

70. On appelle plate-bands une voite plane dand le profil de laquelle la develle et l'extradar sont des devités horizontales à tel joints, d'autrès devités obliques aux premières, mais dirigées à un nume point de l'axe vertical oc du profil. Soient l'angle c'od=c, c'd=a, c'c=e, oc'=r; les surfaces des triangsex 000'm, ocn seront  $\frac{1}{2}(e+r)^{4}$ tangs,  $\frac{1}{2}r^{4}$ tangs, et leur difference équivandra à la surface p0 du tropeze c'm nc; de sorte que l'on auru.  $p=\frac{1}{2}[(c+r)^{4}-r^{4}]$ tangs. Les distances des centres de gravités

cas on la voute est entraverse de nuevou or en chape; formuled.

Plate-bande; Formulede. figure 17.



de cel trianglot à la verticale oc teront \$\frac{1}{3}(e+r) tange, \$\frac{1}{3}r tange, dintant la différence det moments par la différence des surfacel, on tanuvera la diternes du centre de gravité du trapèze ar la mime vertiale, et atte dittonce retranchée de c'm on r tang à, donnes  $x = \frac{(3r-e')e'imph}{5[(e+r)^2-r^2]}$ ; de là résultant les vapues

$$X = \frac{1}{2} \left[ (e+r)^{\frac{1}{2}} - r^{\frac{2}{3}} \right] \frac{\tan \varphi}{\tan \varphi} d \qquad (G)$$

$$X = \frac{1}{6}(3r^{2}-e^{2}) tang^{2}d$$
 . . . . . (F)

dont la première montre qu'abbtraction faite du feottement, le force X tora constante, to les joints tout dirigit à un nême point o et réciproquement. Pour le maximum de cette premine, on a tin 2 (a+ 4) = tin 2 d; d'où d+4=go -d; toit tung 0=0,76, c'ot -a-dise, 0=37 - 14, il t'on hivra d=26-25. La seconde n'a point de maximum absolu et sa plus grande valeur repond à 2000. On hibitituera dans ces expressions les valeurs de d, et a au lieu de I. quant à l'équation (p), on la formera en observant que le moment de la demi-voute par rapport à l'arête entérieure de la bate du pied-droit, éguivant a la somme det moments des deux rectangles a b, c b' et l'on aux pour l'espèce de voute dont il tagit, let formuleso,

$$G = 0,2460576 \left( \frac{a \cdot e}{tang \cdot c} + \frac{1}{2} \cdot e^{\frac{a}{2}} \right) \dots (C), \quad F = \frac{3a^{2} - e^{2} \cdot tang^{2} e}{6} \dots (F)$$

 $\frac{1}{2}(e+h)\mathcal{E}^{t}+ae\mathcal{E}+\frac{1}{2}a^{t}e=(e+h)P....(n);$ rinki & augmente et F diminue à meture que, toutes chotels d'ailleurs égales, e devient plut grand, et il mont F=0, lasque

y. Une voute en dome, à bate circulaire, et engondres pour la revolution d'un peofet tel que ac'el autour d'un ane vertical oc . Dans co mouvement let points m, n .... decrivent det coules houzontanes don't les contres tont dans l'ace, et les lignes m 12,75 .... engendrent det joints conequel qui ont pour sommet commun le point o et qui divident la voite en attibel lesquelles tout elles mêmes divitées en voutioirs par des plans meridient, c'est-à-dire, par le profil generateur, contidere dans differented politions.

Mariere d'on dablie la Rabilité. 72. Pour stable la stabilité d'une voite de ce genre, on suppose este voite partagée par des plans méridiens, en un nombre pair de deme fuhamp egana, opporte dena à deux et agithant l'un contre l'autre par l'airle

does voites spheriques on in brome

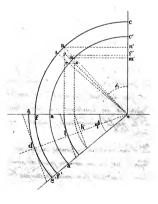
commune c'e; de sorte qu'on n'a plus qu'à considerer soparément deux de ces fusicaux opposés et les parties correspondantes du tamboux ou pied-drât oplandrique, comprises entre les mond plans méridiens. Cête hypothète est d'ailleurs confemée par l'observation qui approval qu'une voite en d'ome qui manques de stabilité, se lésarde et tend à se rompre suivant des plans méridiens.

Le nombre des plans de division qu'on emploie, depend des dimentions del coutroirs, du mode de contraction mais surtoir du nombre de parties faibles que présente le pied-decit: par exemple, à les attites de les voute étaient relies entre-elles par des bares, des goujons de fer, on par tent autre moyen, il ets évident qu'il n'existerant plus de prutée, à le pied-droit devait être perces sur son pourtour, les plans méridiens seraient on même nombre que les ouvertures et passercaient par leurs milieux.

En général, le glitement sur les joints, de déhart en dedant de la voute, et impossible et dans le sens contraire; il ne peut avoir lieu, comme on le sait, gae sur le joint de

Noute spherique, catradossee parallèlement; formules.

figure 18



93. Nous nous bornowns a la voite spherique, extradosses parallelement. Il et clair que les centres de gravité du demisfuscau et de ses parties déterminées par les joints coniques. O, sont dans le plan méridien à à moyen entre les méridiens of, or qui comprennent le fuscau. Soit 2 p l'angle £0 t'on l'are qui le mosure dans le cerele dont le rayon ets s. Pendacent

que le profil à c'ct, générateur de la voute, tourne de la quantité infirment petite à B; l'élément de surface m r's n, engendre un élément de volume d'p, égal à la différence des deux psyramides sphériques dont les bases sont les déments de zone, dévitt par mr or ns. Or, l'élément de zone a pour mesure, la hauteur de la zone, multiplier par l'acc de grand cercle qui répond à l'angle à B; mais à cause de l'égalité des angles. mr 2, mo m', et le hauteur et r sur d d, sur la sphère du rayon r et de mune R son à d, sur la sphère du rayon R; done d'p=\frac{1}{2}(R-r)\sin à d à d \beta. De la résultent les expections des volumes à p, p en gendrés par les surfaces m r s n, c'm n c, parcourant

l'are fine 2/3; lawin dp= \(\frac{1}{3}(R^2-r^3)\)/3 sim 3 d d et \(p=\frac{1}{3}(R^3-r^3)(r-cst \alpha)\)/3 ..... (1)

me la difference del momento del deux pyramidel, pris par rapport à ce même centre, et parce que le centre de gravile d'une pyramide et aux 3, de la hauteur à partir du sommet, on auro  $\delta = \frac{3(R^4-r^4)}{4(R^4-r^4)}$  . Four rapporter les centres de . gravité et les moments à l'ane 00, observent que les centres de gravité det deux pyramidet et de l'élement d'p qui en est la différence, tout tue une memo droite avec le point 0, et que com me la dimention mr et infiniment petite, cette droite fait avec l'axe 00 un angle qui ne differe de l'angle à que d'une quantité infiniment petite auth; donc la dittance du centre de gravité de l'élement d'p et simplement sin à, expretion independante de B; d'ai il suit que les contrats de gravilé de tous les élément égans à d'p qui composent le solide dp, sont su un arc de cercle horizontal dont le contre est dant l'ane oc, dont le rayon est & sin is et la longueux 2BS in di par conséquent, la distance du centre de gravile

Ala josé, la distance o du contre de gravité du volume élémentaixe d'p, au centre 0, t'obtiendra on divitant par ce volv-

Ti = 4 (R - p<sup>4</sup>)(n-time oct s) time b . . . . . (2).
C'est le manie du édide p relativement à l'acce oc ; de torte que les délieurs de du centre de gravilé de cestre de gravilé de cestre au mieme acc est dovance par l'éguation D = Tp .

En integrant on true

du tolide dp, et Stin & trus of the moment am = 1 (R-16) tim Bin to de

Manutement de destruced  $ON_{\gamma}$  od ab "acc O" à la conde de lace destruct par la point 722 et à la languelle au viralieur de lace destruct par la point 742 et à languelle au viralieur de lace O and O are O and O and O and O and O are O and O and O and O and O are O and O and O and O and O are O and O

$$X = \frac{N}{r(K-\omega t \phi)} \cdots (3)$$
  $X = \frac{N'}{Kr(t-\omega t \phi)} \cdots (4)$ 

Stabend, figulant a gain be diffusablelle de  $\Omega$  calative at an anni timerament  $(K-min)_{i}^{2}[d_{i}^{2},2]$  and i after  $(K-min)_{i}^{2}[d_{i}^{2},2]$  and i after  $(K-min)_{i}^{2}[d_{i}^{2},2]$  and i and

$$zK = (K+1) \frac{A}{A-B} \frac{7}{2 \cos^4 \frac{1}{2} \dot{\phi}_1} - \frac{B}{A-B} \frac{\dot{\phi}_1}{\sin \phi_1} + \cosh \dots$$

$$F = \frac{z(A-B) \sin \phi_1 - A \tan g^2 \dot{\phi}_1}{2 \cos g_1}$$

$$(2)$$

dugació qu'en pronnes pous la valeus de F le raquet det difficiontiellet, du numeratius et du donominatius de (3), Eahitri, lets mones gelections repeted sur l'agrechion (4) produccost let formuld

$$2 = \frac{A'}{A'} \frac{1}{cot^4 \pm a} - \frac{B}{A'-B} \frac{a}{\sin a} + cot a$$

$$F' = \frac{2(A'-B)\sin a - A' \log \frac{a}{L} a}{rK}$$
(£)

sent chainne ne différe de son analogue (E) que par le change - ment de A ot r on A' et B .

D. at rikellet, or ather't immediatement come qui he repportent axa especified (3), (6) of up il literaninerainer V; F; pass la premiere (3), or charges a hour A or R or r; dand let form la (6); pave la tainela (6), il deflue de motter v à la place la R d'religozogament, dand let formula (8); on just donc de desportes d'vierse cel matrit formula .

Thus, former l'agnation (pn), ou frais d'ubril à  $\mathbb{T}^n$  danche (3) et  $\mathbb{T}^n$ ), co qui dernesse le donné future d'en menur pass' qua residité co, et le quittier de cotte étrancère quantité, dantée, pass l'action, évant le délances du certité des gravité du futures a les mineus voitables. Il act  $\mathbb{F}^n$  first l'éjaitéleur et le délances du restre des de dantées, con retinenchant cités délances, de  $2^n \in \mathbb{C}$  milliplant le retir, pass le frédam en avec le moment ( $r \in \mathbb{C} - \frac{1}{2} - \frac$ 

dependra de l'équation du troitieme degré,  $h(\beta_-\frac{2}{3}\sin\beta) 2^{-}\beta \left[hr^2 - \frac{2}{3}(R^2-r^2)\right] 2 + \left[\frac{2}{3}hr^2 - \frac{m}{3}(R^4-r^4)\right] \sin\beta = PB \dots (n).$ 

Des voutes d'arête et en are de Clothe.

figure 19.

74. Considerant deux demi-oplindres à bates circulaires, de ranyons égamp et dont les axes XX, XX compres eux. Men même plan horizontal, sont perpendiculaires entre eux. Les surfaces de ces extended to congeront en deux elliptes égales surfaces dans

les plans verticaux AOA', AOA', or qui partageront cet surfaces on huit nappet; quatre intérieures, egales entre-elles, limitées de part et d'autre aux ollipsels d'intersection, et composant la douelle d'une voute en are de clottre, sur laquelle ces ellipses forment des aretes rentrantes, quatre ortérieures, parcillement égalers entre elles, limitées, d'une part, aux cereles verticaux AA, AA', A'A', A'A, dantre part, aux ellipses d'intersection, et compotant la douelle d'une voite d'arête, sur laquelle cet elliptet forment delle arêtel saillantes. C'est de ces voûtes, les plut simplet de leurs espèces, et anaquelles mous supposerons une epaisseur constante, que nous allons maintenant nous occuper.

Voñte en are de cláter, d'égale épaitreno'; formulede. 75. Pour concessoir l'équilibre de la voute on are de clotte, je la regarde comme décomposée on quatre partiet indépendants, telles que OFF, par les plans verticaux des ellipses. Le joint vertical se réduira rie à une droite que jappellerai l'axe de la elf; deux parties opposées OFF, OGG de la voite, agiront l'une sur l'autre en se poutsant par est axe.

If els evident que les centers de gravité du quart de voite, 000' et de ses parties déterminées par les plans de joint  $m\,n$ ,  $r\,s\,$  be se touvent dans le plan vertical 0X; or,

 $P = \frac{2}{9} \left( R^3 - r^3 \right) (1 - \omega^3 \lambda) \dots (3)$  L'est la meture du solide 085 NN!

be rationnement yn on a fait dant le cat de la vailet sphereque i applique i in et l'on triume pour la deltainer du centre ser geneth de Az au goint 0, la vaince aquelline 3(R-2) que pour le le du tolde à permètic de Az a providée dant le premier cat, asprechions qui multipleir auti, par sin à donner la déltainer au plan vain l'Az a permètic de l'appendit par sin à donner la déltainer au plan vain l'art (R-x) introduct à da, det l'utipale, paile depuis à no, viere

$$m = \frac{1}{64} (R^4 - r^4) (\lambda - \frac{1}{4} \sin 4 \lambda) \dots (4)$$

c'sté le moment du telide p par rapport à ce plan YY: de là  $\vec{a} = \frac{m}{p} = \frac{g(R^b_- r^b)(s - \frac{s}{4} \sin s \cdot s)}{32(R^2 - r^2)(s - \cos^2 s)} \cdot \dots (5)$ 

distance du centre de grante de p au nume place. Mais  $x = \dots$  r son  $\lambda - d$ , pour le point m et x = R son  $\lambda - d$ , pour le point n; donc on a respectivement;

$$\begin{split} p & \times = r^{\delta} s_{\text{min}} s_{\text{t}} \left[ \frac{r}{2} \left( K^{\frac{1}{2}} \cdot \right) \left( r - cot^{\frac{1}{2}} d \right) - \frac{r}{16} \left( K^{\frac{1}{2}} \cdot \right) \left( \frac{A}{2 \sin A} - \frac{s_{\text{m}} A_{\text{c}} A_{\text{c}}}{4 \sin A} \right) \right] , \\ p & \times = r^{\delta} s_{\text{min}} s_{\text{t}} \left[ \frac{r}{2} \cdot K \left( K^{\frac{1}{2}} \cdot \right) \left( r - cot^{\frac{1}{2}} A \right) - \frac{r}{16} \left( K^{\frac{1}{2}} \cdot \right) \left( \frac{A}{2 \sin A} - \frac{s_{\text{min}} A_{\text{c}} A_{\text{c}}}{8 \sin A} \right) \right] ; \end{split}$$

of comme on a caser  $y=R-\tau$  and of y=R (resta) on  $y=\tau$  (resta) of  $y=\tau-R$  and a superstinenest grown of dense, pointst of below que ha force X which on one one of it mendra let formula to  $2\tau^3(R^2-t)(\tau-cd^3\lambda)$ 

$$\frac{g(x)}{g(x+d)} = \frac{g(x)}{g(x+d)}$$

 $X = \frac{px}{r(R - col A)} \cdot \cdot \cdot \cdot (F), \qquad X = \frac{px}{r R(r - col A)} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (f)$ 

$$X = \frac{px}{r(1 - cos \lambda)} \cdot \cdot \cdot \cdot (f'), \qquad X = \frac{px}{r(1 - K cos \lambda)} \cdot \cdot \cdot \cdot (f')$$

An moyen des expections (3) et (5) dans lesquelles on fera  $\lambda=\frac{T}{2}$  et en observant que  $CC'=2\left(T+6\right)$  on truvera pour determiner l'épaiteur du pied-droit, l'équation

Noute Jarête Jégale épainem'; formules.

 $h \, \varepsilon^3 + h \, r \, \varepsilon^2 + \frac{3}{2} (R^3 - r^3) \, \varepsilon + \frac{1}{2} \, r (R^3 - r^3) - \frac{1}{32} \, \pi' (R^4 - r^4) = PB \dots (n)$ 76. On concerra l'équilibre de la voite, en la contidorant. comme décomposée en huit parties indépendantes, telles que OFY, OF'X & par les plans verticaux XX, YY des axeso et ceux AOA', AOA' des elliptes. Chaque double partie OXF'Y et les deux parties collaterales OGY, OFX te ponteront mintuellement par les joints verticaux que les plans des axes determinent. Le pilier A'B'D'E qui soutient cette double partie supportera en même temps les poublees des deux parties collatreales; de sorte que la résultante de ces poublées, égales entre elles et dispotées symétriquement par rapport à lui, se trou vera dans le plan OD'et tendrait à faire tourner ce pilior autour du point D' de la bale; mail comme la pierre se briserait on ce point, il vaudra mieux otablis l'équilibre du pilier, en le regardant comme mobile autour de l'are te E'D' et simplement comme charge de la partie OF'Y et pouble par la partie opposée OG'Y; il acquerra ainti une plus forte épaitseur. En effet, soit P' le poids d'une partie OF'Y, D la distance de son centre de gravité au plan vertical A'B' de la norittance ; la condition de l'équilibre de rotation autour de l'arête E'D' sera exprimee par l'equation  $\frac{1}{5}h \in {}^3+P'(E+D)=PB$ . On put donner a cette équation la forme  $\frac{1}{\sqrt{2}} \int_{\Gamma} \xi^3 + 2P' \int_{\frac{1}{2}} (\xi + D) \sqrt{2} = PB\sqrt{2}$ , sout laquelle elle exprimerait la condition de l'équilibre de rotation autour du point D', entre le pilier et les deux parties OFY, OF'X, si les centres de gravité de ces parties étaient dans les plans F'G', FF; mail il est évident que ces contres tomberont dans les angles OF'Y, OF'X; par conséquent la distance de la résultante 2 P' des poids des deux parties, au point D, surpattera (E+D) 12; d'où il suit que la valeur de E sora moindre dant l'hypothète de la rotation autour du point D'.

Cela poté, le tolide OYN NMM', que nout avont a contidenç et la difference entre le tolide total OYN QPM'= $\frac{1}{2}(R^2-r^2)R$  is et le tolide partiel ONQPM = ONTUM =  $\frac{1}{2}(R^3-r^3)(r-\cos^2s)$ ; let distances des centres de gravité de ces derniers tolides au

Than vertical YY fort  $\frac{k(R^3-r^2)\sin^3\frac{r}{2}A}{3(R^2-r^2)A}$  or  $\frac{g(R^4-r^4)(A-\frac{r}{4}\sin A)}{3z(R^3-r^3)(r-cs^3A)}$ 

le même précisément que pour le telide double OMM'R'B; d'où l'on conclut les expressions

 $P = \frac{1}{2} (R^2 - r^2) R \Rightarrow -\frac{1}{2} (R^2 - r^2) (1 - co^2 d_1), \quad d = \frac{1}{2} \frac{(R^2 - r^2) R \sin^2 \frac{1}{2} + \frac{1}{24} (R^4 - r^4) (A - \frac{1}{4} \sin d_1)}{P}$ 

an moyen desquelles on tenuverse sand prime let formules (3), (F), (F) et (F'), (F') ainte que l'équation (pr).

Direct of volumes Inc James writed.

77. L'agression (1) intégrée depuit 2=0, julqu'à 2=90, donne 22° dont le quadragele 82° coprime l'ave de la voite on acc de clottes; c'et le deuble de la inspace du care 2.8.8.8.

L'intégrale précédente, multipliée par ± 1 caprimera le volume intérieur de la vonte, leque et par contéquent les deux tier de clair du gaitone circontexit.

Quant à la voute d'acte, en en ebtendra l'aire ou le volume, en retianchant de la somme det airet on det volumes det deux demi-cylendres, l'aire on le volume de la voute

Observation say l'application des

on ace do clotte.

78. In its bib, by formula you un procede vingels a uniformer on "implyment" d'autôti principal que case det contrit
ets grants de l'are les coels et le la granmite et plus describs
at annave une conjectional omologique les formes de plus commodet jours l'opplication. It faint avour "nécessaries que
cette application en luite quel d'acque ouvers det adual aléa,
plus faint de designant boncarge un moyen d'une table
det valeure de la forsition de many parties et anné las
plusant det formula!; c'êt pronquer jois aduals et calcusé
et duns l'appendient et au finition la table, it

Cable.

#### Cable Issinde à facilités les applications De formulals.

79. Cable des valeurs de la fonction sino ex de leurs. Logarithmests.

d	son of	Logaithmet	a	done of	Logarithmes	d	sin d	Soznithmee
	1,00000	0,0000000	36	1,06896	0,0289612	56	1, 17894	0,0716912
5	1,00121	0,0005514	37	1,07304	0,0306161	57	1,18621	0,0741609
10	1,00510	0,0022072	38	1,07726	0,0323190	58	1,20133	0,0768849
15	1,01151	0,0049725	39	1,0816+	0,0340702	59	1,19367	0,0796638
50	1,02060	0,0088557	40	1,08610	0,0358699	60	1,20920	0,0824981
27	1,022.75	0,0097675	4,	1,09073	0,0377184	61	1,21727	0,0853879
22	1,02500	0,0107267	42	1,09551	0,0396158	62	1,22556	0, 0883342
25	1,02737	0,0117272	45	1,10043				
24	1,02985	0,0127753	44	1, 10550	0,0435588	64	1,24279	0,0943972
25	1, 032.45	0,0138691	45	1,11078	0,0456049	65	1,25174	0,0975151
26	1,03516	0,0150087	46	1,11609				
27	1,03799	0,0161944	47	1,12163	0,0498478	67	1,27036	0, 1039261
28	1,04084	0,0174261	48	1,12731	0,0520451	68	1, 18003	0,1072204
29	1,04401	0,0187042	49	1,13316	0,0542936	69	1,28996	0,1105748
30	1,04720	0,0200287	50	1,13918	0,0565934	70	1,30014	0,1139896
3,	1,05099	0,0215998	51	1,14537	0,0589450	71	1,31059	0,1174657
32	1,05395	0, 0228182	52	1, 15172	0,0613486			
33	1,05750	0, 0242825	53	1,15826	0,0638047	80	1,41780	0,1516159
34	1,06119	0,0257946	54	1, 16497	0,0663136	85	1,48920	0,1729521
35	1,06501	0, 02 7 33 41	55	1,171 86	0,0688756	90	1,57079	0, 1961199

8. Int contraction of principles provinciant auto formain de magnet of theoretism of them of fig. but quality traction is at "gipad," the "Lame" of Chapperer and dominate Considered del mind, time of page 163 yet in ginard, in for disperte les gipat de augmente contral et au potter and talle you de la magnet part de contraction contient et au potter and talle you de la magnetism part de formant de la def, au vision or Chappertale, padent par les contract del, au vision y aux des contracts parties de son contract parties de la marke qui time of de chief del parties que la chief qui time of de chief del parties que la chief qui time of de chief del parties que la chief qui time of de chief del parties que la chief qui time of de chief del parties que la chief del partie de la partie del partie de la pa

#### De la résistance des supports en Maçonnerie.



81 Sort ABCD une pele ou un pileor on mazonnerie, belliete par son propre poids of par un poids stranger p.

Delignond par h la hauteur AD, par & l'opaitheur AB = CD, par I le rapport du frotement à la pretion, par d'la dentité de la majounerie, par 0 l'angle BAS qu'une section AS fait avec Phonizon of par de Partier qui facerce parallelement à cette bection on trouver tand difficulti ......

4=(p+16h- 1 1 tring 0) in 0-(p+16h- 1 16 tring 0) 1 w10- 26

suprettion qui prend la forme

 $\frac{-(p+\delta \varepsilon h)f-\gamma \varepsilon + (p+\delta \varepsilon h + \frac{1}{k}\delta \varepsilon^k f) \tan g \circ - (\gamma \varepsilon + \frac{1}{k}\delta \varepsilon^k) \tan g^k \circ}{n} = \frac{N}{n}$ V1+tang 20

Cela poté, pour déterminer l'angle de la section de plus grander action et en même temps pour caprimer que cette plut grande action s'anéantit, on égalera à zéro le numerateur N et la différentielle prite par rapport à lang 0, ce que donnera

N=0 .. (1), \frac{dN}{d \tange 0} = p + \delta \text{Eh} + \frac{1}{2} d \tau^2 \text{f} - 2 (7 \tau + \frac{1}{2} d \tau^2) \tange 0 = 0 ... (2)

Cot deux équations feront connaître l'angle de rupture et la plus grande ou la plus petité valeur que puisse avoir l'une quelionque des autres quantités qu'olles renforment sans que be mathif to rompe.

82. D'abord ti l'on contridere & comme meanne et que pour simplifier on néglige le frottement ou qu'on fatte  $\hat{\mathbf{f}}=\mathbf{0},$ la comparaison des équations (1) et (2) produira les deux équivalentes

(p+δεh) tang 0-27 =0 . . (3), (++ + δε) tang 0-7=0 . . (4), of chacune det inconnued &, tang o tora donnée par uno equation du 3" degré; par exemple, & par l'équation

27(27+8E) E=(p+8h E);

qui ordonnée par rapport à à aurait sol deux derniers termes negatifi et n'a par conséquent qu'une racine reelles positive. Cette racine tora la moindre opaitent que puitle avoir le mattif tout la hauteur to et la charge p, tundit que Fr terait la plut grande hauteur qu'il put avoir sont l'épailteur & et la charge p

83. En failant abstraction du poids de la partie supérieure ADCS, c'est-à-dere, en failant de o, on tre del équations (3) et (4)

 $\mathcal{E} = \frac{P}{2}$ , tang  $\theta = 1$ .

84. Suppotond p=0, nous award, par les mames équationse,

 $\varepsilon = \frac{\int_{-27}^{5} h - 43'^{2}}{27' \int_{-1}^{5}}$ ,  $tany \theta = \frac{27'}{5 \ln}$ ,

cette valeur de E tera la moindre épaitéeur que preite avoir le mattif power to toutinist tout tow grapes poids, on bien h tera la plut grande hauteur à laquelle il puitte être éleve tur l'épaitleur E.

85. Prenant onbuite p+ & & h pour inconnue, on obtient

 $p+\delta eh = \mathcal{E}\left[(xy+\frac{\pi}{2}\delta e)f + \sqrt{xy'(xy'+\delta e)(y+f^*)}\right], \ tango = f + \sqrt{\frac{xy'(x+f^*)}{2y'+\delta e}}.$ Ce sont la valeur de l'angle de rupture et la plus grande valeur que puitte avoir la quantité p+dEh, tant que le pilier te rompe; d'où rébulte la plat grande hauteur qu'on puitse donner à ce pelice ou le plut grand poids dont on puite le

86. Godqu'on negliges le posidó de la partie tapéricare ou

qu'on fait d=0, cet valeurs devien

 $p+\delta \varepsilon h = 2\gamma \varepsilon (f+\sqrt{1+f^2})$ , tang  $0=f+\sqrt{1+f^2}$ et quand £=0, ou qu'on néglige le fretiement,

 $p+\delta \varepsilon h = \varepsilon \sqrt{2\gamma(2\gamma+\delta \varepsilon)}$ ,  $tang \theta = \sqrt{\frac{2\gamma}{2\gamma+\delta \varepsilon}}$ ; exprettions qui, ti l'on fait on outre 5=0, reproduisent.

 $8 = \frac{P}{22}$ , tang  $\theta = 1$ . Cet derniers rébultats ont été donnés par Coulomb, dans le Mé-

moire cité. 87. La discussion precedente avait on même temps pour objet, de prouver que le signe + du radical est le teul qui convienne à la quettion matérielle.

88. On n'oubliera par de prendre pour 7 et 4 les valeurs propret à la matière du mortier ou de la pierre, telon que le matrif sora bati on petett moëlloub ou en pierred un peu grandel.

89. Maintenant Supposons que le mattif ABCD, soit de plus tollicité par une force horizontale 2. Cette force tendra a le rompre pur glittement et par rotation; mail l'observation apprend qu'en général, la rupture 1'opère de la teconde manière qu'il suffire par contiguent de contidérer

Smoot done I la hauteur AH, 5 la distance horizontale BE du centre de gravité de p au point B, pe le moment de

figure 21.

rotation autour de l'axe A par lequel patte le plan de rupture A5 et J'la cohétion estimées perpendiculairement à A5, on aura

$$n = \lambda L - p(b+\epsilon) - \frac{1}{2} \delta \epsilon^2 h + \frac{1}{3} \delta \epsilon^3 tang' \theta - \frac{1}{2} \delta' \epsilon^2 (1 + tang^2 \theta) = 0...(5)$$

$$\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}\tan\theta} = \frac{1}{3}\delta \epsilon^3 - \gamma' \epsilon^2 \tan\theta' \theta = 0 \dots (6)$$

et par l'élimination de tang 0;

 $\lambda L - pb - p\epsilon - \frac{1}{2}(p' + Nb)\epsilon^2 + \frac{1}{16}\frac{N^2}{p'}\epsilon^4 = 0....(7)$  equation qui résolue par rapport à  $\epsilon$  donnera la moindre épaisteur dont le mattif soit subceptible

90. On voit par l'équation (6) que la valeur de tang 0 ett en raison inverse de la cohésion ]': si l'on trouvait 0>BAC, on prendrait 0=BAC, cett-à-dise,

 $tang \theta = \frac{\mathbf{h}}{\mathbf{c}} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (8)$ 

of l'équation (5) donnerait
$$\epsilon^{2} + \frac{6p}{3j' + \delta h} \epsilon - \frac{6(\lambda L - pb - \frac{1}{L} j'h^{2})}{3j' + \delta h} = 0 \dots (9)$$

ow simplement

$$\varepsilon^{2} + \frac{6p}{\delta h} \varepsilon - \frac{6(\lambda L - ph)}{\delta h} = 0 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (10)$$

si la cohesion etait toist-a-fait nulle.

31. Latque la cohetim intrindique du mathif tora trèsgrande on comparación de son adhorence 3º à la base AB, m. aura)

$$tang/\theta=0$$
,  $\xi^2+\frac{2p}{y''+h}$   $\varepsilon-\frac{2(\lambda L-ph)}{y''+h}=0$ ...(11)

92. Il peut arriver que le poids p ne soit que celui d'une partie CDEH du matif, qui se trouverait au-destud du point H; alors désignant BC par L et BH par L, on permitera les lettres L, L et s'on fera p=0, dans l'expression (5) de laquelle on déduira, au lieu des équations (9), (10), (11), dans le cad de tang  $0=\frac{L}{L}$ , 1'=0 et tang 0=0, 2'=1'' les valeurs

$$\mathcal{E} = \sqrt{\frac{3 \ln(2\lambda - \gamma' \ln)}{3 \gamma' + \lambda'(3L - 2 \ln)}}, \quad \mathcal{E} = \sqrt{\frac{6 \ln \lambda}{J(3L - 2 \ln)}}, \quad \mathcal{E} = \sqrt{\frac{2 \ln \lambda}{\gamma'' + \lambda L}} \dots \quad (12)$$

qu'il de aile de trouver directement et qui desiennent

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{3L(z\lambda - \gamma'L)}{5\gamma' + J_L}}, \qquad \varepsilon = \sqrt{\frac{6\lambda}{J}}, \qquad \varepsilon = \sqrt{\frac{zL\lambda}{\gamma'' + J_L}} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (73)$$

quand h=I ou que la force \(\lambda\) est appliquée à l'extrémité C.

93. Ces rébultats ne conviennent pas exactement aux muns
de revêlement; car la poublée des terres et répartée sur l'étendue

E B

figure 22.

du parement intérieur et ne peut, quant à la manière d'agir pour rompre le mastif, être regardée comme concentrée en un meme point.

94. L'equation (11) quand on y fait "=0, d=1 et n=P revient a l'equaction d'equilibre des voutes, M = PL, dans laquelle d'scrait facteur de tout les termes. Désignant par a la hauteur conttante DH, en sorte que L=a+h, par e l'epaiseur CG de la voite et par & l'épaiteur du pied-droit, pour h=0, cette equation (11) donnera  $\varepsilon' = \frac{Pa - p'b}{p}$  et ensuite

$$\bar{h} = \frac{2p(\xi - \xi')}{2P - \xi^2} \dots (44)$$

Or, à coute de la stabilité de la voute sur set naissances, on a Pa < p(b+e), on  $e > \frac{Pa - pb}{p}$ ; done e' < e. D'ailleurs il résulte du calcul des divers cas particuliers que généralement dans la pratique, e et par consequent & est moindre que 2P; done ti, dans l'expression (14), & crost depuis & jusqu'à VIP, la hauteur h croîtra en meme temps, depuis zero jusgu'à l'infini. Delà cette conclution importante que si l'équilibre est établi pour une hauteur donnée du pied-droit, le tytime a d'autant moins de tendance à tourner autour d'une houzontale, pride dans la face extérieure AD, que cette horizontale est plus élevée au-destrut de l'arête inférieure A. Même conclution, à plus forte raison, dans l'hypothèse d'où derive l'equation (9) qui donne

$$h = \frac{6p(\varepsilon - \varepsilon')}{6P - \varepsilon^2} \dots (15)$$

95. Les hypothetes auxquelles se rapportent cel expressions (14) et (15) sont celles que doivent être admises le plus fréquemment dans les constructions.

### Woters.

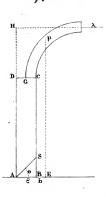
# I Surle Mumero 13.

1. 96 ommand o' l'angle du joint In In avec l'horizon, il viendra d= 90° - 2' et l'équation (a) considérée avec le signe prendra la forme

$$X = p tang(d+\varphi)$$

X=p tang  $(\partial'+\phi)$ . Cla pole, on voit d'abord que si  $\partial'=0$ , on si le joint mn prend

figure 21.



Le glissement vous l'extrados n'est possible que sur les joints dess naissaucess.

la partion horigontale, p devient le paids de toule la demivoité; on voit ensuite que h à partie delà, s'a augmente, p dimunue, tandis que tang (d'+q) croît, jusqu'à ce que d'=q0-q; à ce terme, X obt infine de même que tang (d'+q); au-delà, ces quantités deviennent négatives. Clinhi dans l'entervalle de d'=0 à d'=q0-q, le facteur tang (d'+q) croît ragidement et à la foir devient infine; tandis que par la forme qu'on a coulume de donner aux voités, le facteur p ne deiroit que lentement et ne deirent nul que quands  $d'=q0^\circ$ ; par contéquent X n'admes, en général, qu'un minimum relatif qui répond à la moindre valeur de d'.

B'un autre côle, il est clair que de tout les joints existants dans la hauteur du pied-drois, c'est-celuir de la nacistance, qui se trouve le moins chargé et où par consequent le fest-tement oppose la moinser réditance au glissement.

2. It suit de la que i la voute est integrible de céder on glissant dans le sens mn, la séparation doit se faire aux joints memes des naissances et que dans le cas où ces joints sont horizontaux la moindre presson à la clef, que soit capable d'opèrer le glissement, a pour mesure le produit du poids de la demi-voute par la tangente de l'angle du frostement. On pourra donc dans ce cas, se dispenser d'omployer le signe — dans la formule (à).

3º En remontant à l'équation immédiate de l'équilibre,

 $X(\cos \delta' - \sin \delta' \tan \varphi) = p(\sin \delta' + \cos \delta' \tan \varphi)$ , on aperçoit que quand les quantités X et  $\tan \varphi(\delta + \varphi)$  deviennent negatives, alors la composante de X parallèles à mn, est moindee que la force du frottement provenant de la composante perpendiculaire; car de  $\delta' > g \circ' - \varphi$ , on tire, en prenant les tangentes, tang  $\varphi$  sin  $\delta' > \cot \delta'$ ; de sorte que la valeur de X résout la question dans laquelle la force  $\varphi$  serait diagée en sons contraire on de bas en haut ce que rend tout-à-fait évident l'hypothèse  $\delta' = g \circ'$ , que que soit  $\varphi$ , laquelle conduit  $\alpha - p = X lang \varphi$ .

# II. Jurle Nº 17.

C'et sur ces deux derniers modes de rupture exclusivement que lahire a fondé sa théorie des voites, mais en grenant arbitrairement les joints qui sy rapportent et conhiderant

Mesure de la force capable Topérer ce mouvement. an base de la forse & let compotantet heirant la peoperadiculaire si l'actionnée intérieure du joint 1911, tent de cette force que du paid du demi-coin compret entre le joint 50 et le joint vertical cc!

### III. Surle nº 19.

On pout spirite que pour un nome joint, la mindre four qui agiliset no sur joint donnet la C. fotat thousan la partie diplication ou sur joint donnet la C. fotat thousan autim de l'astradal, harpastic colle qui empachement la relation autim de l'utradal, laction XX of XXI la boul de loises de p of de X, pour expert sur point 30 et 30 fot de loises de p of de X, pour expert sur point 30 et 30 fot de loises de p of de X, pour expert sur plut fette rainn XXI XX XX XX VIII a plut fette rainn XXI XX XX XX XX XX

Il but de là, que P o P but refuelliment moindred que ld plut grandet fored qui aggliqued en C o C braient nicellisret pour faire tourner autour de l'extradot de tout joint, la

partie dipleieure à ce joint.

Le derniere de ce force en efté de infinis ; car joure ou avoir la valeur, I fruit suprimer que l'estrated du joire de ser la languete au sommet du circles de la voité, et un a \$\(\ell\_{i})=\tau\_i\), espectablem qu'un délesse auth ou égalant à zore le demanisation de la valeur X.

### IV. Jur le 11: 20.

On past promber; it you, past; othe demine equations outside brightness continuent is not of part shell  $\xi(q) = TKC = q$ , when that the shellation hand be promised operator demore k = q, but described on the past of interest of the past of the

Ete rate, hand he voite ou plais vistes, estadebles poucillement, tient devad. Intended de la voite à la spoitent l'un jout, un part tisjand literaines l'opartique de manière que la vosticile abaitée du centre de gravité de la gazité tagéasseus à ce jout patie par eus vistades! de la gazité tagéasseus à ce jout patie par eus vistades! de la citte partie tagéasseus et métades la belieties de de citte partie tagéasseus delterminent par lun interfection a cartie de gravité qui lui même délerminera l'épatheur

### V. Jurle Nº 22.

It No us around sign examine dand was note; presidents led toggether y=0, y=0, x=0, x=0, y=0, y=0. If note called as; if y=0, y=0,

d'ai \(\frac{1}{2}\), \(\frac{1}{2}\) are, mome vibulitet que ci-debiel, pare lequel le gent desche trait chair de meilleure, à la lain au l'en genéal, cet deux les questions à lair au l'en genéal, cet deux défences les questions à girit ausquel dernéals (4)=\(\frac{1}{2}\), (cht -\(\frac{1}{2}\)-dire, les prélieur du joint auguel deux depuide un moment une le free X, leaveur a un le point d'application de cett free, la viel d'a le velueur de 2 qui, acce \(\frac{1}{2}\), de velue de de prin, acce \(\frac{1}{2}\), de velue de de prin, acce \(\frac{1}{2}\), de l'abstract à untre graemèere deputation,

fragration de X deviendes  $\frac{p_X}{f(a)+a^2}$  or la condition du man-

imum bera iste mime squartion renfermant 2 au lieu de 2, et qui donnera réigraquement f(a) = r - h. Ou reste, le valeur du moment se rédnit a last à celle de  $p \times .$ 

2°. Nous la pretuen effectivament producti en un point quelvonque Ir de CC', ore répondrait pas au joint par rapport à l'intrados duquel le moment px, de la partie begièreure,

ob un maximum, et qui brait le joint du plut grevel moment de ruptine, dant une domi noutre abourder hibitiment à alle mêmes; can la meinder que le macipondante à a maximum, éasit moinder que le macimum de X, relatif au point h, et avec ette valeur, la faze X appliquée en h n'empéhenait pat la poste supricure au joint qui réporde nacionum de X, de tourner auteur de l'utilitéel de ce point.

### VI. Jur le nº 25.

Begranne let combination que competant let dispotation partitibules de joint y of pour dayes dispotation for rabetent de grandam enter de lumitis consequented aune demy joint qu'elle concesse. Puisqu'en a linjuar (\$\frac{1}{2}\$) (\$\frac{1}{2}\$) to dispottion poincabe de quatre joint, peux cheuses del livil combnation, consibile que l'indique la figure annexes à attri combination, dans le lableau viusant;



 $\begin{cases}
M, F < f, F = f, F > f, \\
N', F' < f', F' > f', M' = f, F' < f'.
\end{cases}$ 

2 Gulmaitons.  $\left(\frac{N}{M}; F < f, F > f \text{ of } < \overline{f}, F > f \text{ of } = \overline{f}, F > \overline{f}.$ 

5 to FF of of FF F

 $\begin{cases} \frac{N}{M}, \ F < f, \ F > f \ \sigma' < \overline{f}, F > f \ \sigma' = \overline{f}, F > \overline{f}. \\ \frac{M'}{N'}, \ F' < f', \ F' > f' \ \sigma' < \underline{f'}, \ F' > f' \ \sigma' = \underline{f'}, F > \underline{f'}. \end{cases}$ 

Monetiment que, para chaque conhecadem, ou comparer la cumum det relations de grandem, qui referedant à lune del deux deportains qui la comparant, avec chaurer det relations de grandem, qui referedant à l'autic disposition, et que l'ou range, la abullat dans clair det troi cas de tribibile, equilament action de troi cas de tribibile, equilament per est supérier, auquel il appartient, en averal le clastement in-après.

12 Stabilite.  $\left(\frac{\mathbf{M}}{\mathbf{N}}, \frac{\mathbf{M}'}{\mathbf{N}'}\right)$ ;  $F < \mathbf{f}$  et  $F < \mathbf{f}'$ , if n'y a rotation autour de l'extendos d'aucun joint, et si l'execution de l'appareil est exacte, l'areboutement, à cause de la comprossibilié don't les materiaux sont tenjours donés, sora intermediaire à c et c' et quand même, par vier d'exécution, il retterait en c ou te transporterait en c', la Mobilité n'en aurait par moint lieu; la demi-voute

toutenue on c ou on c' subsisterait. F < f , F'>f mail & f; si l'execution ot caute, l'archoutement à cante de la comprettibilité, devient intermédiaire; ti, por defaut de contruction, il to trouvait en c', abort il te reporterait vert c, puisque la rotation common cerait toujours par l'extrados de N'; la demi-voute soutenue en c'hubtitlerait, et en c'he romperait klon

le premier mode.  $\left(\frac{N}{M},\frac{N'}{M'}\right)$ F < f of F' < f'; h l'execution de jute, l'areboutement, à caute de la comprettibilité , tora intermédiaire , ti non on c ou on c' mail avec Habilité.

F > f "mid = F of F' < f; Careboutement" cht metermediaire, à moint que par vier d'execution, il ne se trouve on c'. La demi-volte toutenue en c le romprait : et on c' sublitterait.

F < f of F' < f'; it l'execution ob exacte, l'archoulement, à caute de la comprettibilité, et intermédiaire; tinon, il rette en c on to transfire on c' et la stabilité a toujours liew. La voité soutenue en c ou en c'élub

> F < f of F'> f' ou = f', l'areboutement ou interme diaire, quand mame un vico d'exceution l'appellerait on c', puisqu'il terait reporté vert c. La demivoite toutenue en c'tubliterait et en c'te rompract solon le premier mode.

> F> + ou = F et F' + f. I l'accution obt exacte, l'areboutement, à cause de le comprettibilité, est intermédiaire, puilque la rotation qui commence par l'extrados de N, le porte vas c'; il n'y aurait pas moint stabilité ti, par vice d'execution, l'archontement était fixé en c'. La demi voite soutenue en c to remprait telon le deuxième mode et en c'tubritterait.

F. S. marie F. of F. S. marie F. J. Vacchentement perh.
Ishadi de c voil of its reported valuate voil of demount
intermediciaries, independentement de l'endestries et
de de sompetablikités, pusique la relation ammencare l'ajural par l'altrides del de N det de N. des
demi-voites traliques en c 16 comprait hierant
le dessirant mode.

#### Résume

1.º La combinaiton

quells que seent d'ailleurs les relations de grandeur entre lete limites  $E, 2, \overline{E}$  et  $F', E', \underline{F}'$ .

2° Les deux combinaisons et les relations respectives entre leho limitet,

 $\begin{pmatrix} M & M \\ N \end{pmatrix} \text{ were } F \in \mathcal{E} \text{ of } \begin{pmatrix} M_1 & M_1 \\ N \end{pmatrix} \text{ neve } F \in \mathcal{E}' \\ \text{ quallet gave besself it willows the relationst de geometries ontée let e duries <math>F_1 \in \mathcal{E}' \\ F_2 \in \mathcal{E}' \\ \text{ pour les premises de ses combinaisents it entre let benutes } F_1 \in \mathcal{E}' \\ \text{ milit } F_2 \in \mathcal{E}' \\ \text{ pour les trainels}.$ 

### 2º Equilibre.

(N. N.), F-E et F'= E', pase que pas un vies d'odenties, l'acbutienest put action en l'A la vorte sib ben colents l'ackontienest à cause de la compatibilité et visites médiavis). La demi-voite boutonne en 6 de rouge au bloo le beand mode, it on e' beast à l'état d'equilibre, d'ailleurs, to, par défant d'exécution, l'areboutement perbenseuit on e, il brait reporté voil c'.

#### Présume .

Pour cet deux combinations de joints et cet égalités respectives

 $\left(\frac{\underline{\underline{M}}}{\underline{N}}, \frac{\underline{\underline{M}}'}{\underline{N}'}\right), F = f \text{ of } \left(\frac{\underline{\underline{N}}}{\underline{\underline{M}}}, \frac{\underline{\underline{N}}'}{\underline{\underline{M}}}\right), F' = f'.$ 

quelles que trant d'ailleurs les relations de grandeur entre les limites E',E',E', quant à le gremine combinaison et E,E,F, quant à le seconde.

#### 3. Rupture.

- (M. M.); F>E at F\L'E, à audie que, par vier d'actentirs, l'arcbutiment quit donneurer on a et aber la rapture
  a lans debre la premier mode. (It il list on c'on u
  na-debre das parait intérmedaiser price lagrel le
  maximum et la minimum de X tent againe, de
  voite debtéteait.). La dame, voite doubline en c
  le competent et on c'adobtétiait.
  - to company to the Constitution of premark lanjust the pattime C, qualle que tost l'accintius, pastque la manument de X teopolitan trapust la mensument of que la station commence par l'actradet du joint anguel repend le minimum; lurapuse hut la puemes mode, la sum-voite trutime en c la remposit telen la promuer mode et uc' passilmant telen la puemes mode.
- (X N) F. F. F. F. F. A and y que par ver est d'orienteur, l'accher l'Arien (X N) F. F. F. F. F. F. A and y que par vers d'orienteur, l'accher lement mont pather en C', en sal apparetair au termination en c'et remperair behan le hand monde.

  F. F. F. M. F. F. F. F. F. Manhattmant le transformet en C, y and l'accher l'arien de l'accher monde en gu'en défaut d'accher l'acceptant en C, de republic et d'admit monde en con c'et a republic et de des des la des le des en le les des les estats et les transformet en con c'et a republic et l'acceptant en le le des l'acceptant en le le le des l'acceptant en le le le le des l'acceptant en le le le le le l'acceptant en le le le le l'acceptant en le le le le l'acceptant en le le le le le l'acceptant en le le le l'acceptant en le le le l'acceptant en le le le le le le l'acceptant en le le le le le l'acceptant en le le le le le l'acceptant en le le le le l'acceptant en le le le l'acceptant en le le le l'acceptant en le le l'acceptant en le le le l'acceptant en le le le l'acceptant en l'acceptant en le l'acceptant en l'acceptant en l'acceptant en l'acceptant en le l'acceptant en l'acc

### Resume.

Sow cet deux combinations of let inegalites respectives  $\left(\frac{M}{N}, \frac{M'}{N'}\right), F > f \text{ or } \left(\frac{N}{M}, \frac{N'}{M'}\right), F' > f'$ 

quelles que soient d'ailleurs les relations de grandeur ontre les limites  $\mathbf{F}',\mathbf{f}',\mathbf{f}'$  pour la première combinaison et entre les limites  $\mathbf{F},\mathbf{f},\mathbf{f}'$  pour la seconde.

# VII. Jur le nº 29.

Raisons pour conserver à la théorie toute sa généralité .

Mous avons ou que le joint n, sur lequel la partie supérieure peut glitter en montant, coïncide, en général, avec celui de naissance ; d'un autre côté, le joint 112, sur lequel la partie supérieure peut gliter on descendant, se rapporte au cas où la partie moyonne de la voite agirait comme un coin, et ce cat n'arrive pat ordinairement, à caute du frottement dets matériaup, ainsi que Coulomb l'a dit expressement dans la remarque citée. On pourea donc communement mettre à l'evart le glittement sur les joints pour s'en tenir au seul mouvement de rotation. Mais la connaissance de la limite & n'en est pas moins utile; on conçoit on effet que l'intrados d'une voite étant donne, l'épailleur peut augmenter au point que la verticale menée par le centre de gravité de la partie supérieure au joint M ou N patte très-près de l'intrados de ce joint; alors la limite F ou F' qui pourra être tier-petite et même tout-à-fait nulle, ne représentera plus la pression récllement exercée à la clef; cette pretion proviendre de la tendance des deux parties superieures aux joints m, à descendre, comme un coin, en glitlant le long de ces joints et répondra par consequent à la limite G. De plus, les joints de naitsance d'une voute ne sont pas toujours horizontaine : ils ne le sont jamais dans les voutes on arc de cercle ou en platebande et cette circonstance caige la consideration de la limite g. Enfin presque toujours une voite est suchargée à l'extrados et souvent elle est exposer à des chocs violent, tels que œup des bombet, ce qui et analogue à une surcharge. Clinti, pour ce cat, mais sur-tout pour la discussion complette d'un genre donné de voutes, la considération des différentes limites est indispensable; c'est pourquoi nous chercherons leurs expressions particulières dans chacune des espèces de voutes dont nous nous occuperonse.

En se fondaget bur cel cupériannes, les content des nouvelles théories athémilent la revieu à un système de quatre levies, attemblé bout à bout, par activalations, et chargés chaum du

poids de la partie qui lu répond.

Ils dittinguent les deux modes de ruptures du système, puit, pour déterminer le joint intermédiaire, qu'ils appollent le joint de rupture, la plupart modifient le principe de Coulomb et considerent, lorsqu'il l'agit du premier modes, au bew du joint de la plut grande pretion à l'extrados de la clef, non put le joint du plut grand moment de la prettion, comme nous l'avont fait, mais celui d'où résulte le maximum du rapport entre le moment des forces qui tendent à renvertou le levier inférieur et le moment det forcet qui tendent à l'affronie. Quand au teron I mode de rupture, dant lequel la prettion l'acree à l'intradot de la clef, ils prennent le minimum du rapport entre le moment des forces qui tendent à abattre le levier inférieur et le moment des forces que tendent à le puterie . On reconnaît nitément que la modification n'est que dans les termes et que, in m et m' désignent les moments de la demi-voute par rapport aux arêtes extérieure et intérieure du joint de naitlance, cette méthode donne pour la stabilité, respectionent les conditions m > LF, m'< Lf', soit que le juid droit existe ou non, et ne donne que cet conditions Les memet denominations substituit, désignant de plus par p' le poids de la partie inférieure, y compret le pred-broit, t'il y' a liew; par 8 la distance horizontale du centre de gravité & de cette partie, à l'arête extérieure ou intérieure £ de to bate, et par u, v les distances horizontale et vert-

cale du point m ou point f. Contidérant d'abord l'était de simple équilibre.

Puisque l'équilibre vailté dans le ôxplemes, il doit oxiller dans chaque partie Hyporement; mais à cause de celus de la partie paperieures, on auras

xy=px....(1)

équalion qui agreine que la civillante des forces X et p gable pass la paint II, auquel parcentequent en pert la consecuir appliquie; et comme la moment de celle civillante que rapport au quint 1 de végal à las différence des moments

figure 25.

de ses composantos, l'equilibre de la partié inférieure donnera  $X \mathbf{v} = p\mathbf{u} + p's \dots (2)$ 

agrutant cet deux équations membre à membre, et observant qu'on a les relations

y+v=B....(3), p(x+u)+p's=m....(4)

on obtaint cette autre conation

 $XB = m \dots (5)$ 

qui rétulte tout de teite de ce que l'équilibre permet de contidéren le système comme entirement rigides.

Cola pote, dans l'équation (2) le premier membre désigne le moment des forces qui tendent à renverter la partie inféricure et le kwond qui, on verter de (4) et de (1), revient à m-Xy, reprébenté la moment det fruet qui tendent à retonix cette partie inferieure; or, suivant la théorie dont el l'agit, le rapport XX del deux moments dot être un munimum dans le premier cat de rupture et un minimum dans le socra? done, on observant que v= B-y et que X et une fonction inplieste de y, on a

m(B-y)d(x)-(m-xB)xdy=0of timplement

d(X)=0

à cante de l'équation (5). On ties de là X = F on X = f', valeurs dont la subtitution dans cette equation (5), donne m = BF on m'=Bf; womme on l'a ew par la méthode ginerale.

Quant à l'état de stabilité, on aura virdemment m > BF ou

Ofoutons cette remarque : d'une part, le poids p' se decompote on deux auties; p' 12-8 et p' 1 , appliques respectivement on f ot on m; d'autre part, la même équation (2), mile sous la forme,  $Xv = (p + p' \frac{s}{u})u$  caprime que la résultante de  $\omega$ forces X , p et p' appliqueet on m , ett dirigie telon la droite  $m \, \ell$ , de sorté que cette rébiliante peut-être centre appliquée en É, où, par la decomposition elle reproduira ses composantes; d'où il suit que le point & obt dant le même état que tel duit ponth' horizontalement par la force x of preth' vortica-lement par les forces  $p'\frac{u-s}{u}$ , p et  $p'\frac{s}{u}$  dont la somme se reduct à p+p', pords de la demi-voute; c'est un résultat que nous avons obtenu autrement (16:43).

Or, soient c,c' les hauteurs des points c,c' au-destude de l'arête cutérieure ou intérieure du joint de naittance, comme

20. M. beent, pour is joint, des forces analogues à l'et l'on aura nécléairement D. F. M. F., à moint qu'il n'y est qu'il n'e galeté, a qui avancant à c'hlest le joint N ou N lai manu que fut dais de maltreux. Messe d'i l'on a F. F. F. F. (198:16), en avra, à plut fote railen, F. M. F. F. M. ? (24 m'a drair, ou appelant ju la mement de la paulle, M. P. M. Che minus, comme D. K. M. tout du force analogues à F. F. on avan M. C. F. M. & tot du force analogues à F. F. on avan M. C. F. M. & tot du force traileger.

m'< c'£ '. Mail puitque les réciproques ne sont pat vraice, il s'en suit que les conditions m > BF, m' < Bf' sont ensuffisantes. En outre, l'équilibre de la demi-voute sans pred-droit, que est atturé par les conditions (96°, 26) ne l'est nullement par l'equation m = BF ou m'= Bf', qu'on trave par les nouvelles theories . Ore plus , cet theories stablishent l'équilibre de la demi-voite, y comprit le pred-droit, on égalant le moment du système, non pas au plus grand moment de pression ni même au moment de la plus grande prestion), mait sculement à celui de la pression engendrée soit à l'astrador sort à l'intrador de la clef, relon le car de rupture, a qui ne suffet pas non plut. Enfin, cet theories ne montrent par la liaiton entre le premier car de rupture et le becond qu'elles considérent isolement, sant on donner une explication tatisfaitante. De ce que, dans ce bound cas, la partie inférieure de la demi-voité, tourne autour de l'arôte d'intradot de sa bate, on a conclu que cette partie inférieure l'emportant sur la partie supérieure, forçait celle-ci de se trulever à la clef, en tournant autour d'une arête d'extradot; mais cette rotation et le soulèvement de la clef sont un pur efet de la pretion que se produit à l'intrados de la clef et que provient toujours' de la tendance de la partie supérieure au joint M'à tourner autour de l'arête d'intrade de ce joint; en contéquence de cet effet même, la partie infirieure cetrant d'être retinue est entraînce par son propre poids et tourne autour de l'arête intérieure de sa bake. ainh la rotation et le soulevement dont il l'agit ne sont pas dut à une prépondérance de cette partie sur l'autre, et c'est uniquement la partie supérieure au joint M', laquelle pout devenir toute la demi-voite, qui produit la prettion effective et que ett- la partie viritablement agettante. Le soulivement

de la clef n'est l'effet de la rotation autour de l'arête intérieure de la base de la demi-voitte, qu'autant que le joint M' coincide avec cette base, ce qui ne constitue point un cas distinct et séparé, et ce soulèvement l'opèrera, quelle que soit la polition du joint, toutes les fois qu'abstraction faite du glissement, on aura  $\left(\frac{N}{N}, \frac{N}{M'}\right)$  et F' > S', sauf le changement de S', quand le joint M' tombe aw-dethus de N'.

# IX . Après le Nº. 43.

Névities si une voûte proposée es capable de , reporter une charge Donnée. 1° Noufier is une voûte proposée et capable ou non de supporter une charge donnée.

Cette question est sout-à-fait analogue à la deuxième et se résout par les mêmes principel : il faudra caminer si lise conditions de stabilité sont satisfactes, en observant que les valeurs des quantités G, g; F, F et F', F' oint, que les positions des joints respectifs m, n, N, N et M', N' dépendent tant de la grandeur que de la dissibution de la charge donnée et varient avec ces circonstânces.

Exempledo.

figure 24.

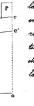
Quelques exemples feront concevoir la chose.

Lodgue la voite et chargée d'une certaine épaitleur de matiere, majonnerie, torre, paré bo, dispolee de niveau et occupant toute son étendue, les poids de la partie supérieure m.n.

d

cc' et de la partie inferieure m n e sont augmentes de ceup des charges respectives n p d c, n p g e, ce qui charge les valeurs des limites soit relatives soit absolues, aintique les positions des joints correspondants, et comme l'augmentation et à proportion plus grande pour la première partie que pour l'autre, la poutée de la

figure 25.



"voite l'accroîtra nécethairement. Is la charge au lieu de l'éténdre à toute la longueur de la voite, ne portait que sur le bommet, un de be effet borait encore d'accroître la pouvre, mais elle n'ajouterait rien à la résistance du pied-droit. Le poids de chacune des deux pareties supérieures terait augmenté de la moitée du poids de la sharge et le centre de granté terait déplacé on conséquences de la grandeur et de la position de ce poids additionnel. La plupart des voutes et particulièrement les arches de port

retation autisis du Gree A pas lequel paite le plan de reptile. A 8 et J' la cohelien stàmic perpondiculairement à AS, on avec  $p_m \sim 1.1 - p(b+b) - \frac{1}{2} \delta b^4 h + \frac{1}{2} \delta b^3 tang/0 - \frac{1}{2} J'b^4 (+ tang/0) = 0...(b)$ 

$$\frac{\mathrm{d}_{fn}}{\mathrm{d} \ \text{ting}} = \frac{1}{3} \delta \epsilon^3 - \gamma' \epsilon' \ \text{tang} \ \theta = 0 \dots \qquad (6)$$

et par l'elimination de teng 0;

 $2L-pb-pe-\frac{4}{5}(y^4+b)e^4+\frac{1}{16}\frac{y^2}{5}(e^4=0...(7)$ equation qui ribelue par rapport à e donnera la moindre opacitions dont le matrif bot subseptible.

go. On voit pan l'iquation (6) que la valeur de tango est en raison suvaso de la coldsion 7': à l'on triusait o > BAC, on prondrait o = BAC, c'est-à-dises,

of Population (3) democrate 
$$\mathcal{E}^4 + \frac{6p}{57' + 5h} \mathcal{E} - \frac{6(\lambda L - pb - \frac{1}{L} J'h^*)}{5J' + 5h} = 0 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (9)$$
 on simplement

$$\varepsilon^2 + \frac{6p}{\hbar h} \varepsilon - \frac{6(\lambda L - ph)}{\hbar h} = 0 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (10)$$

he la cohetion dait tout-a-fait nulle.

31. Ladgue la chikim intendeque du mathif baa tellgrande on comparation de son adhorence g a la babe AB, on awar

tang 
$$\theta = 0$$
,  $\xi^2 + \frac{2p}{\gamma'' + \delta h} \xi - \frac{z(\lambda L - pb)}{\gamma'' + \delta h} = 0$ ...(11)

gt. If your assisses gove he possibly proceded gave color of shore passed to the model of your color of the consideration of the passed of the

$$\mathcal{E} = \sqrt{\frac{5h(1\lambda - j'h)}{3j'+3(3\lambda - 2h)}}, \quad \mathcal{E} = \sqrt{\frac{6h\lambda}{\delta(3L - 2h)}}, \quad \mathcal{E} = \sqrt{\frac{1}{j'+3}}...$$
 (2)

gu'd der aids de trouver directiment of qui devienment

 $\varepsilon = \sqrt{\frac{5L(z\lambda - y'L)}{5y' + J_L}}, \quad \varepsilon = \sqrt{\frac{6\lambda}{J}}, \quad \varepsilon = \sqrt{\frac{zL\lambda}{y'' + J_L}} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (5)$ 

quand h=I on que la force 2 et appliquée à l'acteomété C. g3. Cet rélultot ne conviennent pas exactement aux must de reviennent; car la gouttée des terres ets-réparties hav létenduc

figure 22.

- Trogle

du parement intérieur et ne peut, quant à la manière d'agir pour rompre le mattif, être regardée comme concentrée en un meme point.

94. L'équation (11) quand on y fait p'=0, &= 1 et n = P revient a l'équation d'équilibre des voûtes, M = PL, dans laquelle d'sérait facteur de tout les termes. Désignons par a la hauteur conttante DH, en sorte que L = a + h, por e l'épaisseur CG de la voite et par & l'épaiteur du pied-droit, pour h=0, cette equation (11) donnera  $\mathcal{E}' = \frac{Pa - p'b}{p}$  et ensuite

$$h = \frac{{}^{2}p(\varepsilon - \varepsilon')}{{}^{2}P - \varepsilon^{2}} \dots (44)$$

Or, à coule de la stabilité de la voite sur set naissances, on a Pa < p(b+e), on  $e > \frac{Pa-pb}{p}$ ; done e' < e. D'ailleur il rébette du calcul des divers cas particuliers que généralement dans la pratique, e'et par conséquent E'2 est moindre que 2P; done ti, dand l'expression (14), & croît depuis & jusqu'à VIP, la hauteur h croîtra en même temps, depuis zero jusgu'à l'infini. Delà cette conclution importante que n'équilibre est étable pour une hauteur donnée du pied-droit, le tytième a d'autant moins de tendance à tourner autour d'une houzontale, pride dans la face extérieure AD, que cette horigontale est plus élevée au-destrus de l'arête inférieure A. Même conclution, à plus forte raison, dans l'hypothèse d'où derive l'equation (9) qui donne

$$h = \frac{6 p(\varepsilon - \varepsilon')}{6 P - \varepsilon^2} \cdot \dots \cdot (15)$$

95. Les hypotheses auxquelles se rapportent eel expressions (14) et (15) sont celles qui doivent être admises le plus fréquemment dant les constructions.

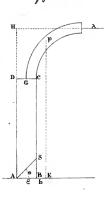
# Woters.

# I Sur le Numero 13.

Le glissement vous l'extrados n'est possible que suo les joints des naissances. 1. Hommond o' l'angle du joint III avec l'horigon, il viendra d=90°-2' et l'équation (a) considérée avec le signe prendra la forme

X=p tang  $(\alpha'+\phi)$ . Cola pole, on voit d'abord que si  $\alpha'=0$ , on si le joint mn prend

figure 21.



la position horizontale, p devient le paids de toute la demivoite; on voit ensuite que h à partin delà, & augmente, p diminue, tandis que tang ( $d'+\psi$ ) croît, jusqu'à ce que  $d'=go'-\psi$ ; à ce terme, X obt infine de même que tang ( $d'+\psi$ ); au-delà, cos quantités deviennent n'agatives. Clinhi dans l'entervalle de d'=0 à  $d'=go'-\psi$ , le facteur tang ( $d'+\psi$ ) croît ragidement et à la fin devient infine; tandis que par la forme qu'on a coulume de donner aux voites, le facteur  $\varphi$  ne devroît que lentement et ne deixent nul que quand d'=go'; par conéquent X n'admet, en g'eneral, qu'un minimum relatif qui répond à la moindre valeur de d'.

It un autre cités, il est clair que de tout les joints existents dans la hauteur du pied-drois, c'est-celui de la naithanes, qui se trouve le moint chargé et où par contequent les fect-tement oppose la mointres réditaines au glitement.

2. Il suit de la que à la voute et suseptible de céder en glissant dans le sont  $m\,n$ , la séparation doit se faire aux joints mêmes des naissances et que dans le cas où ces joints sont horizontaux la moindre presson à la clef, qui soit capable d'opèrer le glissement, a pour mesure le produit du poids de la demi-voute par la tangente de l'angle du frottement. On pourra donc dans ce cas, se dispenser d'employer le signe — dans la formule (a).

3º En remontant à l'équation immédiate de l'équilibre,

 $X(\cos \alpha' - \sin \alpha' \tan \alpha \psi) = p(\sin \alpha' + \cos \alpha' \tan \alpha \psi)$ , on aperçoit que quand les quantités X et  $\tan q'(\alpha' + \psi)$  deviennent negatives, alors la composante de X parallele à mn, est moindre que la force du frostement provenant de la composante perpendiculaire; car de  $\alpha' > go' - \psi$ , on tire, en prenant les tangentes, tang  $\psi$  sin  $\alpha' > \cot \alpha'$ ; de sate que la valeur de X résort la question dans laquelle la force  $\varphi$  sorait diaigée en sens contraire ou de bas en haut ce que rend tout-à-fait évident l'hypothèbe  $\alpha' = go'$ , que que soit  $\varphi$ , laquelle conduit  $\alpha' - p = X$  lang  $\varphi$ .

# II. Jurle Nº 17.

C'est sur ces deux derniers modes de rupture exclusivement que lahine a fondé sa thévrie des voites, mais en prenant arbitrairement les joints qui s'y rapportent et considérant

Mesure de la force capable Topérer ce moivement. an law de la force G, led sempetanted history to programdischairs at Continuate interiseurs du yout 192 tant de cette force que du paid du denn-coin compreil entre les joint 92 et le joint routined CC.

### III. Surle Nº 19

Il but le là, que I et I but repetirment moindred que let plut grandet freed qui appliqued on c et c'haisert needtisred grand fraies teurner autories de l'exterdet de teut joint, la

partie implainer à ce joint.
Le dannier de ce frest en aft de infusir; can pour en aveni de valeur, il fant agrimer que l'estraded du joint air tou le tinguette au bommet du ciritie de la voité, et en a \$(a)=5, angustion qu'ur obtent auth en égalant à zire le blummination de la valeur X.

### IV. Sur le M. 20.

On put prender; t yes, yea; ette demine equation outsines évidenment in ou o par duit £ (4) = 150 é en obser é duit de déficition dem la prendere éparte de proposition de la principal de l'experiment de la partie par l'extraded du joint times que de verticale admitter de partie par l'extraded du joint times du contin de gravité de partie par l'extraded du joint tenut; l'extra, dont en ties = == 10°, yea l'extraded du joint tenut; l'extra dont en ties === 10°, and en després de l'extrade de l'extrad

Au rette, dans la voite en plein untre, entradottée parrallelement, dant donné l'intradot de la voite et la position d'un joint, on peut teujours déterminer l'épaitheur de manière que la verticale abaitée du centre de gravité de la partie supérieure à ce joint pathe par son intrados. Car la verticale menée par est intrados et la bisectrice de citle partie superieure déterminent par leur intersection, a centre de gravité qui lui même déterminera l'épaitheur

# V. Jurle N. 22.

1. Hout avons dejà examine dans une note procedente les suppositions y=0, p=0, x=0 of px=0,  $\frac{d(px)}{d\phi}=0$ . If rette cellerci; 1. h+r+z=0, px=0; dans cette hypothèle, où y a une valeur finie, la force  $X = \frac{pX}{Y}$  et nulle, de même que le produit px; cette force, à cause de 2 =-(r+h) se trouve audettous de c', à la distance r+h, c'est-à-dire, est-dirigee à la base du pied-droit; 2º h+r+2=0, y-(h+r+2)=0; d'où  $f(\lambda) = m'c' = h + r$ , résultat absurde, à moins que h ne soit nul ou negatif et la question suppose que h n'est pas au-detions de xero. D'ailleurs la valeur du moment resterait indeterminee, et la force x ou px dirigée à l'intrados du joint trouvé serait infinie; 3. y  $\frac{d(px)}{dx} - px \frac{dy}{dx} = 0$ , y-(h+r+z)=0, d'où f(d)=h+r, même rébultat que ci-debbut, par lequel le joint cherche serait celui de naissance, si h ctoit nul. En general, cet deux equotions résolvent la question: étant donnée f(d)=r-h, c'est-à-dire, la postion du joint auguel doit répondre un maximum de la force X, trouver 2 ou le point d'application de cette force. Car soit 2 la valeur de 2 qui, avec f(d)=r-h satisferait à notre première equation, l'expression de X deviendra  $\frac{px}{f(a)+a!}$  et la condition du maximum sera cette meme équation renfermant à au lieu de x, et qui donnera reciproquement f(d)=r-h. Ou reste, la

valeur du moment se réduit abort à celle de px. 2°. Mais la pression effectivement produite en un point quelvongue h de cc', ne répondrait pas au joint par rapport à l'intradot duquel le moment px, de la partie supérieure, ob an maximum, et qui beast le joint du plut grend moment de suptime, dant une demi visité abendonnels debutiment à alle mêmes; can leu valeur de X pered-perdante à e maximum, écasit moindes que le maximum de X, relatif au point h, et avec ette valeur la forex x appliquée en h n'empéhenaît pat le parte diposition qui répris X appliquée en h n'empéhenaît pat le parte dipositioner à maximum de X, de tourner au joint qui répris dan maximum de X, de tourner autieur de lathètet du ce pout.

### VI. Sur le nº 25.

Observant let combinated que competent let déposition quatinhère de goint, et para chaque déposition let relatice et les generales entire de l'unité correspondant aux designjoints qu'elle comerne. Eniqu'en a tinjusel (\$\frac{1}{2}\$) (\$\frac{1}{2}\$) la dépoition gouerne de partie points peur charane det let entre point qu'elle que t'outagne la figure sancese à alté combinaisen, dans le tableur sous vius nu s'



A<sup>NL</sup> Combination.  $\begin{pmatrix}
\mathbf{M} \\ \mathbf{N}
\end{pmatrix}; \mathbf{F} < \mathbf{f}, \quad \mathbf{F} = \mathbf{f}, \quad \mathbf{F} > \mathbf{f}.$   $\begin{pmatrix}
\mathbf{M} \\ \mathbf{N}
\end{pmatrix}; \mathbf{F}' < \mathbf{f}', \quad \mathbf{F}' > \mathbf{f}' & o' \leq \mathbf{f}, \quad \mathbf{F}' > \mathbf{f}'.$ 

2 Continuitors.

 $\begin{cases} \frac{\mathbf{N}}{\mathbf{M}}; \ \mathbf{F} < \mathbf{f}, \ \mathbf{F} > \mathbf{f} \ \sigma' < \overline{\mathbf{f}}, \ \mathbf{F} > \mathbf{f} \ \sigma' = \overline{\mathbf{f}}, \ \mathbf{F} > \overline{\mathbf{f}}. \end{cases}$   $\begin{cases} \mathbf{N}', \ \mathbf{F}' < \mathbf{F}' \ \mathbf{F}' - \mathbf{F}' \ \mathbf{F}' < \mathbf{F}' \end{cases}$ 



50 Combination.

 $\begin{pmatrix} \frac{\mathbf{N}}{\mathbf{M}}; \ \mathbf{F} < \mathbf{f}, \ \mathbf{F} > \mathbf{f} \ \sigma < \overline{\mathbf{f}}, \ \mathbf{F} > \mathbf{f} \ \sigma = \overline{\mathbf{f}}, \ \mathbf{F} > \overline{\mathbf{f}} \ . \\ \frac{\mathbf{M}'}{\mathbf{N}'}; \ \mathbf{F}' < \mathbf{f}', \ \mathbf{F}' > \mathbf{f}' \ \sigma < \underline{\mathbf{f}'}, \ \mathbf{F}' > \mathbf{f}' \ \sigma = \underline{\mathbf{f}'}, \ \mathbf{F}' > \underline{\mathbf{f}'} \ .$ 

Mountiment, que, que chaque conhunctur, ou conquere checuse da delation de grandeure, qui répordent ou misse de despe disposition qui de compand, avec chaques et trabatar de grandeure, qui repordeur à l'autic disposition, et que l'ou range, la réhillet dans coloir det trai cut de tribibile, équilitrain et registre, august il appartient, ou aural le cladémant in-apper.

12 Stabilité.

 $\left(\frac{\mathbf{M}}{\mathbf{N}}, \frac{\mathbf{M}'}{\mathbf{N}'}\right)$ ;  $F < \mathbf{f}$  et  $F' < \mathbf{f}'$ , if n'y a rotation autour de l'extrados d'aucun joint, et si l'execution de l'appareil est exacte, l'areboutement, à cause de la compressibilité dont les materiaux sont toujours dones, sera intermediaire à c et c' et quand même, par vice d'execution, il resterait en c ou se transporterait on c', la stabilité n'en aurait par moins lieu; la demi-voute soutenue en c ou en c' subsisterait.

F<f, F'>f mail = f; si l'execution ett exacte, l'arebontement à course de la comprettibilité, devient intermediaire; ii, par défaut de construction, il se trouvait en c', alors it se reporterait vers c, puisque la rotation commen. cerait toujours par l'extrados de N'; la demi-voute soutenue en c subsisterait, et en c'se comperait selon le premier mode.

F < f et F'< f; he l'execution et juste, l'areboutement, à cause de la comprestibilité, sera intermediaire, si non on c ou on c' mais avec stabilité.

F >f maid = F et F <f; l'areboutement et intermediaire, à moint que par vice d'execution, il ne se trouve en c'. La demi-voute soutenue en c se romprait eten c'subsisterait.

F Lf et F'Lf; it l'execution de exacte, l'areboutement, à cause de la compressibilité, est intermédiaire; sinon, il rette en c ou se transfère on c' et la stabilité a toujours liew. La voite soutenue en c ou en c'sub.

> F < f et F' > f' ou = f', l'arcboutement de interme diarie, quand même un vice d'execution l'appellerait en c', puisqu'il serait reporté vers c. La demivoûte soutenue on c subsisterait et on c'se romprait selon le premier mode.

> F > f ou = f of F < f', he l'accution et exacte, l'areboutement, à cause de la compressibilité, est intermediaire, puisque la rotation qui commence par l'extrados de N, le porte vus c'; il n'y aurait pas moind stabilité ti, par vice d'execution, l'archoutement était fixé en c'. La demi voute toutenue on c se romprait selon le deuxième mode et en c'subtitterait.

982, 2

1.º La combinaiton

quelles que trient d'ailleurs les relations de grandeux entre less limites  $F, F, \overline{F}$  et F', F', F'.

2. Les deux combinations et les relations respectives entre lese limites,

 $(\frac{M}{N}, \frac{M}{N})$  are  $F < F \cdot (\frac{M}{N}, \frac{M}{N})$  are  $F < F' \cdot f$ , quality gar bright fullwart of relations to grandens enter lets builds  $F \cdot f \cdot f \cdot f$  gave by grandens to at our combinations of sates lets builds  $F \cdot f \cdot f \cdot f$ , pose but beauto.

### 2: Equilibre.

(M. N.); Fal et V.C., i make que pue défaut d'estrature l'estrature par demuner par et alors despuéses de l'estrature l'estrature que voir teleblist, à par défaut d'estrature l'estrature que voir teleblist, à par défaut d'estrature l'estrature de pour teleblist, à par défaut d'estrature l'estrature de la similar et c'est méterneré, de la sumperstréblist, l'au fondaire et continue trois interneré, de la sumperstreblist, l'au fondaire en con on of chébite aire. I hand voil tentime en con on or d'hébite aire d'estrature de parmier en d'élast d'épubliste.

Ful et No No Novembre que d'entresses en con et que t'el de transmit en contrature que con descripte de la transmit en con ou en contrature con contrature que de transmit en contrature de la transmit de la transmit en contrature de la contrature

(\$\frac{\mathbb{N}}{\mathbb{M}}, \frac{\mathbb{N}}{\mathbb{O}} \times \frac{\mathbb{N}}{\mathbb{N}} \times \frac{\mathbb{N

below le beword modes, it on a toait à l'état d'equilibres; d'ailleurs, to, par défaut d'exécution, l'aresbontiment perbiséeait en c, il berait reporté voil c.

### Résumé .

Pour ced dence combinations de joints et cel égalités respectives

 $\left(\frac{\mathbf{M}}{\mathbf{N}}, \frac{\mathbf{M}'}{\mathbf{N}'}\right), \mathbf{F} = \mathbf{f} \circ \mathbf{f}\left(\frac{\mathbf{N}}{\mathbf{M}}, \frac{\mathbf{N}'}{\mathbf{M}'}\right), \mathbf{F}' = \mathbf{f}'.$ 

quality que brant d'ailleur les relations de grandeux entre les limites  $F_i', F_i', f_i'$ , quant à la premine combinacion et  $F_i, F_i, f_i'$ , quant à la treorde.

### 3° Trupture.

- (M. M.); F > E of F < E, à cashe que, par vien l'intentitie l'arc.
  Internet pout lemaneure on o d'abert la repture
  a lim élon le premier mode. (I'il létil en c'ou
  au déliné du part internetaines pour laquel le
  maximum o' le minimum de X évat épana, la
  voite indétéenet). La demi-voite évaleine en c
  le comparait et m c'abellitait.
  - to insequent of on C hildstined.

    PS # 15 2 mile of learning and present four
    just be partier of good que tot l'accintine, puilgue le macement de X harpetleux tinguest les
    movements of que les vetations commences par l'actraded du joint august répand le sommenment, les
    aufaires but le pressures mode, l'ac dessi voitet soutermes on c le songeait rébon le pressure mode et a songeait produit promiser mode et a songeait produit promiser mode et
    on c'a parillement telen le pressure mode.
- on a factorism them to promise media.

  \(\begin{array}{c} \frac{\text{X}}{\text{if}} \geq \frac{\text{F}}{\text{if}} \geq \frac{\text{if}}{\text{if}} \geq \frac{\text{if}}{\text{if}} \geq \frac{\text{if}}{\text{if}} \geq \frac{\text{if}}{\text{if}} \quad \text{if} \quad \quad

### Résumé.

Pour ces deux combinations et les inégalités respectives  $(\underline{M}, \underline{M}') F > F + (\underline{N}, \underline{N}'), F' > F'$ 

 $\left(\frac{\mathbf{M}}{\mathbf{N}}, \frac{\mathbf{M}'}{\mathbf{N}'}\right), \mathbf{F} > \mathbf{f}$  of  $\left(\frac{\mathbf{N}}{\mathbf{M}}, \frac{\mathbf{N}'}{\mathbf{M}}\right), \mathbf{F}' > \mathbf{f}'$  + d'ailleurs les relations de grandeur ontre

quelles que soient d'ailleurs les relations de grandeur ontre les limités  $F'_i, E'_i$  pour la première combinaison et entre les limités  $F_i, F_i$  pour la seconde.

# VII. Jur le Nº 29.

Plaisous pour conserver à la théorie toute sa généralité .

Mous avons ou que le joint n, sur lequel la partie supérieure peut glitter en montant, coïncide, en général, avec celui de naitance ; d'un autre côté, le joint 112, sur lequel la parthe superieure peut glitter on deteendant, se rapporte au cas où la partie moyonne de la voite agirait comme un coin, et ce cal n'arrive pat ordinairement, à caute du frottement dets matériaux, ainti que Coulomb l'a dit exprettement dans la remarque citée. On pourea donc communément mettre à l'écart le glittement sur les joints pour s'entenir au seul mouvement de rotation. Mais la connaissance de la limite G n'en est pas moins utile; on conçoit en effet que l'intrados d'une voite étant donne, l'épailleur peut augmenter au point que la verticale menée par le centre de gravité de la partie supérieure au joint M ou N patte très-près de l'intrados de ce joint; alors la limite F ou F' qui pourra être très-petite et même tout-à-fait nulle, ne représentera plus la pression récllement exercée à la clef; cette pretion proviendre de la tendance des deux parties superieures aux joints m, à descendre, comme un coin, en glittant le long de cet joints et répondra par consequent à la limite G. De plus, les joints de naitsance d'une voite ne sont pas toujours horizontaire : ils ne le sont jamais dans les voutes on are de cerele ou en platebande et cette circonstance caige la consideration de la limite g. Enfin presque toujours une voute est suchargée à l'extrados at somewant alle est exposer à des choos violens, tels que ceup des bombet, ce qui est analogue à une surcharge. ainti, pour ce cat, mais sur-tout pour la discussion complette d'un genre donné de voites, la contidération des différentes limites est indispensable; c'est pourquoi nous chercherond leurs expressions particulières dans chacunes des espèces de voites dont nous nous occuperons.

### VIII. Sur le 16.32.

En te fondant tur cet expériences, les autours des nouvelles theories attimilant la voite à un système de quatre levres, attemble's bout-a-bout, par arturalations, et charges chacum du

pridé de la partie que lu réponde. Il distinguent les deux model de rupture du système, puel, pour determines le joint intermédiaire, qu'els appollent le joint de rupture, la plugart modifient le principe de Coulomb et contiderent, lorsqu'il t'aget du premier mode, au lieu du joint de la plut grande pretion à l'estrados de la clef, non par le joint du plus grand moment de la prettion, comme neut l'avont fait, mait celui d'où rétulte le maximum du rapport outre le moment des forces qui tendent à renvorto le levier infóricus et le moment del forcel qui tendent à l'affrenie. Quand au besond mode de rupture, dant lequel la prettion l'acerce à l'intradol de la clef, ils prennent le minimum du rapport outre le moment des forces qui lendent à abattre le levier inférieur et le moment det forcet que tendent à le souterier. On reconnaît aitement que la modification n'est que dans les termes et que, ti m et m' désignent les momenté de la demi-voite par rapport aux arêles ortorieure et intérieure du joint de noitlance, cette méthodes donnes pour la stabilité, respectivement les conditions m > LF, m' < Lf', soit que le juied droit oxitée ou non, et ne donne que cet conditions Les memos denominations subsistant, delignons de plus par p' le poils de la partie inférieure, y compris le pied-droit, t'il y' a lien; par & la distance horizontale du centre de gravité & de cette partie, à l'arête exténieure ou intérieure f de su base, et par a v les distances horizontale et verts.

cale du point m au point f. Contiderant d'abord l'état de simple equilibre

Puitque l'équilibre exitte dans le tystème, il doit exister dant chaque partie deparement; mais à cause de celui de la partie supérieure, on aura

Xy = px . . . . (1)

équation qui exprime que la résultante des forces X et p pathe par le point m, auquel parconsequent on peut la conservoir applique; et comme le moment de celle résultante par rapport au point & est egal à la différence des moments

figure 23

de les composantes, l'equilibre de la paetie inférieure donnera

 $Xv = pu + p's \dots (2)$ 

ajoutant ces deux équations membre à membre; et observant qu'on a les relations

y+v=B....(3), p(x+u)+p's=m...(4) on obtaint ette autre équation

 $XB = m \dots (5)$ 

qui rébille, tout de hite de ce que l'équilibre permet de conhidérer le typième comme entièrement régide .

Cla pole, dans l'equation (2) le premier membre déligne le moment des forces qui tendent à renverser la partie inféricare et le recond qui, en vertir de (4) et de (3), revient à m-Xy, représente le moment des forces qui tendent à retenie cette partie inférieure; or, suivant la théorie dont il l'agit, le rapport  $\frac{Xy}{m-Xy}$  des deux moment doit être un maximum dans le premier ast de rupture et un minimum dans le second donc, en observant que v=B-y et que x ets une fonction implicite de y, on a

m(B-y)d(x)-(m-xB)xdy=0

et timplement

d(X)=0

à cause de l'équation (5). On tire de là X=F on X=f', valeurse dont la subtlitution dans cette équation (5), donne m=BF on m'=Bf', comme on l'à cu par la m'éthode générale.

Quant à l'état de Habilité, on aura évidemment m>BF ou m'<Bf'

Objections cette remarque: d'une part, le poids p'se décomprose en deux autres; p' $\frac{u-s}{u}$  et  $p'\frac{u}{s}$ , appliqués respectivement en f et en m; d'autre part, la même équation (2), mile sous la forme,  $Xv=(p+p'\frac{s}{s})v$ . exprime que la résultante del forces X,p et  $p'\frac{u}{s}$  appliquées en m, ets dirigée selon la droite mf, de sorte que cette résultante peut-être censos appliquées en f, où, par la decomposition elle reproduira ses composantes; d'où il suit que le point f est dans le même état que s'il était poussé horizontalement par la force X et presse verticalement par les forces  $p'\frac{u-s}{u}$ , p et  $p'\frac{u}{s}$  dont la somme su réduit à p+p', poids de la demi-voute; c'est un résultat que nous avons obtenu autrement (76.43).

Or, soint c, c'les hauteurs des point c, c'au-dethes de l'arête extérieure ou intérieure du joint de naistance, comme

 $\frac{m}{c}$ ,  $\frac{m}{c}$ , snont, now co joint, det forcet analoguet à f et f', on awa nécktairement  $\frac{m}{c} > f$ ,  $\frac{m}{c} > f'$ , à moint qu'il n'y ait égalité, ce qui arriverait si c'était le joint N ou N' lui-nome qui fût celui de naithance. Mait si l'on a F < f, F' < f', (96°.26), on aura, à plut forte raiton,  $F < \frac{m}{c}$ ,  $F' < \frac{m}{c}$ ; c'ét-à-dire, en appelant p le moment de la poutée, m > p.

the meme, comme  $\frac{m'}{c}$ ,  $\frac{m'}{c'}$  but det forces analogues à F, F', on aura  $\frac{m'}{c} < F$ ,  $\frac{m'}{c} < F'$  et, à plus forte raison  $m' < c \hat{E}$ ,  $m' < c' \hat{E}'$ .

Mail puitque les reciproques ne sont pal vroiet, il l'en suit que les conditions m > BF, m' < Bf' sont insuffisantes. En outre, l'équilibre de la demi-voûte sans pied-droit, qui est atturé pour les conditions (96.96) ne l'est nullement par l'equation m = BF ou m'= Bf', qu'on trouve par les nouvelled theories. De plus, cet theories établishent l'équilibre de la demi-voite, y compris le pied-droit, en égalant le moment du système, non pas au plus grand moment de pression ni meme au moment de la plus grande pression, mais seulement à celui de la pression engendrée soit à l'extrador soit à l'intrador de la clef, selon le car de rupture, ce qui ne suffit par non plut. Enfin, cet theories ne montreut pas la liaison entre le premier cas de rupture et le second qu'elles considérent isolément, sans en donner une explication satisfailante. De ce que, dans ce second cas, la partie inférieure de la demi-voûte, tourne autour de l'arôte d'intrados de sa base, on a conclu que cette partie inférieure l'emportant sur la partie superieure, forçoit celle-ci de se toulever à la clef, en tournant autour d'une arête d'extrados; mais cette rotation et le soulèvement de la clef sont un pur efet de la pretion qui se produit à l'intrados de la clef et qui provient toujours de la tendance de la partie supérieure au joint M'à tourner autour de l'arête d'intradot de ce joint; en consequence de cet effet même, la partie inferieure cestant d'être retenue est entraînce par son propre poids et tourne autour de l'arête intérieure de sa babe. ainh la rotation et le soulevement dont il l'agit ne sont pas dut à une prépondérance de cette partie sur l'autre, et c'est uniquement la partie superieure au joint M', laquelle peut devenir toute la demi-voute, qui produit la pression effective et qui est la partie veritablement agittante. Le soulèvement

de la def n'ils l'eft de la retation nature de l'arcte intevienne de la bale de la domi-writte, qu'autant que le jourt descrimals avec cette bale, ce qui ne cortiliae point un cal détent et dispos, et a confinement triperse, quelle que vert la politim du jourt, taitel let fait qu'abilisation fuite du gétiment, ou auna (\$\frac{1}{2}\to \frac{1}{2}\to \frac{1}{2}\

### IX . après le Nº 43.

Northed to me write proposes our capable de proposes une charge

1.º Venfier is une vouté propolée de capable ou non de superter une charge donnée.

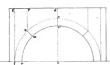
litte qualities de text in fait ranlagues in the domainment of the effect pass les mismed quincipé ai facultair des textures et letre conditions des textultés text textificates, no décensent que letre valent des quantités 0, g., T, E et F, E oiné, que let prévisée des joinest respecté TT, n, N, N et M, N dépondent text de la grandeux que de la la détébation de la change donnée et varient aux ce d'airentéeres.

Exempleto.

Quelques exemples faront concessio la choise.

Lalque la criste els chargés d'une certaine égailleur de matiere, majonnerie, ture, paré le dispoler de nivrau et occupant toute lon étendue, let poidé de la partie lugérique 171 N.

figure 84.



co' of the dynamic implications on the best anymentally discussed and changes rejusted in pales, in pgg, a mic changes of weelenst did limited that whatever that deliberty much you life pretised del privile consequentation, of commen l'anymentations de it proposition on plat years you to promise propriet you, press l'anite de promise propriet you, press l'anite de la production par press press l'anite de la production de la list pressore l'anite de la production de la priva-

figure 25.

"in la change on him de s'itenantia néabhaiceanait."
Is la change on him de s'itenales à tinté la longeriure le la courte par deux la channet un de de fifté douait curre à lacarité des parties que deux la channet en épitaliste s'inis à lai répatient sins à lai référence deux parties mais de la courte de deux parties des parties de la courte de deux parties de parties de partie de parties de parties de la courte de la grande de la courte de la grande en se la

sont charges d'un matif de majonnerie, qui n'exède quère le niveau de la clef; selon que la voute tora peu ou fort surbaittie, ce matif portant en grande partie sur le pied-droit, augmentera sa rétitance dans un plut grand rapport que la poutses, ou appuyant principalement sur la partie supérieuez comme quand la voûte et en are de cerele, rendra la poutsée plus grande sant ajonter beoucoup à la rétitance du pied-droit; de sorte que, dans le premier cas l'épaitseue du pied-droit n'aura pas beloin d'augmentation, mais au contraire pourra être diminuée, ti le mattif est construit avant le décintrement de la voûte, et, dans le second cas, cette épaitseux devra être augmentée convenablement.

Awand la charge additionnelle porte pleinement sur le pied-droit elle ne peut évidenment qu'en augmenter la résistance, ce qui permet d'en diminuer l'épaitleur, parce que le décroitément du bras de levier ets suppléé jan l'accordéement du paids.

La charge polont partie sur le pied-droit partie sur la voite, de manière que son centre de gravité tombe entre la naithance et le milieu de l'ouverture, pourra être athers grande pour que le premier mode de rupture se change dans le second et alors la rupture sera impostrible si la condition F'2 est satisfaite; sonon, il suffra de rendre la prettion F'4 est satisfaite; sonon, il suffra de rendre la prettion F'4 est satisfaite; sonon, il suffra de rendre la

Enfin si la sovite était chargée d'un fluide, il faudrait cherchen à l'aide des principes de l'hydrostatique, la pression normale, caercée sur la partie sugainne au joint indéterminé. In 12 et composer le poids de cette partie avec la pression relative; on emploierait onsuite la résultante au lieu du simple poids pour déterminer les limites.

Par un semblable procédé, on pourrait avoir égard au chor det bombes, bequel, suivant la théorie physics-mothé-matique de la percusion, (architecture hydravlique de Prony, promière partie, page 208)-peut être évalué on prodé. C'est à l'experience de fournir les léments nécessaires à cette évaluation.

On voit par là gu'en géneral on pourrait établir l'équilibre dans une voute où il n'existe pas, sans rien changer aux dimensions et sulement en augmentant par des charges additionnelles, convenables, le poids des parties qui tendent Une voite étant Ionnée, Ilterminer la pression supporté par le cintre, en élacousti, ava Tireses époques de la construction.

2º Une voite étant donnée, détamines la prethire supporte par son civitée on charpenté, aux divorté éjoquet de la contrac

On conzert qu'un cartain numbre, del première abieble d'une voite our les perposible de le descritains d'illed-minus et que les diminuste commence à present auxilie, passe que ten place de joint inférieur de thous incliné loud une angle plut grand, que 19 à 38, qui de gladement coliné des fedéraciest del contciet placel donc caled our gold à éve let une tout autoit autoit autoit autoit.

that places bear sales on upons a low to the med that test milet of collections by super a low to the med test point individual of presented is circle, judyal a collect dear les joint individual of man and means more inclination till lege the northern inclination till minimish the presentation of intended total december, judicible, judicible des principals and description of the control of the

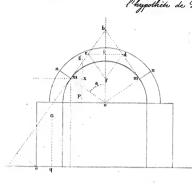
Twendment, bu prettem due à un voutries qualenque bellèvidus par les formules de l'équiller d'un copé patent, paid des une tres deux pair de la législer d'un copé patent, paid des une ve tres deux pair valudés d'espédiquement describenses du fretemant. Cet famules l'appliquement describenses con describes qui voiet appel, I devie le voutries qui voiet appel, I devie l'espédiquement de la pretent describé des contract de la pretent describé describés comme describés comme describés de la pretent de la

son joint signisium.
In formulat faunt connaîtie la prehim supportee doit par le cintre, éter par le joint inférieur, au muyen des quin ou padéau au terrhime voutéir et ainée de proche au percher, judgu'an decner qui puille prehire le cintre;

Uni philumeane qu'un dresse touvent dans la gragat de la contlection, lets que, las contheirs depoisons pondisus let inforend obliquet la parties de voite que forment ceue à le bulance voet bur milieu on toureur à l'esticated de manière que la partie contigue du cintre se trouve degagée; aussi le calcul donnerait-il une valeux négative pour la pression exercée sur le cintre par chacun de ces derniers voussoirs.

# X. Jur les No. 46, 47 et 48.

figure 26



1º Délignons par à l'angle que le joint de rupture, dans l'hypothèbe de lahire, fait avec la verticale; par m, n les distances horizontale et vorticale de son intrades à l'arête extérieure de la base du pied-deoit; par p le poids de la demipartie supérieure de la voite, par X la distance horizontale du centre de gravité de cette demi-partie à l'intrades du joint de rupture; par q le poids de la partie infrieure et du pied-droit; enfin par X' la distance horizontale de leur centre de gravité à l'arête extérieure.

On décompoteral le poids 2 p en deux forest P perpendiculaires aux joints de rupture et divigées à leurs intradot; le

$$M = px + \frac{np}{tang a} \dots (H)$$

tandis que selon notre théorie, on a

F etant le maximum de PX.

2. Appliquent cet équations d'abord au plein cintre à contradot horizontal; pour cela, nous remarquerons que Lahire suppose le joint de rupture prolongé jusqu'à cet extradot; de sorté qu'avec a=45°, et n=h+r cet a, il a  $p=\frac{1}{2}R^{2}tang\ a-\frac{1}{2}r^{2}a$ ;  $px=\frac{1}{2}r^{2}sin^{2}a\left[\frac{K^{2}}{cosa}\left(-\frac{K}{3cosa}\right)+\frac{1}{3cos^{2}\frac{1}{4}a}-\frac{a}{sina}\right]$ .

Gleins cintres à extrados horizontal; Le tableau suwant présente les résultats relatifs à différences

hypothetes.

	Hoyportiesedo		Résultate de l'équation		Rapports Des Denoc
			(H)	(n)	soutes de résultati
	r=6; R=7;	h=2	72,5782	39,9582	1,8162
	. ,	h=4	93,3042	48,8378	1,9104
	r=10; R=11;			133,6107	1,7026
	9 4	h=4	269,9542	154 , 1663	1,7510

On voit que la méthode de Lahire donne un moment de stabilité, pour la même voité, d'autant plus grand que les pieds-droit sont plus élevés et pour la même hauteur de pieds-droits, d'autant mombre que la voute ets plus grande.

3.º Considérant onhuite l'anse de panier à trois centres et pour ce genre de voute, modifiaret la règle de Lahree, à la manière des Ingénieurs qui plaçent le joint de rupture au point de raccordement des arcs du sommet et de la naissance, on a pour la voute surbaitsée au ties et extradessée hypothèles.

Résultate de l'équation Rapports Des Des Hoppotheres sortes de resultats (H) (m) a=6; e=1; h=2 72,4859 40, 1933 1,8034 h=4 | 98,043551,6771 1, 8972 a=10; e=1; h=2 200,6315 126,5250 1, 5857 h=4 250,3968 152, 7026 1,6397

Mome conclusion que précédemment et cette autre que la moment de stabilité producit par la méthode de l'ahire et moindre pour la voûte surbaitée que pour le plein cintre et d'autant moindre que la voûte a plus d'ouverture, défaut qui cit été plus sentide, sans la modification apportée à la méthod. 4.º Office de coriger est inequalarités, nous avons attribué à toutet les voûtes on plein cintre ou surbaitées au tiens et extradestées horizontalement, le même moment de stabilité et nous avons adopté le rapport 1,9 provenant des voûtes de moyenne grandeur; en tote que la valeur de la postée, birée de nos formules, doit être multiplice par ce nombre avant d'être in-toduite dans l'équation d'équilibre.

Le même coefficient 1,9 paraît convenir austi pour les

Notites surbaissees, à extrados horizontal;

Valeno' du coefficient de stabilité pou toutes les voutes en plem cintre et pour les voutes subscisées au quart et oxtradossées harigantalement. Bleins eintres extradorres en chape; magazins à pource; Chévice des contre-forts; valeur du Coefficient De stabilité. voites surbaitsées au quart et extradottées de niveau.

5. Enfin on a déterminé le moment de Habilité des pleins cintres catradotés en chape, en les comparant aux magabins à poudre de Vauban. Let Ingénieur donne à 1st magabins, pour une ouverture de 25 % des pieds-droits de 87 d'épaitseur tur 8 de houteur; il les fortifie par des contre-forts espacés de 12 % ayant authi. 8 % de hauteur, 6 de largeur et seulement 4 de queue; il cleire le sommet caltrieur de la chape à 8 % au-dettus de l'intrados, et parce que l'épaitseur aux reins est de 3 % il on résulte D=20 % 1, 1=49-7-17 %

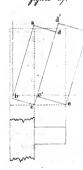
Git donc  $\varepsilon=2^m$ , 59, 87; le premier membre de note équation d'équilibre M=PB, donnera M=149, 71, 84; pour le moment de la résistance de la demi-chape et du pied-droit sans contreforts. Maintenant comme le frottement empiche le glissement sur la fondation, il s'en suit que le pied-droit ne pourra céder que par un mouvement de rotation et en entrainant les contre-forts dont il se séparera (fig. 27) selon son parement extérieur, on bien sans entraîner les contre-forts dont il se séparera alors lattralement (fig. 28).

Dans le premier mode de supéture, la réditance des contreforts proviendra de quatre forces; la cohésion sur la ligne ce, la cohésion sur la ligne cd., le frottement au point d. de la même signe, le poids du contre-fort tournant autour du point e. On néglige la cohésion sur 50 laquelle serait fonction de E.

$$M + \frac{\ln q}{2a} \left[ (q + 2h) \frac{g'}{b} + q' (q \tan g' \theta + h) \right] \dots (q)$$

Or, on a, power le magasin de Nauban, M=49, 7484, ...  $h=2^m$ , 5987;  $\overline{1}=1,9490$ ; q=1,2994; m=4; a=19, 49 et si l'on prend  $d=200^M$ ; J=6000M, tang  $\theta=0,76$ , la valeur de l'oupression (1) sera 56,013; mais suivant notre théorie le moment PB

figure 27.



de la poutée est 28, 1692; on a done le rapport 1, 9884; de sorte. que l'épaitseur du pied-droit simple de même étabilité que celui de Nauban avec contre-forts serait  $\varepsilon = 3^m$  environ.

En effet juur le magains de Nauban  $h=2^m,5987$ ; ...  $B=7^m6337$ ; r=4,0605;  $\frac{R}{r}=K=1,24$  et D in I=R; let formules (F), (f), (n) du 96° 58, deviennent donce.

$$\frac{r^{2} \sin^{2} \lambda}{6(K-cst)} \left\{ \frac{K^{2}}{\sin I \sin(I+\delta)} \left[ 3 - \frac{K}{\sin(I+\delta)} \right] - \left[ 3 \frac{\lambda}{\sin \lambda} - \frac{1}{\cos^{2} \frac{1}{2} \lambda} \right] \right\} \cdots (F)$$

$$\frac{r^4 \sin^4 \delta}{6 \, K \left( r - \cos \delta_1 \right)} \left( \frac{K^5}{\sin I \sin (I + \delta_1)} \left[ s - \frac{1}{\sin (I + \delta_1)} \right] \left[ s \, H \, \frac{\delta}{\sin \delta} - \frac{1}{\cos^4 \frac{1}{2} \delta} \right] \right\} \dots (f)$$

$$\frac{1}{2} \stackrel{\cdot}{h} \stackrel{\cdot}{\varepsilon^{t}} + r^{t} \left( \frac{K^{t}}{\sin z \, I} - \frac{1}{4} \stackrel{\cdot}{\eta} \right) \stackrel{\cdot}{\varepsilon} + r^{5} \left[ \frac{K^{t}}{\sin z \, I} \left( 1 - \frac{K}{5 \cot I} \right) - \left( \frac{1}{4} \stackrel{\cdot}{\eta} - \frac{1}{3} \right) \right] = fn PB \cdots (fn)$$

les éléments du calcul sont

 $\mathcal{L}_{r} = 0,6085795$ .  $\mathcal{L}_{K} = 0,0934217$ .  $\mathcal{L}_{\frac{r^{2}}{6}} = 0,4390077$ .  $\mathcal{L}_{3} = 0,4771213$  $\mathcal{L}_{\mathbf{r}^2} = 1, 2171590$ .  $\mathcal{L}_{\mathbf{K}^2} = 0,1868434$ .  $\mathcal{L}_{\frac{1}{2001}} = 0,3082654$ .  $\mathcal{L}_{\frac{1}{3001}} = \overline{1},8004182$  $\Sigma r^3 = 1,8257385$ .  $\Sigma K^3 = 0,2802651$ .  $\Sigma \frac{K^3}{dom I} = 0,4016871$ .  $\Sigma \frac{K}{con 2I} = 0,1913532$  $\mathcal{L}\mathbf{h} = 0$ , 4147561.  $\mathcal{L}\mathbf{B} = 0$ , 8827351.

ot for trouve

par la formule 
$$(\mathbf{F})$$
, par la formule  $(\mathbf{F})$ , pour  $\lambda=45...$   $X=3,6645$  pour  $\lambda=90...$   $X=4,0519=\mathbf{t}$ ;  $46...$   $3,6901$   $60...$   $6,7050$   $47...$   $3,7122$   $80...$   $5,1815$   $50...$   $3,7590$   $81...$   $5,0881$   $60...$   $3,7264$   $82...$   $4,936$   $55...$   $3,7766$   $82...$   $4,936$   $55...$   $3,7766$   $83...$   $4,8922$   $54...$   $3,7790=\mathbf{P}$ ;  $S=0,5773762$ ,  $S=0,000$ ,  $S=0$ ,

E= 2,915.

Dand le second mode de rupture, ti l'on suppose la cohision sur la section a b c d du pied-droit, reunie au centre de figure de cette section, son moment par rapport à c sera  $\frac{1}{2} h \in \gamma \sqrt{h^2 + \epsilon^2}$ . En divitant le double de ce moment par  $\delta$  et par la longueur à du pied-droit, comprise entre deux contreforts et ajoutant au résultat la quantité M, on aura pour le moment total de la rélitance sur l'unité de longueur, l'ex pression

tance du pied-devit et del contre-forts.

164

ha quation de tatapatible d'une delution glut acaste; il cot clair que les forces illumentaires de la coloitame tent taugées de plus la respectue, or que la greenew mode de amplique per que de la coloi de grandille à l'ame de coloine, you ambiquent le bard de lavier des forces de coloine de force de moitant et ajust à la languance des que de lavier des forces des mais para les lavand, node, le plans de vienne, que les forces des met grapmaliantaires à l'aces des notations et il famalier à la regione, prendre la lemme del moment de forces des que conducent à l'indepaule doubles History XXVX-XXI.

Contribution of whole has variable y of material is part be factoric variation of  $AX = X^2 + Y^2$  qui integral part partial dominacy  $X = X^2 + Y^2 + Y^2$ , power axion cells decreased  $X = X^2 + Y^2 +$ 

integrale point  $\sqrt{x^2+y^2}=x-y$ ; now trouverond

 $\frac{1}{8}\left[\frac{(x^2+X^2)(x^2-X^2)}{2^k}\right] \cdot \frac{1}{2}x^2 \ln x = \frac{1}{4}y \sqrt{x^2+y^2} - \frac{1}{4}x^3 \ln(y+\sqrt{x^2+y^2})$  Wink, agree l'inligication par support à y et entre les limites

 $\tfrac{\imath}{t} \gamma \bigg[ h \! \int \! d\mathbf{x} \sqrt{h^t \! + \! \mathbf{x}^t} \! + \! \int \! \mathbf{x}^t d\mathbf{x} \, \mathbf{1} \, \frac{h \! + \! \sqrt{h^t \! + \! \mathbf{x}^t}}{\mathbf{x}} \bigg] \, .$ 

To grammer do set termed productor temblablement, ...  $\frac{1}{2}hX(\hat{h}^1+X^2+\frac{1}{2}h^2)(x+V\hat{h}+X^2); on integrant to termed, pass parties on obtaining <math>\chi^{2}(\hat{h}+V\hat{h}^2+X^2)$ , on  $\chi^{2}(\hat{h},\hat{h}+V\hat{h}^2+X^2)$ ; on, limiting on the integral  $\chi^{2}(\hat{h}+V\hat{h}^2+X^2)$ . In the graph integrals integrally extensive a colling of  $\chi^{2}(\hat{h}+X^2)$ .

to at dense  $\frac{1}{2}h \times \sqrt{h + x^2} - \frac{1}{2}h^2 \left(x + \sqrt{h + x^2}\right)$ ; done passes que x a gene limitet cet e, l'intégrale définie multipliée par x at dividée par x à dens

 $\frac{1}{3} \frac{7}{a^{2}} \left[ i h \epsilon \sqrt{h^{2} + \epsilon^{2}} + h^{2} l \frac{\epsilon + \sqrt{h^{2} + \epsilon^{2}}}{h} + \epsilon^{2} l \frac{h + \sqrt{h^{2} + \epsilon^{2}}}{\epsilon} \right]$ 

la caracteristique V délignant un bozarithme néperien. En appliquent sux magasins de Nauban celle formule et la formule approximative que revul lui avons bublituée, on trouve raspectvoment 20, 6700; 19, 1008; tandid que par rapport au premier modo de rupture, on a toulement 6,2666.

Comparatore du piet-droit simple, au le pied-droit musi de contro-firsts.

6°. If at remarquable que l'acid d'épaiteux du pind-droit impide de voice tabilité que le paid-droit unair de critique fett, n'étair que des l'esqui poodant tou de let le de louisse que de la companie de la poid i cubal de maquencie, tandit que le volume del quate antie-fett de de p<sup>48</sup> pidé inbol il y auxil men les que le volume del quate antie-fett de de p<sup>48</sup> pidé inbol il y auxil.

Wetermination de l'épaiseur d'un pied-droit muni de contre-fort. one convenes and expertation (i) of 3) on about allo qualitim;

"All manages del expertation (i) of 3) on about allo qualitim;

committent l'alganement et let dimensions del contain-forté qu'en

to proprie d'ajantes à une muse delement de facilitans que ce

muse det avaire pour redilliée, ampinitament devie els contain
forté, à la paulle que ajai contra lai.

Sant Taijund P he partie busineste en 18 éan trat de baise : un part espacidos atte parties en mue, competes de desar partie; le va collisione del contex folts frants. P-C appelei à la mistiture du mue. On hi m et Magalentet. P-C appelei à la mistiture du mue. On hi m et Magalentet. P-C appelei à la mistiture du mue. On hi m et Magalentet. P-C appelei à la mistiture du mue. On hi m et Magalentet. P-C appelei à la mistiture du mue. On hi m et Magalentet. P-C appelei à la mistiture de manuel C an Magalentet. P-C appelei à la mistiture de la mistiture de

 $M + m = PB \dots$  (3)

synation don't be premier mamber a'it autre chete que l'agreb ion (§ ou. (§) et qui benneuer la volume chechée, but que l'alcourie – fett le ranvelout det qu'il l'amenient 'amobild'; dant d'un de cet act 122 dens dernen immobilement, dant l'astre il teres fouction de l'égailleme demander.

Du coefficient de stabilité que les autres genres de voites.

8. Quant ans visite det autrit grand en en hiterminerat le cesfrant de labellet in ner le manse presede; mai commer la playant n'est qui tabellet fastite, obtince par det artificet playant n'est di tribiale d'un traver qui quittont tener de ternes de congazation (4).

### XI. Jurte Nº 53.

La condition du maximum de la fonction (9) et independamment de R et P, tin  $2(\hat{a}+\psi)=2\hat{a}$ , équation qui rend négalif le conficient différentiel du recond ordre, et qui, éi l'on

(\*) leter transition, is guilages changement fire, at sessiste du Monorial (46th, pag 75 or time)

fait tang (0=0,76 on (0=37°, prendra la forme tru (106°-20)=20; or, en le rappelant que dans le second membre à doit être exprimé on partiel du rayon et que l'are égal au rayon et à pou prèt 57°, on verra d'abred que à tembe entre 8° et 29°, mais plus prêt de 29°, ensuit plus prêt de 29°, ensuit plus partient, en trouvera tans prime 2=24°.

de 39; enduite, par let fauthed positions, on trouvers sant prine  $\lambda=24$ ?. La fonction (8) donne pascellement l'équation tou( $\alpha-\phi$ )=2 d, à laquelle répendrait auts un maximum, puitqu'elle rend négatif le coefficient différentiel du second ordre; mois cette équation et absurde; car d'une past, 2 d' ne peut oxeder 58°, d'autre part, un are surpasse toujourd son tinud et, à plut forte roison, le tinus d'un are moinaire que lui, s'il d'agit du premier quart de la circonférence. La quantite  $\frac{1}{4}$  part done susceptible ni de maximum ni de minimum absolu, et comme sa valor qui est  $\frac{1}{2}$  T tang  $\varphi$ , quand  $\delta = \frac{12}{3}$ , augmente à meture que d'aiminue et devient inférie, lesque de  $\varphi$ , et negative au-dela; il s'en suit que cette valeur ets le minimum relatif ou que le joint  $\pi$  to confond avec celui de maissance, ce que nous avons precedemment étable ein general.

Avant d'aller plut loin nout remarquerons qu'en égalant à zois, une det fonctions (F) et (F') ou lieu det deux (E) et (E'), on exprime que gg'=mm' ou nn', c'ett-à-due que la verticale menée par le centre de gravilé de p, patte par le point m ou n

Le dénominateur de la fonction (F) ne sort pas des limites 6R et 6 (R^2-x^2); son numerateur qui peut se mettre sous la

forme  $2\left[3r(R^2-r^2)\frac{\Delta}{\tan y\frac{1}{2}\Delta}-2(R^3-r^3)\right]\sin\frac{1}{2}\Delta$ ; l'ancantit non teulement quand  $\Delta=0$ , mais enerce lorsque  $\frac{\Delta}{\tan y\frac{1}{2}\Delta}=\frac{2(R^3-r^3)}{3r(R^2-r^2)}=\frac{2(R^3+R^2+r^2)}{3r(R+r)}$ , valeur compribe entre 1et 1,5555; puilqu'en peut

admette sant contradit que R qui surpathe toujours T toit morindre que 2T. Or, la quantité  $\frac{1}{\tan \frac{\pi}{2}}\frac{1}{0}$ , qui devient  $\frac{\pi}{2}$  ou 1,5708 en même temps que à, prend la valeur 2, pour à = 0; et comme à meture que à crost depuis zons, elle climinue, jusqu'à devenir nulle pour d=T; il en résulte que des deux valeurs de à qui réduisont la fonction (F) à zons, la tecende surpathe  $\frac{\pi}{2}$ ; que cette fonction rette toujours positive depuis l'une de cet valeurs jusqu'à l'autre, et, par conséquent que dans l'intévalle elle comporte un maximum, lequel dépendra du rapport  $\frac{R}{T}$ . Les fonctions (F) et (F') suivent la même marche que, la

quantité  $\frac{\Delta}{\log \frac{\pi}{2}}$  qu'elles renferment; or, cette quantité n'els susciptible ni de maximum ni de minimum absolu; sa valeur augmente dequis  $\delta = \frac{\pi}{2}$ , d'où résulte le minimum relatif  $\frac{\pi}{2}$ , jusqu'à  $\delta = 0$  qui donne le maximum relatif  $\delta$ . La valeur de X, qui régond à ce maximum els on effet une limite de laquelle les valeurs de X approchent de plus on plus à mesure que  $\delta$  diminue.

Enfin, le numérateur de la fonction (f') et nul quand  $\partial = 0$ , ct, on sortant du quant de verle, quand  $\frac{\partial}{\tan g' \frac{1}{2}} \partial = \frac{2(R^2 + Rr + r^2)}{3R(R + r)}$ , quantité comprise entre 0,7777 et 1 demeure

positif dequit l'une de ces valeurs de à jusqu'à l'auter; mais le dénominateur et nul pour cet à  $=\frac{r}{R}$ , valeur dont les limites sont  $\frac{r}{2}$  et s, et qui signifie que le point  $\Omega$  et sua l'horizontale pathant par le point C'; il est positif ou n'égatif pour les valeurs de cot à plus petites ou plus grandes que celle-là. Unit la fonction ets négatire entre à=0 et cot à= $\frac{r}{R}$ , terme où elle devient infinie; à partir de ce terme elle est positive et tend vers zéra; elle n'est donc past susceptible de minimum abola, et son minimum relatif répond à à= $\frac{T}{L}$ , ce qui montre que quand le point d'application de la force X ett placé on C', le joint X' ne se trave pas au-détiul du joint X' de toite que X', par eapport à a dennir joint on avait cotà X', on devrait le prendre pour le joint X' et la force capable de faire l'urnes autour de son catéadot, pour la force X' mais on vient de voir qu'en a X' o ou cot à=1 et par conséquent cot à X', amé, dans ce cat, les formules X' of X' doivent ôtre rejetés.

## XII. Sur le Nº 54.

Exemple: 1. Soient  $R=H_{i}^{m}5$ ;  $r=10^{m}$ ;  $h=2^{m}$  on trouvers d'abord G=3,7442; g=19,0868. Ensuite, la première équation (F) reviendra à

et hi l'on contrière let valeurs extremes  $\delta=0$ ,  $\lambda=\frac{T_{max}}{2m_{max}}$ , puis la valeur moyenne  $\lambda=\frac{T_{max}}{4}$ , on apercevra dans quelle moitie du quadrant tombe la vraix valeur de  $\delta$ ; alors il sufficia de deux suppositions pour trouver cette valeur à moins de  $\frac{1}{2}$  dogré priè : on parvient ainh. à  $\lambda=57$ °, valeur dont la subtité.

Sans la seconde equation (F), donne F=9, 1801, et par la formule (f) qui implique  $\lambda = \frac{\pi}{2} (\% \text{ ote } XI)$ , on aura  $f_{=10}$ , 3483, ce qui montre que les conditions (M, M'), F < f sont satisfaites. Resolvant done l'équation (p), on en tirera &= 1,64.14. Lorsque dans le premier membre de cette équation (pr) on fait h=0 et qu'on y remplace  $\varepsilon$  par R-r, il se réduit à ...  $\frac{1}{4}\pi R(R^2-r^2) - \frac{1}{5}(R^3-r^3) = 117,6595$  et caprime le moment de la demi-voite, sand pied-droit, par rapport à l'arête exterieure de son joint de naissance ; le second membre qui devient FR=105, 5710, dand l'hypothète de h=0, et alors le moment de la poublée par rapport à la même arête ; d'où résulte M>FR, comme cela devoit être ; car, en general, la voite se soutenant d'elle-même sur les joints N, N, se soutiendra, à plus forte raison, sur deux joints quelconques correspondans et, dans le cas actuel, cet joints N, N, se confondent avec ceux de naiblance.

If on the autument pour  $R=11^m$ ; about la première equation (F) donne à = 55° onviron et l'on trouve G=2, 4381; ... g=12, 4277; F=6, 7858; f=6, 4631; d'où  $\left(\frac{M}{N},\frac{M'}{N'}\right)$  et F>f; ainti la voûte ne pourait te soutenir d'elle-même. En effet, ti l'on calcule f R d M on a également 71, 0941, tandis que PB=FR=74, 64.88; d'où M<FR. On conclut de là que la moindre épaiteur de la voûte qui suffite à l'équilibre est congruite entre  $1^m$  et  $1^m$ 5.

Supportant encore  $R-r=\frac{r}{2}$  on  $\frac{R}{r}=\frac{2}{3}$ ; la première equation (F) donnera  $\alpha=55$ , 25; 25; ch-à-dire que quand l'épailleur est  $\frac{1}{16}$  de l'ouverture de la voûte, le joint M fait un angle de  $55^{\circ}$ . 25 avec la verticale. En substituant cette valeur de  $\partial$  dans la seconde équation (F), on en déduit F=5,  $1515\left(\frac{r}{4}\right)^2$ .

(8).

# XIII Sur le Nº 56.

1.° If y a quelque remarque à faire sur ces formules. 1.° la promière (G) et les deux des tystèmes (F) et (L) donnent X=0 pour  $\alpha=s$ , la dernière donnant en outre X enfini pour 1-K et  $\alpha=0$ , ou cot  $\alpha=\frac{1}{K}$ ; 2.° les équations des tystèmes (L) et (F') sont généralement sotisfaites par  $\alpha=0$ ; 3° (et cela s'applique aux. formules du cas précédent) les valeurs de s'auxquelles répondent et maximum et minimum ne dépendent que du rapport K; il n'on et pas de nième des valeurs des limites F, E, F, E; mais celo

valeurs out  $x^*$  pour factour; done it les voûtel sont semblables let joints relatif aux limites sont semblablement placés et les valeurs des limites sont proportionnelles aux carrels des ruyons des voûtes; is avont n'avons point cheeche les conditions du maximum de l'expression ((6)), qui est susceptible d'une opération plus simple, indiquées précédemment: hi par caemple,  $\varphi=37^*$ , il est clair que la valeur de x à laquelle répondra le maximum de x sera comprise entre x=0 et  $x=y^2-37=53^*$ ; de sorte que la controlération de ces valeurs extrêmes et de quelques valeurs intérmédiaires fora brentêt découvrir ce maximum et la valeur respective de x.

2°. Exemples: lost  $\varphi = {}^{3}\gamma$ , r = 10, R = 11; la formule (G) devoient  $X = \frac{100 \text{ tim s}}{2 \text{ tang}(d_{1} + 3)} \left[ 2, 42 - 1, 21 \cdot \cos \lambda - \frac{\lambda}{\text{tim s}} \right]$ ; or, or extram-

prid entre v et 53, valeurs à chaeune desquelles répond X=0; on considérera donc d'abord la valeur moyenne 26, dont on décduira X=3, 32037; ensuite la valeur 25, à laquelle répondra X=3, 26862; on conclura de la que la vraie valeur de v tembre entre 26 et 55; on estaicra 40, d'où résultera v = 3, 0268; jeuis 30; 31; 32; 33 qui donneront v = 3, 4478; v = 3, 3518; v = 3, 4572; v = 3, 4463 et montreront que les valeurs chevchées sont v = 3, 4572, v = 3, 4572, v = 32.

San un semblable procédé on trouve que  $\lambda=65^{\circ}$  satisfait à l'équation de condition (F); citte valeur de  $\lambda=66^{\circ}$  satisfait à un maximum de X, puisque, pour  $\lambda=64$ ,  $\lambda=68$ ,  $\lambda=66$ , la formule (F) donne X=10, 271486; X=10, 277512; ... X=10, 277006 et comme X diminue continuellement pour let valeur de  $\lambda$ , plut grandes ou plut petitet que celle-là, il len suit qu'on a a peuprès F=10, 2773;  $\lambda=65^{\circ}$ .

L'équation (£) et salésfaito par  $\lambda=6\epsilon$ ,  $\lambda=0$ ; valeurs qui répondent respectivement à un maximum et à un minimum, on effet, pour  $\alpha=6i$ ;  $\lambda=62$ ;  $\lambda=63$  la formule (£) donne  $X=15,146\epsilon$ ; X=15,1474; X=15,1448; mais au-delai et endeçà de ce maximum, X décrôit continuellement jusqu'à X=12,2630, résultant de  $\lambda=90^\circ$  et X=10,9697 donne par  $\lambda=0$ ; de plus une même valeur soit positive soit négative de  $\alpha=10$ , de plus une même valeur de  $\alpha=10$ ,  $\alpha=10$ ,

La raine de l'équation  $(\mathbf{F}')$  et  $\lambda = 56$  et h l'on fait  $\lambda = 0$ ,  $\lambda = 55$ ,  $\lambda = 56$ ,  $\lambda = 57$ ,  $\lambda = 90$ , dant la formule  $(\mathbf{F}')$  on on tièc

X = g, gbbj; X = 12, 2522; X = 12, 2548; X = 12, 2534; X = g, 2435. Like racine agrartient done recomment à un maximum et et l'en tuit  $F' = 12, 1548; \lambda = 56$ .

be find Physiation (9) stant make one membed, le traveld means to be \$50.50 mail to plut grande release que prante de passación de sin ha \$50.50 mail to plut grande release que or "autilité par contiguent" ni measiment ni minimum stata. Effectionment la deprenda (9) demand l'abed à infini proses de =50.57 2°, estruite X de plut ou plut petit à motives, que à approcha de 90 mail x = 93, 84.56; à la validité d'autet X = 93, pound à n° of mail clet un alternation de x de value d'autet X = 50, mail de value d'autet d'autet de value de value que tour de value d'autet de value de value d'autet de value de value d'autet de value de value que value de value d'autet de value d'autet d'autet de value de value que value de value de value d'autet de value d'autet de value d'autet d'aut

On out home you be conditioned by AND), while het relations  $F = F, F \times F$  you that madificated the recognitive of public actions for the sufficient than definition to make the mathematical della-minus; must spec to movement the les fines F year report one plans det modificated (e.g. sui processir is seconic part to make the public report of the public second to the sufficient of the latest the latest the latest the latest of the public one of the public second to the public of the public of the latest the latest one of the public of the latest the latest one of the public of the latest the latest one of the public of the latest of the latest one of the latest latest of the latest one of the latest latest of the latest one of the latest late

Final tayonal (x=5), h=0, t=s of grand lossestime. The s=7-5 is an s=7-5 is an s=7-5 is an s=7-5 is an inequalities s=7-5 is an inequalities s=7-5 is an inequality s=7-5 inequalities s=7 inequalities s=7

Cableau.

## Cableau des Resultatio obtenute.

0.000	7. 712	· 201	130,000	17.00	Τ.,				
Bormulest?	e=1"		e = 0,5			= 0, 3	e = 0,25		
	d	X	d	X	a	X	a	X	
	00	. 0	0	0	0	0 .	0	0	
1	31	3,3518	33	2,2085	34	1,7433	35	1,6365	
(G) (	32	3,4572	34	2,2123	35	1,7495	36	1,6382	
) <i>)</i>	33	3,4463	3 5	2,2073	36	1,7481	37	1,6320	
(	53	0	53	0	53	0	53	0	
`	•					1	1		
1	,	0	0	0	0	0	0	,	
1	64	10,2749	67	8,1707	69	7,1874	69	6,9245	
(F) \( \)	65	10,2775	68	8, 1737	69 1/2	7,1885	70	6,9295	
1	66	10,2702	69	8,1703	70	7, 1878	71	6,9267	
	90	8,4035	90	6,8227	90	6,0655	90	5,8652	
				1	1			l	
(	0	10, 9697	0	5,2460	0	3,8092		2,5621	
1	61	15, 2462	65	10,0827	68	8,1966	68	7,7365	
$(\mathbf{f})$	62	15, 2474	66	10,0889	69	8,1981	69	7,7415	
)	63	15, 2418	67	10,0887	70	8,1934	70	7,7410	
1	90	12, 2630	90	8, 3315	90	6,8680	90	6,5120	
(				<b>'</b>	-	ĺ		<i>'</i>	
1	0	9,9667	0	4,9958	0	2,9942	%	2,4929	
1	55	12,2522	64	8,8520	67	7,5017	68	7,1951	
(F') \	36	12,2548	65	8,8537	68	7,5263	69	7,1968	
)	57	12,2534	66	8,8503	69	7,4999	70	7,1929	
	90	9,2435	90	7, 1623	90	6,2472	90	6,0066	
(		<i>J</i> ′	9	//		, ,			
(	0	0	0	0	0	_0	0	_0	
1	4:37.2	∞ `	1.45.18	~	13: 51:45"	∞	12:44.50	∞	
$(\mathbf{f}')$	40	22, 8317	38	10,4633	27	6,4638	24	5,4292	
(1)	55	19,1940	39	10,4595	28	6,4500	25	5,4077	
- /	68	17,6765	40	10,4649	29	6,4546	26	5,4078	
(	1	13,4894	90	8,7476	90	7,0737	90	6,6745	
(	_		-	.2.		. , /			

Ces calculs l'abrègent beaucoup ou moyen de la table des valeus de la fruction de la soir et de leurs logarithmes.

Il est remarquable que la fermule (£) qui n'a donné ni maximum ni minimum absolu, pour e=1, comporte au contraires l'un et l'autre, pour les trois dernières valeurs de e; nous n'avont indique dans le tableau que le miniman

En ne contriberant que les volent définitionment nécétaixes, et on imployant passe les angles une notation analogue à colle des frees, nous aurons ce tableau sommaire.

### Tableau des Valeurs finales.

e	G	В	F	Λ	f	a	F'	A	f'	a'
ı~	8,4572	32°	10,1775	65	10, 9697	00	12, 2548	56	13,4894	90*
0, 5	2,2123	34	8, 1737	68	5,2460	0	8,8537	65	8,7476	90
0,3	1,7495	3.5	7, 1885	69.1/2	3,0892	0	7,5263	68	6,4500	28
0, 25	1,6382	36	6,9295	70	2,5621	0	7,1968	69	5,4077	25

qui fait vois, d'une part, la marche de chaque free et de l'angles respectes, on contequences de la diminution d'épaitleur ; d'autre part, les changements apportes par cette diminution, soit dans la relation de grandeux det forcet, toit dant la relation de petition del joint correspondants; 1º le joint N reté confondu avec le joint vertical de la clef, du moint pour let épaitteurs suppotest et, ce qui est bien remarquable, le point M' l'abaille de plus on plus, on s'approchant de la naiteance, tandis que le joint N' d'abord place à la naithance et au-dethnes du joint M' te relieu et patte au dettus, en l'approchant de plus en plus du sommet de la voute; 2° tout l'épaiteur om 5 la voite ett encore dant le cat de stabilité (N, M'), ti ce n'est qu'in let forest out entre-ollet let relations F > F, F' > f', qui tint undifferented; 3. Sout let exaitteurs om 3 et om 25 la viv to all dand be call de rupture  $(\frac{N}{M}, \frac{M'}{N'})$ ,  $F' > \Gamma'$ , qui appartient au tecond mode.

On conclut de la que la moinstee equatien; à la clef eté comparte entre a 5 et 43. Grant à la limite ésquiexanç si, tentrfoit es grosse de voite en compartait unes, en la détermiment timballement on allerbanest à c del values de plut en, plut grandel que 4."

So developpement to co cad qui at run dat polul usibil nut a fourni. I cashin d'explaques less manisses d'amplayes less formulas, et la utuation de desflorate complet a cu pour objet de conformes notes theresis et d'en faires how suiter lapari.

Schow let nouvellet theories dent nout aroun fait mention of dans lesquelles on ne tient gas compte del directed dispositions

det junt et en no emhidiae que la fesse F en la fesse F, bant le companier respectivement sun deux E, F, en tenne ques penne l'épaileux du et 3 à la voite le técnisest d'elle moine, réluite et qui manufaité bain la définient de set béloisel (Noyne, 16 de 18 Melleure), paget 8, et 36).

#### XIV. Jur le nº58.

1. Exemple: communement on demoi ana pant de la la lago, una inclination de la 5º; alud, en personal \* or 5.º Rub "de ou departant la doute de 1. tangente ous cecelo c. 6, d'our résulti Du R4 = 5, 4888, en cisuus par la formule (F)

$$\lambda = 45^{\circ}$$
.  $X = 9,376$ ,  $\lambda = 46$ .  $X = 9,3546 = F$ 

$$\lambda = 47$$
 ...  $X = 9,3471$   
 $\lambda = 48$  ...  $X = 9,3309$ ;

For de plut  $h=2^m$  of rubbilinous set valeurs dans l'équation (pt) rous on déduirons  $\epsilon=2,m/7,8$  (\*).

2. nout arout truck F = 3,7790 et £ = 4,0519; How retalle £ - F = 0,2729....(1)

On a prelangie (85.51) he joint "MM judga'ane pane Al de la chagu; he ac hagades qu'il he esplice human la vesticula MX, alast he pastie appliciames "MXAC de "dynime alus an escribigh "MXX, plus let l'amaghé MON, XX moint la testima NOS, dent en mance de bad du luicie pare capquet mus present "M ou m, on retransland de M m" ou M, let deblanced det austrid de gravile à la vesticule vol., et de formulat favour!

$$\frac{\sin^2 sA}{6\,r\,(K-\cos s)} \left\{ 5DR\left(z\,r-R\right) + R^2\left(z\,R-5\,r\right) \frac{\sin_2\left(I+sA\right)}{\sin_2I} - r^3\left(\frac{s}{\sin_2A} - \frac{\tau}{\cos^2\frac{t}{4}}\right) \right\} \cdot \cdot \cdot \cdot \left(R^2\right) \right\} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \left(R^2\right)$$

$$\frac{\sin^2 \lambda}{6Kr[r-\cos \phi]} \left\{ R^2 \left( SD - R \frac{\sin(1+\lambda)}{\sin 1} \right) - r^2 \left( SR \frac{\phi}{\sin \lambda} - \frac{r}{\cos^2 \frac{\phi}{2} - \lambda} \right) \right\}. \qquad (1)$$
Legans be pained to be charge the tangent a Postiador, co

Legac to pain  $\Delta L$  de la chape et tangent à l'astrades, ce qui donne  $D=\frac{R}{\sin L}$  et que l'en fait  $\frac{R}{r}=K$ , cel formule devien-nent

$$\frac{x^{s} \sin^{2} \lambda}{6 (K - \cos^{2} \lambda)} \left\{ \frac{K^{s}}{\sin I} \left[ 3 (x - K) - (x - x K) \sin(I + \lambda) \right] - \left( 3 \frac{\lambda}{\sin \lambda} - \frac{1}{\cos^{2} \frac{1}{\lambda} \lambda} \right) \right\} \dots (I$$

$$\frac{T^{4} \sin^{2} \lambda}{6 \, \mathcal{H}(\tau - \cot \lambda)} \left\{ \frac{K^{3}}{\sin \lambda} \left[ S - \sin \left(I + \lambda\right) \right] - \left( S \, \mathcal{H} \frac{\lambda}{\sin \lambda} - \frac{\tau}{\cot^{3} \frac{1}{2} \lambda} \right) \right\} \dots (f')$$

<sup>(</sup>A) Ces sétultaté sont trés du Mémoial (16:4, page 37).

Pour le magasin de Nauban, 3(z-K)=z,z8;  $\pounds(3-z\,K)=1,7160035,$  et l'on traux

On a done ainsi  $\mathbf{f} - \mathbf{F} = \mathbf{0}, 8026 \dots \dots (2)$ 

et PB= 28,8703; n=1,94016; &=2,913.

Suitque le chae d'une bombe et emparable à un poids etque le bras de levier de ce poids et proportionnel à l'ouverture de la voite, il paraît-unvouche de délermines l'épaitleur R-T, d'après la condition que la difféence f-F soit pareillement proportionnelle à cette ouverture; soit donc à cette différence pour l'ouverture 2T; on aura la proportion 25:2T::f-F: à d'où on failant  $-\frac{2(f-T)}{2} = pr'$ ,

 $d = n'r \dots (3)$ 

ot n'=0,022 ou n'=0,064, telon qu'on emploiera la valeur (1) ou (2).

Si I'on faitait croître l'équitique R-r, proportionnellement à r, de torte que let voulet futlent semblables; let quantités F,  $\hat{E}$  et par contéquent bur différence croîtraient ou raison du carre  $r^2$  (Vote XIII). D'un autre côte let formules (F), (F), proposes à la voite en plein cintre, catradottee horizontalement sont un cat particulier de cellet qui viennent d'être établiets, et let lábleaux de la note citée, montrent que la différence f-F diminue avec l'épaitleux e. Enfin borque l'épaitleux e demeurant constante, le rayour r augmente de plus en plus, le rayour r r te rayorethe de l'unité, valeur qui rond let formules ci-detsus (F), (F) identiques et la différence f-F rulle. On conclut de là que l'épaitleux determinées d'aprète la condition (3), croîtra avec r, mais en moindre raison que celle du carré r.

## XV. Sur le Nº 62.

Example: Supportant le cintre surbaille au tiest et formé avec trois ares de 60° chacun; soit  $a=10^m$ , h=4, R-r ou R'-r'=1,5; il sontuire  $c=\frac{1}{6}T'$ ; b=6,6667; Co'=x=4,55342; r=14,55342, r'=5,44658 et par suite R=16, o5342,

R'= 6, 94658. Signation (3) donnera (4) pour d = 45°. ... . X = 12,5148,

A = 46 .... X = 12,5694 = F  $\lambda = 47 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \mathbf{X} = 12,5300,$ 

d = 48 . . . . . X = 12, 5282,

d = 30 . . . . . . . X = 11,6895.

En tablituant cet valeurs dans l'équation (pr) on in tire E= 2, 1890.

#### XVI. Jur le nº 63.

1. Exemple: prenont le même cintre que dant la note precedente of febons h = 0, R-r ou R'-r'= 1m; nous auronto, par la formule (3),

powe d = 45°. . . . X = 12, 9239, d=46..... X=12,9563,

> $d = 47 \dots X = 13, 0888 = F$ d=48....X=13,0031.

et par l'équation (n), &=0,7416.

2. Sil l'agittait d'attigner la moindre opsiteur dont cotte voite et resceptible, on emplorerait, depuit 2=0, julgu'à 2= c = 30, les fermules (F), (F) de la voute on plein centre, et depuit 2 - 30° julgu'à 2 - 90°, les formules (5), (6) indiquées 40:63, pour l'ospèce de voute qui rout occupe : soit R-r=0, 3; on trinvera  $\lambda = 25°, F' = 9,4746$  et  $\lambda = 23°, f' = 9,4855;$  on soit done que même par rapport aux forcel F', F' la voute a encore tout l'éposition 0,3, quelque stabilité; d'où l'on post infirer qu'à cuverture égale le cistie surbaité comporte une moindre égait tour que le plein centre, abstraction faite néanmoint du turnoit de rélitance dont les veubloirs donvent être poursus, à raitore d'une plut grande pretione qu'ils ont à supporter. On achievant de déterminor la limite inférieure de l'égaiteur de la voite en estayant, comme en l'a déjà fait ailleurs, det épaiteurs de plus en plus petites.

#### XVII. Sur le nº 68.

Exemples: 1. Soint h=1,7; r=4,45; R=5,45; a=2,5 b=4" d'où R-r=1" c=64"; d c-φ=27, à cante de φ= 37.

<sup>(4)</sup> Con richillists and entraise in Minerial (M. b, page 65).

Pleins eintres extradorres en chape; magazins à poudre; théorie des contre forts; valeur du Coefficient De stabilité. voites surbaitées ou quart et extradoblées de niveau.

5. Enfin on a déterminé le moment de stabilité des pleint cintres catradothés en chape, en les comparant aux muzasins à pondre de Nauban. Et Ingénieur donne à ses magatins, pou une ouverture de 25 % des pieds-droits de 8 % d'épaisseur sur 8 de hauteur; il les fortifie par des contre-forst espacés de 18 % ayant aussi. 8 % de hauteur, 6 de largeur et seulement 4 de gueux; il cleire le sommet catrieur de la chape à 8 % au-dettus de l'intrados, et parce que l'épaisseur aux reins est de 3 % il cn résulte D=20 % 1, 1=49-7-19"

Got donc &= 2, 50 87; le premier membre de notee equation d'équilibre M=PB, donnera M=49, 7484 pour le moment de la résistance de la demi-chape et du pied-decit sans contre-forts. Maintenant comme le frottement empiche le glissement sur la fondation, il s'en suit que le pied-droit ne pourra céder que par un mouvement de rotation et en outrainant les contre-forts dont il se séparera (fig. 27) solon son parement extérieur, ou bien sans entraîner les contre-forts dont il se séparera alors lateralement (fig. 28).

Dans le premier mode de suptire, la réhitance des contreforts proviendra de quatre forces; la cohésion sur la ligne ce, la cohésion sur la ligne cà, le frottement au point à de la même ligne, le poids du contre-fort tournant autour du point c. On néglige la cohésion sur 50 laquelle serait fonction de E.

Soient à la longueur totale du magatin, n le nombre des contre-forts; n,l,q leur hauteur, leur largeur et leur queue; l la cohétien sur l'unité de surface de majonnerie; l le poids de l'unité de volume : les moments des quette forces par rapport à e serons, pour un seul contre-fort,  $\frac{1}{4} l q^2 l$ ,  $h l q^2 l$ ,  $\frac{1}{2} l q^3 l$  tang  $0, \frac{1}{2} h l q^2 l$ ; la somme multipliée par n et signifie à  $a \delta M$ , sera le moment total du pied-droit et des contre-forts. Si l'on divide le résultat par a, afin de le rapporter à l'unité de longueur et par l, afin de le rendre comparable à la valeur de M, déjà calculée, il viendra

$$M + \frac{\ln q}{2a} \left[ (q+2h) \frac{g'}{f} + q (q \tan g'\theta + h) \right] \dots (1)$$

Or, on a, pow be magatin de Nauben, M=49, 7484, ... h=27, 5987; l=1,9490; q=1,2994; n=4; a=19,49 et il on yrend  $\delta=200$  et; l=6000 let, tany 0=0,76, la valeur de l'acquestion (1) sera 56,013; mail suivant notre théorie le moment PB

figure 27.



do la jourileo est 28, ligs; en a done le rappert 1, 3886; de seste que l'épuisieux du jued-droit simple de mome stabilité que celui de Naubans avec antée-forts serait & 2° moisses.

En effet your le magain de Nauban  $h=2^m,5987$ ; .  $B=7^{m6337}$ ; r=4, clo5; B=K=7;  $t^4$  of D in I=R; let formulat  $(F),(f),(p_0)$  du  $96^*.58$ , deviennent done

$$\frac{\sigma^{2}\sin^{2}t}{6(K-\cot\delta)}\left\{\frac{K^{2}}{\sin (I+\cos(I+\delta)}\left[\delta-\frac{K}{\sin(I+\delta)}\right]-\left[\delta\frac{d}{\sin\delta}-\frac{1}{\cos^{2}\frac{1}{2}}\frac{d}{\delta}\right]\right\}.$$

$$\frac{1}{2} \hat{\mathbf{h}} \, \mathbf{S}^{\frac{1}{2}} + \mathbf{r}^{\frac{1}{2}} \left( \frac{K^{\frac{1}{2}}}{4 \sin z} \frac{\tau}{2} - \frac{\tau}{4} \mathcal{P} \right) \mathbf{S} + \mathbf{r}^{\frac{3}{2}} \left[ \frac{K^{\frac{1}{2}}}{5 \cos z} \frac{\tau}{2} \left( \frac{\tau}{5 \cos z} \right) - \left( \frac{\tau}{4} \mathcal{P} - \frac{\tau}{3} \right) \right] = /n \mathcal{P} \mathbf{B} \cdot ... (pt)$$

les cloments du calcul sont

 $A_{\mathbf{x}} = \phi_1 685795$ .  $LK = \phi_1 695417$ ,  $L_{\mathbf{x}}^{\mathbf{x}} = \phi_2 63697$ .  $LS = \phi_1 67941$   $LK = \phi_1 68654$ .  $LK = \phi_1 68634$ .  $LK = \phi_2 68634$ . LK = 0 LK = 0

of low trouve

par la formule (F),	par la formule $(\mathbf{f})$ ,
	ow d = go X=4,0519=
46 3,6901	60 6, 7050
47 3,7122	80 6, 1815
50 3, 75 90	81 5 , 0881
60 3, 72 64	82 4,9936
55 3,7766	83 4, 8922
54 3,7790 = P; L=0,	5773762. 85 4, 6863
53 3,7783	89 4, 1941

On conclut de la PB = 28,8477; pe = 1,9407 et alos la formule (m), c'obr-à-dire,  $\epsilon^2 + 9,74865$ .  $\epsilon = \epsilon \left(\frac{1,9407}{h},PB - 8,05748\right)$ , donne

E= 2,915.

Dand le breund, modes de crystaine, he l'on layente la coholons ser la réction à 5 c. d'au prich-dont framés au contra des figures de cotte betains, s'on moment pass arapper à c breus figures la cotte betains, s'on moment pass d'arapper la languaire d'au prich-dont, comparise votres deuxs contra par la languaire d'au prich-dont, comparise votres deuxs contra forté et ajuntairet aux résultats la quantite M, on aures jours le moment étals de la réstricture du l'aveilté de languaire, l'ac problèms

qui appliquée au magatin de Nauban donne une valeur plus grande que la précédente, quoign on ait suppok la cohétion réunie au centre de gravité de la tection; édait dont par la première expression que devait être évaluée la rétitation de la pied-doit et des contre-forts.

La question ob susceptible d'une solution plus exacte: il est clair que les forces élémentaires de la cohéron sont dirigées dans le plan de repture; or, pour le premier mode des repture, ce plan est parallèles à l'axes de rotation; par contequent le bras de levier des forces est constant et égal à la longueur de queue du contre-fort; mais pour le second, mode, le plans de même que les forces sont perpondiculaires à l'axes des rotation et il foudrait à la riqueur prendre la somme des momens des forces; ce qui conduirait à l'inlégrales doubles prépares des forces; ce qui conduirait à l'inlégrales doubles proposes de la forces qui conduirait à l'inlégrales doubles proposes de la forces qui conduirait à l'inlégrales doubles proposes de la force de la force

Contrider ond d'abord la variable y et mettons à part le factour constant y dx, nous aurons  $\int dy \sqrt{x^2 + y^2}$  qui intégrée par parties donners  $y \sqrt{x^2 + y^2} - \int \frac{y^2 dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ ; pour avoir cette dernière intégrale potons  $\sqrt{x^2 + y^2} = x - y$ ; nous trouverons

$$\frac{1}{8} \left[ \frac{(x^t + x^*)(x^t - x^*)}{x^2} \right] - \frac{1}{2} x^* l x = \frac{1}{2} y \sqrt{x^t + y^t} - \frac{1}{2} x^3 l \left( y + \sqrt{x^t + y^t} \right)$$

Until après l'intégration par rapport à y et entre les limites y =0 , y = h , on  $\alpha$ 

$$\frac{1}{2} \gamma \left[ h \int d\mathbf{x} \sqrt{h^2 + \mathbf{x}^2} + \int \mathbf{x}^2 d\mathbf{x} \, l \, \frac{h + \sqrt{h^2 + \mathbf{x}^2}}{\mathbf{x}} \right].$$

Le premier de cet termes produira semblablement, . . .  $\frac{1}{2} h \times \sqrt{h^2 + x^2} + \frac{1}{2} h^3 l (x + \sqrt{h^2 + x^2})$ ; en intégrant le second par parties on obtiendra  $\frac{1}{3} \times^3 l \frac{h + \sqrt{h^2 + x^2}}{x} - \int \frac{1}{3} \times^2 d \cdot l \frac{h + \sqrt{h^2 + x^2}}{x}$ ; or, l'integrale indiquée revient à celle -i +  $\frac{1}{3} h \int \frac{x^4 d x}{\sqrt{h^2 + x^2}}$  d'jà trai-

tée et donne  $\frac{1}{6}h \times \sqrt{h} + x^2 - \frac{1}{6}h^3 l(x + \sqrt{h} + x^2)$ ; done parce que x a pour limites oet  $\epsilon$ , l'intégrale définie multipliée par  $\epsilon$  et dividée par  $\epsilon$  d'éva

$$\frac{\frac{4}{3}}{\frac{2}{a^{2}}}\left[2h\epsilon\sqrt{h^{\frac{2}{3}}+\epsilon^{\frac{2}{3}}}+h^{\frac{2}{3}}l\frac{\epsilon+\sqrt{h^{\frac{2}{3}}+\epsilon^{\frac{2}{3}}}}{h}+\epsilon^{\frac{2}{3}}l\frac{h+\sqrt{h^{\frac{2}{3}}+\epsilon^{\frac{2}{3}}}}{\epsilon}\right]$$

la caracteristique I désignant un lozarithme népérien . En appliquant aux magasins de Nauban celle formule et la formule

approximative que woul bu avont tublituce, on trouv expectivement 20,6700; 19,1008; tandil que par capport au premue modo do cupture, on a tenlament 6,2666.

Comparator du piet-troit simple, areu le piet-trait muni de contra-firsts.

To the common of the common of the contract of

13 etermination de l'épaisseur d'un pied-droit muni de contre-ferté. J. On mayor del capathent (i) d'E) on about alle quotien; committant l'apacoment et let dimendiant del cartier-fort qu'oni to people d'apactier in ou muse dell'amment l'apactions que co muse del amin pour rehibité, conjuntament avec let contrifort, à la pautie que agit autre lui,

From the trained P be possible broughtable of B fore beat detected: a part agraded with possible communic computes de described agrated f bear to f and f be a partial f bear f beat f b

par contequent

M+m=PB... (3) premier membre n'elt autre chote qu

signature dant le premier manches a the native choice que l'agrille sim () ne 2) et qui demances la confine checkle, soit que lel contre-fest la convalent det qu'il demonrant simmobile, dant l'une du cei ad 32 dese donnes immobilement, dant l'autre et deux femilier du l'égaileme chammelles.

19m coefficient do stabilité que les autres genres de voites.

3. Innet are writed det autres gened en en detraminerait le confidence de tablete par le manue presede ; mai commer la , plusport n'est qu'une l'indichte forties, obtense par det artificed particules, il est desfluide d'un tremes qui quistiont tener de tremes de comparaden (4).

#### XI. Jur le Nº 53.

La condition du maximam de la fonction (9) et indépendamment de R & P,  $im 2(a+\phi) \approx 2.4$ , équation qui rend négatif le coefficient differentiel du vecond order, et qui, fi l'on

(A) lette decession, is quelquet changement pris, est enticité du Monorial (16th, pag 75 et duis)

full times of = 0.36 ns of m 37, premotes la forme in (ch = 2.0) = 20, on on la regislant que dans la transa membre à dest être coprismo en partiel du respore d'un la rec'ogle su regislant col à pui pai 37, ou come d'habel que l'alles estats l'17 mais principal de s' pui 18, que de de familie prétaind ou l'alles van tout prime de 21.

"In function (g) down passallment begustier built-eign 2d, a lagualle eigensteait unite vor maammen, greispe ille eend seigeeif le confluent differented der reund erdeer, musi cotte ignation et differented der bened erdeer, musi cotte ignation et der besteat eigenste teigenste bes bened er beste 25% d'unter past, we are saspalle teigenst ben bened er, fol begit des premier quart des des cerumforence. Les guantités au le 15% begit des premier quart des les cerumforence. Les guantités au le 15% of ouverne des coulons qui de 15% l'augustes de maximum est de minimulus dobtes, et courses es coulon gruin de 15% l'augustes et l'augustes de mothere que le diminiment d'acustic au-delai, et l'augustes d'acustes en coulons de l'augustes de l'a

preconsumence wase, as govern, a grand of the property of an explanat a gain, one def forestand (P) of (P) on hand ded down (B) of (P), on opinime que gg to m m' on n'h, c'at-à-dine que be vorticale mence par la centra da pasallo de p. pate par la pour tin an la fluid de parallo de p. pate par la pour tin an la fluid de proposition de proposition de proposition de la pour la pour la pour la pour la fluid de la pour la

L'idenomination de la fonction (P) ne bost pal del limitet 6R, et  $6(R^{n-p^n})$ ; ton numbealeur qui pout to melle, but les forme  $2[3r(R^{n-p^n})]$   $\frac{dr}{dru} + \frac{dr}{r}$ , l'ancantit non tang  $\frac{1}{r}$   $\frac{dr}{r}$ .

tangé  $\frac{1}{2}$  to take  $\frac{1}$ 

admitted. Land autheated you. The your disputed estignment to the maintake you. The you dispited "It on it 5 yell or more than you. I for the you will not the set of the second of the second of the your of the second of the your distributed to be function (I) it yells, he becamed basepated "I'y your distributed that further you will second of the your distributed the function of the second of the your distributed the second of the your distributed of the second of the your distributed of the second of the second of the your distributed of the second of the

quantité \_\_\_\_\_\_ qu'ellet renforment; a, cette quantité n'eltparquité n'e maaimm où de minimens abdeu; te valeure
augment depuit à m T, d'où cliville le minimens volatif T,
jutya'n à as as, qui comes le maaimmen valetif 1. Lu caleure
de X, qui réprode à ce maaimmen este en effet unes limite de
la X, qui réprode à ce maaimmen este en effet unes limite de
laquelle let caleuré de X opprahent de plus ou plus à mesure
que à diminiment.

Enfine, be numerature de la fonction ( $\hat{x}$ ) et med quand and of on totalest du quart de carele, quant  $\frac{1}{\sin\frac{1}{2}}\frac{1}{2}$  =  $\frac{2(R^+R^+r^+)}{3R(R^+r)}$ , quantité comprise entre 9,7777 et 1, et il daneure

partiely deposit bluese the case variant do it justige to bluestic; made to definition out and process at an 2 variant to the third the total to

#### XII. Surle Nº 54.

Example: 1. In orient  $R=H_1^{-6}$ ;  $P=10^{-6}$ ;  $h=2^{-6}$  on trouvers d'abrel G=3, pho = 19, g=19, g=19, g=19. Then g=19 is a promiere équation g=19.

et à l'en amédica, let valunet actionnet à us, à = 22, paint las valuers mayannes à us 2, ou aparecera d'art qu'elle matic du quadrant timbs la vraies values de à, alert it riférair de la description formet tempes celles valuers à moint de 2 dangré quest; en paricent ainé, à à = 5%, values dont la tabilité.

dans la seconde equation (F), donne F=9, 1801, et par la formule (f) qui implique  $\lambda = \frac{\pi}{2} (\% \text{ ote } XI)$ , on aura f = 10,3483, ce qui montre que les conditions (M, M), F < + sont satisfaites. Resolvant done l'équation (p), on on tirera &= 1, 64.4 . Lordque dans le promice membre de cette équation (pr) on fait h = 0 et qu'on y remplace & par R-r, il se réduit à ... \$\frac{1}{4} Tr R (R^2 - r^2) - \frac{1}{3} (R^3 - r^2) = 17, 6595 et caprime le moment de la demi-voite, tant pied-droit, par rapport à l'arête catéreceve de son joint de naittance ; le second membre qui devient FR=105, 5710, dand l'hypothète de h=0, et alors le moment de la poutlée par rapport à la même arête ; d'où résulte M > FR , comme cela devait être ; car , en général , la voite be boutenant d'elle-même sur les joints N, N, se soutiendra, à plut forte raison, sur deux joints queleonques correspondant et, dant le cat actuel, cet joints N, N, te confondent avec ceux de maiblance.

Il on att autiement pour R = 11 "; alord la premiere equation (F) downe 2 = 55° environ of I'm trouve G = 2,4381; ... g= 12, 4277; F= 6,7858; f=6,4631; d'où (M/N) of F>f; ainh la voite ne pourrait se soutenir d'elle-même. En effet, i I'm calcule IR of M on a egalement 71, 0941, tandit que PB=FR=74,6438; d'où M<FR. On conclut de la que la moindre épacteur de la voute qui suffite à l'équilibre de comprise entre 1 et 1,5.

Support on one  $R-r=rac{r}{2}$  on  $rac{R}{r}=rac{3}{8}$ ; la première equation (F) donnera of = 55, 25; c'ob - a - dire que quand l'épaitieur et 1 de l'ouverture de la voute, le joint M fait un angle de 55° 23' avec la verticale. En substituant cette valeur de à dant la keconde équation (F), on en déduit  $F = 5, 1515 \left(\frac{P}{4}\right)^{2}$ 

### XIII Sur le nº. 56.

1. Il y a quelqued remarqued à faire sur ces formules. 1. la promière (G) et les deux des systèmes (F) et (L') donnent X = 0 pow d = 0, la dernière donnant en outre X enfine pour 1- K cot a = 0, ow cot a = 1/K; 2° let equations det tystèmes (£) et (F') sont generalement tatil failed par &=0; 30 (et cela l'applique ana formules du cas précédent ; les valours de à anaquelles répordent les maximum et minimum ne dépondent que du rapport K; il n'on est pat de mame des valeurs det limites F, f, F, f; mais celo

valeurs out  $x^*$  pour facteur; done to les voûtel sont semblables let joints relatiff aux limited sont temblablement placés et let valeurs des limited sont proportionnelles aux carrel des rayons des voûtes;  $t^*$  nout n'avont point cherche la condition du maximum de l'exprettion (G), qui est subseptible d'une opération plut simple, indiquées précédemment: hi par exemple,  $\varphi = 37^*$ , il et clair que la valeux de S à laquelle répondra le maximum de S sera comprihe entre S = 0 et  $S = 90^-37^* = 53^*$ ; de sorte que la contribération de cet valeurs extremes et de quelques valeurs intérmédiaires firs bientêt découvrir ce maximum et la valeur respective de S.

2°. Exemples: soit  $\varphi = \frac{2\gamma}{\gamma}$ , r = 10, R = 11; la formule (C) devient  $X = \frac{100 \text{ line } A}{2 \text{ tang } (A + 3)} \left[ \frac{2}{3}, 42 - 1, 21 \cdot cot A - \frac{A}{3 \text{ line } A} \right]$ ; or,  $A = A + com - \frac{A}{3 \text{ line } A}$ 

prid entre v et 53, valeurs à chaeune despuelles répond X=0; on contidérens donc d'abord la valeur moyenne 26, dont on déduira X=3, 32027; entreite la valeur 25, à laquelle répondra X=3, 2686r; on conclura de la que la vraie valeur de 6 tombre entre 26 et 53; on estaicra 40, d'où résultera X=3, 0268; juid 30; 31; 32; 33 qui donneront X=3, 4478; X=3, 4572; X=3, 4463 et montreront que les valeurs cherchéel sont G=3, 4572, A=32.

Far un temblable procédé on trouve que à = 65° tatisfait à l'équation de condition (F); ette valeur de à te rapporte à un maximum de X, puisque, pour à = 64, à = 65, à = 66, la formule (F) donne X = 10, 271486; X = 10, 277612; ... X = 10, 27906 et comme X dominue continuellement pour les valeurs de à, plut grandes ou plus petitet que celle-là, il l'en suit qu'on a à peuprès F = 10, 2773;  $\lambda$  = 65°.

L'équation (£) et talésfaito par  $\lambda=6z$ ,  $\lambda=0$ ; valeurs qui régondent respectivement à un maximum et à un minimum, on effet, pour  $\dot{\alpha}=6z$ ;  $\dot{\alpha}=62$ ;  $\dot{\alpha}=63$  la formule (£) donne X=15,246z; X=15,2494; X=15,2418; mais au-delai et endeçà de ce maximum,  $\dot{\alpha}$  décoût continuellement jusqu'à  $\dot{\alpha}$   $\dot{\alpha}=12,2630$ , résultant de  $\dot{\alpha}=90^\circ$ , et  $\dot{\alpha}=10,9697$  donné par  $\dot{\alpha}=0$ ; de plus une même valeurs soit positive soit négative de  $\dot{\alpha}$  donne la même valeur de  $\dot{\alpha}=10,9697$ ;  $\dot{\alpha}=0$ .

La racine de l'équation (F) ett 3=56 et s. l'en fait 3=0, 3=56, 3=56, 3=57, 3=90, dans la formule (F) on on tire

X=g,g6bg; X=12,2522; X=12,2548; X=12,2534; X=g,2435. (M. racine appartient done recollement à un maximum et il ten suit  $F'=12,2548; \lambda=56$ .

Explications (5) dant rate on monitor, le heaved member described, 5, 5613, mais la plut gravedur valuer que premuse de premiser member et le fig 33 opis delable des à alog et a "autilio par condiquent" ni moneimmen ni minimum et la finitionant; la formula (1 dant X infini) prous et a 24 "y" 2"; colonite X des plut au plut pett à motives, que à apprende de gé, valuer pour dancelle X = 3, 84 %; à la vivil X de quand à no que detti à motives que à apprende de gé, valuer pour dancelle X = 3, 84 %; à la vivil X de vivil X = 9, quand à no que mei delle valuer de X appretienant à la vivil X de maleur regardier de virangin de la quellem. Clinici, el n'entit puro minimum relatelf. Em 3, https://pour pure de la mage.

On vot done que la condition (F. M), note let relateul P. J. P. L'qui but médificante de remplie et qu'abitacient petre de glandination de la grandi de mailleure, la voite de prédication petre de grandination de la mailleure (ce que present à ce copie que repoper à cur plan del malliment (ce que present à cover put leur peu respect à con plan experience) superture des modes de la frece P. (At la premient que doit être la létitaire can de la frece P. (At la premient que doit être la létitaire can de la premient de premient que doit être la létitaire can de la premient de product de la frece P. (At la premient que doit être la létitaire can de la premient de premient de la confidence de premient de la confidence de premient de la confidence de la

Simile topined or  $y_1$ , h=0, r=0 or promod hardedness.  $R=v_0^{-1}S$ ,  $R=v_0^{-1}S$ , and obtained the shiftest when def promised, show that  $R=v_0^{-1}S$ ,  $R=v_0^{-1$ 

Cableau.

## Cableau des Resultatio obtenute.

	e	-1m	e	=0,5	e	= o, 3	e.	·= 0,25
Bormulesis	d	X	d	X	a	X	a	X
	00	. 0	0	0	0	0 .	0	0
(")	31	3,3518	33	2,2085	34	1,7433	35	1,6365
(G) {	32	3,4572	34	2,2123	35	1,7495	36	1,6382
1	33	3,4463	35	2,2073	36	1,7481	37	1,6320
(	53	0	53	0	53	0	53	0
(	,	0	0	0	0	0	0	,
1	64	10,2749	67	8,1707	69	7,1874	69	6,9245
(F) \( \)	65	10,2775	68	8,1737	69 1/2	7,1885	70	6,9295
1	66	10,2702	69	8,1703	70	7, 1878	71	6,9267
	90	8,4035	90	6,8227	90	6,0655	90	5,8652
(	,	10, 9697	0	5,2460	0	3,8092	,	2,5621
1	61	15, 2462	65	10,0827	68	8,1966	68	7,7365
$(\mathbf{f})$ $\langle$	62	15, 2474	66	10,0889	69	8,1981	69	7,7415
1	63	15, 2418	67	10,0887	70	8,1934	70	7,7410
(	90	12, 2630	90	8, 33 15	90	6,8680	90	6,5120
(	0	9,9667	0	4,9958	0	2,9942	70	2,4929
	55	12,2522	64	8,8520	67	7,5017	68	7,1951
(F') {	36	12,2548	65	8,8537	68	7,5263	69	7,1968
- 1	57	12,2534	66	8,8503	69	7,4999	70	7,1929
(	90	9,2435	90	7, 1623	90	6,2472	90	6,0066
(	0		0	0	0	0	,	_0
	4037.2		7:45:18	~	13: 51:45	∞	12:44.58	∞
(f')	40	22, 8317	38	10,4633	27	6,4638	24	5,4292
(1)	55	19,1940	39	10,4595	28	6,4500	25	5,4077
/	68	17,6765	40	10,4649	29	6,4546	26	5,4078
(	90	13,4894	90	8,7476	90	7,0737	90	6,6745
				2				

Ces calculs l'abrègent beaucoup ou moyen de la table des valeurs de la fonction to de leurs bogarithmes.

Il est remarquable que la formule (t) qui n'a donne ni maximum ni minimum absolu, pour c=1, comporte au contraises l'un et l'autre, pour les trois dernières valeurs de e; nous n'avont indique dans le tableau que le minimum

En ne considérant que les valeurs définitivement nécéhaixes, et on employant pour les angles une notation analogue à celle des forces, nous aurons ce lableau sommaire.

# Cableau des Valeurs finales.

e	G	В	F	A	f	a	$\boldsymbol{F}'$	A	£'	a'
1~~	3,4572	32°	10,2775	65	10, 9697	00	12, 2548	56	13,4894	900
0,5	2,2123	34	8, 1737	68	5,2460	0	8,8537	65	8,7476	90
							7,5263			
							7,1968			

qui fait voir, d'une part, la marche de chaque force et de l'angles respectif, on conséquence de la diminution d'épaisseux; d'autre part, les changements apportes par cette diminution, soit dans la relation de grandeux des forces, soit dans la relation de position des joints correspondants: 1.º le joint N reste confondu avec le joint vertical de la clef, du moint pour les épaitseurs sugpotect et, ce qui est bien remarquable, le joint M' l'abaitte de plus en plus, en l'approchant de la naissance, tandis que le joint N' d'abord place à la naissance et au-dessous du joint M' te relive et patte au-dettus, en s'approchant de plus en plus du sommet de la voute; 2º sont l'épaisseur on 5 la voite est encore dans le cas de stabilité  $(\frac{N}{M}, \frac{M'}{N'})$ , in ce n'est qu'ici les forces ont entre-elles les relations F > f, F'> f', qui sont indifferentes; 3. Sous les épaisseurs om 3 et om 25 la voir to est dans le cors de rupture  $(\frac{N}{M}, \frac{M'}{N'})$ , F' > f', qui appartient au second mode.

On conclut de là que la moindre épaitteur à la clef de comprise entre 0,5 et 0,3. Quant à la limite supérieure, si toutefois ce genre de voite en comportait une, on la déterminerait temblablement on attribuant à c des valeurs de plus en plus grandes que 1<sup>m</sup>.

Le développement de ce cat qui est un det plut utilét nout a fourni. l'occasion d'expliquer la manière d'employer le 2 formules, et la discuttion des différents exemples a cu pour objet de confirme notre thécrie et d'en faire bien saitir l'équit.

Gelow les nouvelles théories dont nous avons fait mention et dans lesquelles on ne tient pas compte des diverses dispositions des joints et on ne considere que la force F on la force F', sans les comparces respectivement aux deux f, F' on trowe que pour l'épaitseux de  $o^{-3}$  à voûte se tiendrait d'elle-même, résultat qui manischte bien la désectionté de ces théories (Noyex 46.4 du Memorial, pages 32 et 34).

## XIV. Jur le Nº58.

1.º Exemple: communément on donne aux pant de la chape une inclinaison de  $45^\circ$ ; alors, on prenant  $r=5^m$ ,  $R=6^m$ et en supportant la droite d.l. tangente au cercle cf, d'ou résulte  $D=R\sqrt{2}=8,4858$ , on trouve par la formule (F)

pow 
$$\lambda = 45^{\circ}$$
.  $X = 9,3176$ ,  
 $\lambda = 46$ .  $X = 9,3546 = F$   
 $\lambda = 47$ .  $X = 9,3471$ 

d=48......X=9, 3309; For de plub  $h=2^m$  et substituons cet valeurs dans l'équation (m) nout en déduirons  $E=2^m/78$  (\*).

2. now avont trouve F=3,7790 et f=4,0519; d'où résulte f-F=0,2729....(1)

On a persongé (16°, 58) le joint mn jusqu'au pan dl de la chape; si on suppose qu'il se replie suivant la verticale nx, alors la partie supérieure mnxdc' équivandra au rectangle nn'xx, plus les triangles non'xdx' moins le secteur noc', dont on oura les bras de lovier par cappost aux points m ou n, on retanchant de mm' ou nn', les délânces des centres de gravité à la verticale od, et les formules seront

$$\frac{\sin^2 \lambda}{6r(K-\cos \lambda)} \left( 5DR(2r-R) + R^2(2R-5r) \frac{\sin(I+\lambda)}{\sin I} - r^3 \left( 3 \frac{\lambda}{\sin \lambda} - \frac{1}{\cos^2 \frac{1}{2} \lambda} \right) \right) \dots (F)$$

$$\frac{\sin^2 \lambda}{6 \operatorname{Kr} (r - \cot \lambda)} \left\{ \operatorname{R}^1 \left( 5D - \operatorname{R} \frac{\operatorname{Jon} (I + \lambda)}{\operatorname{Jin} I} \right) - \operatorname{P}^1 \left( 5\operatorname{R} \frac{\lambda}{\operatorname{Jin} \lambda} - \frac{\operatorname{P}}{\cot^2 \frac{1}{2} \lambda} \right) \right\} \tag{f}$$

Laque le pan d l de la chape et tangent à l'extrader, ce qui donne  $D = \frac{R}{tin l}$  et que l'on fait  $\frac{R}{r} = K$ , cet formules dovien - nent

$$\frac{x^{\lambda} \sin^{2} \alpha}{6(K - \cos \alpha)} \left\{ \frac{K^{2}}{\sin I} \left[ 3(z - K) - (5 - z K) \sin(I + \lambda) \right] - \left( 3 \frac{\lambda}{\sin \lambda} - \frac{7}{\cos^{2} \frac{\alpha}{2} \lambda} \right) \right\} \dots (F)$$

$$\frac{r^{\epsilon} \sin^{\epsilon} \delta}{6 \, \mathcal{H}(\tau - \cos \lambda)} \left\{ \frac{\mathcal{K}^{3}}{\sin I} \left[ 3 - \sin \left( I + \lambda \right) \right] - \left( 3 \, \mathcal{H}_{\frac{\lambda}{2 \sin \lambda}} - \frac{\tau}{\cos^{\frac{\epsilon}{2}} \frac{1}{2} \, \lambda} \right) \right\} \dots (f)$$

<sup>(4)</sup> Ces rédultate sont tirés du Memorial (76º4, page 37).

Fru le magasin de Vauban, 3(2-H)=2,28;  $\pounds.(3-2H)=1,7160033$ , of l'on trouve

pour la formule (F), par la formule (E), pour  $\lambda = 53^{\circ}... \times = 3,7804$  pour  $\lambda = 90^{\circ}... \times = 4,5846 = 54 \dots 3,7820 = F; L=0,5777164 89 \dots 4,6061 55 \dots 3,7807.$ 

On a done ainti

 $\mathbf{f} - \mathbf{F} = 0,8026.....(2)$ 

of PB= 28,8703; p=1,94016; €=2,913.

Puilque le chev d'une bombe et conquarable à un poids et que le bras de levier de ce poids et proportionnel à l'ouverture de la voite, il paraît-convonchle de détermines l'épaitleur R-r, d'après la condition que la différence f-F soit pareillement preportionnelle à cette ouverture; soit dune à cette différence pour l'ouverture 2r; on aura la proportion 25:2r::f-F d'où on failant  $\frac{2(f-F)}{2}=pr'$ ,

 $d = n'r \dots (3)$ 

ot n'= 0,022 ou n'=0,064, telon qu'on emploiera la valeur (1) ou (2).

It I'm faitait croître l'épuilleur R-r, proportionnellement à r, de sorti que let voitet futlent somblables; let quantilet F,  $\hat{\mathbf{t}}$  et par contiquent leur différence croîtraient on raison du curre'  $r^{\mathbf{r}}$  (Vote  $\mathbf{X}111$ ). D'un autre ôte les formules (F), (F), proposes à la voite en plein cintre, catradottée horizontalement sont un cas particulier de cellet qui viennent d'être établiers, et les tablicaux de la note citée, montrent que la différence  $\hat{\mathbf{t}}-F$  diminue avec l'époitteur  $\mathbf{e}$ . Enfin lorsque l'époitteur  $\mathbf{e}$  demeurant contants, le rayon  $\mathbf{r}$  augmente de plus en plus, le rayont  $\mathbf{K}=1+\frac{\mathbf{e}}{r}$  se rapproche de l'unité, valeur qui rend les formules ci-dethes (F), (F) identiques et la différence  $\hat{\mathbf{t}}-F$  nulle. On conclut de là que l'épaitteux déterminée d'apprès la condition (3), croîtra avec  $\mathbf{r}$ , mais en moindre raison que celle du carré  $\mathbf{r}$ .

## XV. Sur le Nº 62.

Comple: Supposond le cintre surbaisté au lieu et formé avec trois arcs de 60° chacun; soit  $a=10^m$ , h=4, R-r ou R'-r'=1,5; il s'entuira  $c=\frac{1}{6}\pi^c$ ; b=6,6667;  $Co'=x=4^{m\cdot55342}$ ; r=14,55342,  $r'=5^m$ , 44658 et par suite R=16,05342,

R'= 6, 94658. L'équation (3) donnera (4)

pour d = 45°.... X = 12, 52.48,

 $A = 46 \dots X = 12,5694 = F$ d = 47 . . . . . . X = 12, 5300,

 $d = 48 \dots X = 12,5282,$ d = 30 . . . . . . X = 11,6895.

En tubbliluant cet valeurs dans l'équation (pr) on on tire E= 2, 1890.

#### XVI. Jur le nº63.

1° Exemple; prenont le même cintre que dant la note precedente et febond h = 0, R-r ou R'-r'= 1 m; nout auronto,

par la formule (3),

power d = 45°. . . . . X = 12, 9239 d=46 ... . X=12,9563,

d=47 . . . . X = 13,0888 = F d = 48 . . . . . X = 13, 0031.

et par l'équation (pr), &=077416.

2. Sil lagitlait d'attigner la moindre épaitleur dont cotte voite to bedreptible, on emplorerait, deput 2 =0, julqu'à 2= c=30, let formules (F'),(F') de la voûte en plein cirtre, et deput à = 30° julqu'à à = 90°, let formules (5), (6) indequéel 10:63, pour l'épies de voite qui nout occupe : toit R-r=0, 3; on trunvera 2=25°, F'= 9, 4746 et 2=25°, f'= 9, 4856; on soit done que même par rapport aux forcet F', f' la voute a enene tout l'épositione 0, 3, quelque stabilité ; d'où l'on peut inferer qu'à ouverture égale le cintre surbaitle comporte une moindre égail. tour que le plein cintre, abstraction faite néanmoins du turnoit de rélitance dont les veulloirs doivent être pourous, à raiton d'une plut grande pretion qu'ils out à supporter.

On achievanit de déterminer la limite inférieure de l'égaiteur de la voite en Mayant, comme en l'a déjà fait ailleurs, des épaiteurs de plut en plut petites.

### XVII. Sur le nº 68.

Exemples: 1. Soient h=1,7; 1=4,45; R=5,45; a=2,5; b=4" d'où R-r=1" e=64"; ot c-4=27, à conte de 4=37.

<sup>(4)</sup> to resultate and extracted by Memorial (40 h, page 45).

```
On methra d'abord en nombre, let formules (G), (E), (F), (F') et (m)
   det 96 52, 54 et 68. On aura
       LK=0,0880365.
                                                 S. Tr = 2, 2418774.
                          K = 1,8247
       IK=0,1760730. Ir=0,6483600
                                                 £. 64 = 1, 8061800.
       SK3=0,2641095. Lr2=1,2967200
                                                 Jom. = 0,0480574= &c
  L(K-1)=1,6989179. Lr3=1,9450800. L.tang 27 = 1,7071659
 \mathcal{L}(K^3-1) = \overline{1}, 9227255.
                                                Biffer = 0,3408915 = L. \frac{c}{tang(c-\varphi)}
                              Le = 0,0480574
          h = 1, 7
        cole = 0, 43837. £(K=1)=7,6989179
               2,13837
                              Ir2=1,2967200
  1 (h+cosc)=1,06918
                             c. £2=9,6989700
                                     0, 7426653; 5,52924
                                      sin c cos c = 0, 394
                                                  5, 13524= 1 r2 (K2-1)c-sinc
         L. sin 2 c = 1, 907 3204.
                                               L. sin 2 1 c = 1,4484194.
         L. cos c = 1,64,8420.
                                               \mathcal{L}(K^{3}-1) = T,9227255.
         C. L. 6 = 9,22,18487.
                                                    \mathcal{L}.r^3 = 1,9450800.
 L. 1 sin c cos c = 1,7710111; n =0,05902
                                                 L. 2 = 0, 30 10 300.
           L.c = 0,0480574.
                                                   C. S. 3 = 9,5228787.
      \mathcal{L}(K'-1) = T,6989179.
                                    2. 2 r3(K3-1) sin 1 c = 1, 1401336; n=13,808.
          L. r = 1, 2967200.
          L. b = 0, 6020600.
         C. L. 2 = 9,6989700.
\mathcal{L}_{\frac{1}{2}} b r^{2} (K^{2} - 1) = 1,3447253; \quad n = 22,117.
  en sorte que les formules deviendront
     \mathbf{X} = 0, 1161. g, g \dots (G)
                                             X = 4.95 \frac{c}{tang(c-\varphi)}
 0,9739 = cold + 1, 2247. sind
                                       (F), F'=4,95\frac{c}{\tan y \cdot \frac{1}{2}c}-4,51116...(F').
 F=4,95.(1+ 2 - 5,5249)
```

 $\mathcal{E}^2 + 4$ , 80287  $\times \mathcal{E} = 0$ , 9353  $\times \mathbb{P}B \cdot \dots \cdot \mathbb{P}$ .

Cla poto, let deux (G) et (B) donnent G=1,1494; g=10,8517. Opret quelque ettait, on trouve que pour  $\lambda=60^{\circ}\frac{1}{4}$ , le recond mambre de la promière equation (F) ett v, 97 397; donc  $\lambda=60^{\circ}\frac{1}{4}$ . Substituant cette valeur dant la reconde equation (F), on obtient F=2,3830(\*) et par l'équation (F'), il vient F=4,3375. Olinh la voûte et stable hur let nachsoncel.

<sup>(4)</sup> Il Infériai' is faire à = 60 ½ ions la formale (F) in 16 52, pour avoir F; mais la formale (F) ion 16 55 ne vocenive avec alle-là que pour la valeur ionò, à laquelle réposit le maximum io. X .

Le coefficient de babilite,  $p_i$  a  $z_i$ , d'ailleur  $P=F=z_i$  383 et B=h+R-s at c=h+r (R-as(c); on quat done calculor le becomb membres de l'équation  $(p_i)$ .

K = 1,2245

wo e = 0,43837

un e = 0,45037 K-une = 0,78633; L = 7,8956068 Er = 0.6683600

£r=0,6483600 0,5439648 3,49

L=1,7 B=5,19917;

917; L = 0,7159341 L EF = 0,6781540

1, 3940881; 24, 779. Co becomed member in donc 0, 9553. 24, 779 et l'on trouve « 2 ", 20.

En passanch 7c m 1, on ne trouvenst you c su  $0^m$ 65; yanabili, maindux yau C to C

It has obtained you be moreous that triumphy formed poor betted from a Red to the performance of the last five triumphy formed poor betted from the last of the states of the performance of the last of the last

with squadion a wave rawine radio parties. Whe premises squade of employees form  $E > (K-1)^n for C_1$  is recorded, game  $E < (K-1)^n for C_2$  for  $C_3$  form  $C_4$  formed domest la mines values let K, below by f of f for f for f for f consider f of a derivate

 $\tilde{h}_{co} = \frac{1}{3} r^{\frac{1}{2} \sin c} \left[ cK(K^{a}_{-}) + \frac{c}{3} (K^{-})^{2} \sin c \cos c \right] - \frac{1}{3} r^{\frac{a}{2}} (K^{\frac{3}{2}}_{-}) \sin^{\frac{a}{2}} \frac{c}{4} c - Fr(K^{-} \cos c)$   $F = \frac{c}{3} r^{\frac{a}{2}} (K^{-}_{-})^{\frac{a}{2}} \sin^{\frac{a}{2}} c$ 

2. Inent onere h=5, R-r=1, of a=10, 20=60 d'ni b=2,6795; r=20, R=21, of B=9, 795: on dilendra A=0=30; F=15, 650 of E=27,

#### XVIII. Surle Nº 69.

Example: present to memor introded que, d'abent et hypotens pour la premier cod h=5%, R-r=r, noud aurond  $h=c=3\sigma$ ; F=g, 9.58 et  $c=3^{\circ}$ 0.535. Intent dans la hernet cod,  $h=6^{\circ}$ ; R-r=c=r, F;  $I=\eta\sigma^{\circ}$ ,  $d^{\circ}$  in r=s0; R=s1, F2, D=5, S593 et B=g4, F575; R=s4.

pow d = 20°.... X = 19,3034, d = 30 = e ... X = 24,9405;

x qui fuit vou que la joint de ruptuse et enere comere danke le tecond cat de la note présédente, celui de nastrance. Léquations (pc) donnocas e m b, 2586 (4).

On recommitae fourlement que dand le termé cad ai-debtah, comme dand le termé de la note précédente; le voite pléteant les le plan des antièmes, til by licunait un joint, à moint que les débit linguissess et informest ne futuré relief entir-elle ou chargest l'un prist sufférnit.

### XIX . Surle nº 70.

Examples: Unings set de places le centre a un domente d'un françée équilatent, contient set le laqueures de la plate hour de la contient set le contient de la contient de

the major of you tellur significant, a la while here de yearlinger, year bequeble la fran G de taplesanse à 8 et det être employée of the character of low congret you la même chale your assisser dand il nutrie governt de writes.

### XX . Jurle 11:73.

Example: suppotent  $\beta = \frac{\pi}{R}$ , R = 34, r = 32; d'où  $K = \frac{T}{16}$ ; l'équation (F) deviendra

2, 125= 
$$\frac{8,185}{\cos^2\frac{1}{2}d}$$
 - 1, 119  $\frac{d}{\sin d}$  + cold;

(\*) Les résultate de cer exemples out austi été quis Jane l'ourage cité.

Or, la valeur que prend le second membre,

pour 2 = 60° est ..... 2,061, 

 $\lambda = 67$ , 30'... 2,117.

d = 68 . . . . . . . 2, 12£,

d'où l'on conclut, par les parties proportionnelles, 2 = 68° 18'. Cette valeur substituée dans la formule (F), donne F=220.

Division De la Chine

180

7. La théries de la trabilité det must detenté à toureire det testes compared étun genérale possequenté; la première se passe périf l'estre de tress de la meute en général la prestie pur provent aureur été trons éternés en abondonates à alle mainmet, la transie qui n'et qui vive application de l'auteurenté la latte rapidit de la transie qui n'et qui vive application de l'auteurenté de la latte carbété tant la lattement de distincionation de l'auteurenté peut la la forme la plus auteurenté pour la la forme de plus des distincions de la prestie.

La quatiere de la gouthée det terret ett une det plus impatantes de la scionce det contrinctions, sur-tont yan napport à la fortification; austr s'on ets-on benucoup occupé dans ce

dernier siècle.

tement.

Principes De la chierie De Conlomb.

2. Coulomb, dans en mémoire sign etts, a teath de quelcien me agust 'agast' anne graneigable i accentance phipiquel qui les compliquent, et d'agast' del mondialitud melle caustit qu' myimisatel, quis preparent à l'arcustage des bauness teats, achteure, celmi de containe à det cidellett ables himplet provtite agaliquest facilement à les passèques.

figure 1.



I about I discussion person que les teres abandon més à ellet momes, qu'illes écent ser nous nauvellement connect, affectur un tabet éculorisment tracatalique. Submite il et claire que le fettement écantagneté proportion à la presiève un sonale, le tabet nature AC d'une menu lesse previo de la cabation, ésmanes trijecus le momes, quelle que évit la leur time AB; mail et un terre qu'illement deponde, comme me la varie qu'el de mit saitement du tendent materuel AB d'une tirese cabaiente, legnel déponde, comme me la varie, de la bandière AB. Le presense désement pass de terre de la que le frétierement à

vaince, tandet que sur l'autre section AD, que et maint inchnec, le prisme doit surmontee à la foit la corbetem et le fact-

"appoint let time appayed contre un plan AB, inflamble at aim't la cibilièmes fiebte apublice à lanc action viac lair d'une part, les matir ABC de, par ets natices, interptible, de se divides touvoit" une ligne quelconques AS, desti ou causabe; d'autre quet, le grection uneccée par le poètnes ABB, emité d'autre quet, le grections uneccée par le poètnes ABB, emité le plan AB, dépend de la forme et de la position de la ligne AB; on, parmi toutet les hypothètes qu'en peut faire sur cette legne, il en caité necessimement une à laquelle répond le maximum de protion et ce maximum mosure évidenment la prettion effective ou la pousée des terres contre le plan AB, par conséquent la résistance dont ce plan doit être capable; car's sold peut toutenir le prisme de la plus grande prettion, il sortiendra à plus forte raison, tout autre prisme, quel qu'il soit

50e la section de la plus grande pression. 3. La determination de la courbe AS, appartient à la methode des variations; mais comme en envisageant la question d'une manière auth rigoureuse, on pourrait être conduit à des expections analytiques, trop compliquées, et que d'ailleurs la substatation d'une ligne droite à la courbe dont il s'agit, ne peut évidemment causer d'evreur contiderable, nous suivrons l'exemple des Geomètres qui ent trailé ce sujet, en regardant à privri le profil AS de la section de la plus grande prestion, comme rectiligne.

Distinction entre-le prisue de la plus grande pression, et le prisue d'ébsulent

4. Ou rette, il ne faut pas croire que si le plan AB venait à cide, ce terait ; teulement les terres du prisme de plus grande prethon, qui s'ebouleraient : l'éboulement s'étendra jusqu'au talus naturel AD on AC. Nous reviendrons là-detheus en son lieu.

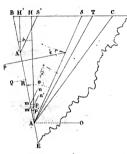
Hoppothers prelimingires .

5. Noved hypoterons le mur d'une seule pièce et étable sue une base indranlable, nous réservant d'examiner entruite ces hypothèdes. Nous supposerons audit que le protement soit proposetionnel à la pression normale et que la chésion ainsi que la dentité des terres soit uniforme dans toute l'étendue de leux masse; vu que ces quantités n'éprouvent, en général, que de légres variations dans un même terrain, pur les hauteurs que l'on a à considérer dans la pratique. Essu, nous ferons abstraction de l'adherence et du frottement des terres contre le parement intérieur. AB du mur de soutenement, ce qui en favorisans la solidité simplifiera la question.

### De la poussée des terrex, abstraction faite de l'adhèrence et du frottement sur le plan qui lex soutient.

De la pression effective on ponssée des tours contre le mus qui les soutient

figure 2.



Valeno de la prettion exercée par un pribue quelevague. 6. Soit ABC le profil d'une matte de terre, qui te termine d'un côté, au plan horizontal BC, d'un autre côté, au plan incliné BE, et qui l'éténd indéfiniment dans les autres sens.

Supportent que la matte ABC soit extenue au moyen d'un plan inferible AB, par une force p, perpendiculaire à ce plan. Îmazinons cette matte décempétée en prismes élémentaires par des plans infirmiment voitins, conduit suivant la droite projetée en A; un système de prismes élémentaires, c'ets-à-dire, un prisme total ABS, contidéré soit isolément soit comme partie d'un autre prisme total ABT, plus éténdu, exercera évidemment la même pretien dans les deux cas, contre le plan AB; seulement, cette pretiens, dans le second cas, tera augmentée ou diminuée par l'action particulière du prisme additional AST, ce qui a lieu semblable-

ment pour les vouteoirs d'une demi-voute, par rapport à un point du joint vertical. Par conséquent, la pretion effective des terres contre le plan AB, répondra à clui des tous les testes temes ou prismes, tels que ABS, qui produiras la plus grande pretion contre ce plans.

g. Ainth nout chercherout d'abord la valeur que doit avoir la four p, pour faire équilibre à un pritme queleonque ABS, cu ogard au frottement et à la chéhion sur le plan encliné AS. Débignons par q le poids du pritme; par èt et o les angles BAII, BAS; par É le rapport du frottement à la prethon et par c la cohéhion abbolue sur le plan AS. Clas poér, la force p se desompose en deux autres p sin o, parallele, et p est o perpendiculaire à AS; pareillement, le poids et du prisme se dé-compose en deux forces que (0-d), e sin (0-d) respectivement parallele et perpendiculaire à AS, de sorte que la conditione d'équilibre et-

p sin  $\theta = q \cot (\theta - d) - f \left[ p \cot \theta + q \sin (\theta - d) \right] - c \dots (7)$ d'où résulte

$$p = \frac{q \left[ cd(\theta - \lambda) - f \sin(\theta - \lambda) \right] - c}{\sin \theta + f \cos \theta} .$$
 (2)

valeur de la pression qu'un prisme queleonque ou dont l'angle

Recharche de l'angle du prisme de la plus grande pression. BAS et la variable 0, exerce contre le plan opposé AB.

8. Ensuite pour determines le prisme de la plus grande pretsion et etle presson elle-même, nous égalerons à zéro la differentielle de cette valeur, contidérée comme une fonction de la variable  $\theta$ ; mais auparavant on agrimera les quantilés c et q austi en fonctions de  $\theta$ ; or, par la supposition que le mattif att une lonqueur égale à l'unité l'inéaire, on n'avra que le simple profil à contidérer. Indiquant donc par h la hauteur AH, par b le poids de l'unité de volume des terres, par b la cohétion sur l'unité de surface et observant que  $AB = \frac{h}{cos(o-a)}$  or par conséquent  $aB = \frac{h \sin \theta}{cos(o-a)}$ , on obliendra

$$c = \frac{3^{\prime}h}{\cos(\theta - a)}, \qquad q = \frac{3 h^2 \sin \theta}{2 \cot a \cos(\theta - a)} \dots (3)$$

D'ailleur le rapport du frotement à la prettion est comme on sait, égal à la tangente de l'inclination du plan sur lequel le corps frotant et près de glither, inclination qu'on appelle l'angle du frotement, ainsi, q étant le complement de l'angle du frotement des terres sur elles-mêmes, c'est-à-dine, le complement de l'angle du talus noturel des terres sans cohetion, on aura encore

$$f = \cot \varphi \dots (4)$$

Si l'on substitue est valeurs, l'expression (2) deviendras
$$P = \frac{\frac{3 h^{2}}{2 \cot \lambda} \sin \theta \sin (\varphi + \lambda - \theta) - j'h \sin \varphi}{\cos (\varphi - \theta) \cos (\theta - \lambda)} \dots (5)$$

Par le simple changement des produits de sinus et coinnes en colinas lineaires, cette caprethion prendra la forme  $\frac{3 h^2}{2} \cos (\theta + \lambda - 2\theta) - \frac{5 h^2}{2} \cos (\theta + \lambda) + 2 f h \sin \phi$ 

$$p = \frac{\frac{3 h^2}{2 \cot \lambda} \cos (\varphi + \lambda - 2\theta) - \left[ \frac{3 h^2}{2 \cot \lambda} \cos (\varphi + \lambda) + 2 \gamma' h^2 \sin \varphi \right]}{\cos (\varphi + \lambda - 2\theta) + \cos (\varphi - \lambda)} \dots (6)$$

Alors la condition  $\frac{dP}{d\theta} = 0$ , donne immédiatement, quel que soit h,

$$\theta = \frac{1}{2} (\varphi + \lambda) \dots (a)$$

Chévrène remarquable concernant la valeur de cot augle.

g. Cette formule apprend que dans toutes les hypothèses sur los valeurs non seulement de h, mais encore de  $\delta$ , g et  $\varphi$ , l'angle de la section ou du prisme de la plus grande prethon cot égal à la moitie de l'angle ontre le plan AB et le talus naturel des terres privées de leur cohéron; theoreme remarque-ble dont on doit la premiere indication à Mo. de Prony (Mexanique philosophique, page 30b). La même formule convient.

par contéquent à un prisme solide dont le frottement sur le plan incliné serait égal à celui des teres sur elles-mêmes, ce qu'on peut aisement vérifier, et elle fournit la même valeur de 0 pour la même terre soit qu'elle ait été ou non aouvel-lement remuée ; car, cette valeur ne depend que du frottement ot nullement de la coholion.

Hautem sous laquelle la plus grande pression s'anéantriait; valeur générale de cotte plus grande pression.

10. Pour avoir la hauteur h' toat laquelle la plut grande prestion devient nulle, on 'égaleeu à zoro le numérateur de l'expression (5), on y remplacera 8 par sa valeur (2) et l'on trouvera tout de suite

$$\mathbf{h}' = \frac{2 \gamma \operatorname{Ain} \varphi \cot \alpha}{\int \sin^2 \frac{1}{2} (\varphi + \alpha)} . . . . . . . . . . . . (b)$$

Olyant hibititué dans la mome expression (5), la valeur de 0 ct au lieu de 2 J'hin Geod à, sa valeur tirée de (6), on fora, afin d'abrèger,

et l'on auna pour la valeur de la plus grande prettion P, c'età-dre, de la prettion effective contre le plan AB, supporté inébranlable,

$$P = \frac{1}{2} \delta h (h-h') r^2 \omega d \lambda \dots (d)$$

laquelle, comme ou le voit, dépend de la cohétion.

11. Nous avont trouve in general  $BS = \frac{h \sin \theta}{\cos \phi \cos (\theta - \phi)}$ ; tuble-turns la valeur de  $\theta$ ; il viendra  $\frac{BS}{h} = \frac{\sin \frac{1}{2} (\varphi + \phi)}{\cot \phi \cot \frac{1}{2} (\varphi - \phi)}$ . Chinti la

quantité représentée par r exprime le rapport de la bate à la

hauteur du triangle de la plus grande prethin. 12. Brien entendu que dans ces formules, à est positif ou

negatif telon que l'angle BAO det terres à soutenir est obtus ou aigu. Si le parement intérieur du mur était vertical, à sonait nul: alors en désignant par h, ce que devient h' et observant que sin  $\varphi=2$  sin  $\frac{1}{2}$   $\varphi$  cos  $\frac{1}{2}$   $\varphi$ , on aurait,

$$\theta = \frac{1}{2} \varphi \dots \dots \dots (a')$$

$$h_{,=} = \frac{4 \mathcal{Y}}{\int tang \frac{1}{2} \varphi} \cdots (b')$$

$$r = tang \frac{1}{2} \varphi \dots (c')$$

$$P = \frac{1}{2} \delta h(h-h)$$
 tang  $\frac{1}{2} \varphi \dots (d')$ 

Suffuence de la cohesion des ter: e) sue leur plus groude pression.

13 La formule très-timple (d.) qui détermine dans tout les cat la valeur de la plut grande pretrion, montie, à la teule

Expression In rapport outre la base et la hauteur In prima Is Ia plus gean Ie pression.

Formules particulières au cas où le parement intérceur est vertical. inspection, que ette valeur et négative pour toutes les houteins moindres que  $\mathbf{h}'$  et qu'en général elle ets plus grande pour la même terre, quand la cohétim ets-détinite que quand elle existe, de toute la quantité  $\frac{1}{4} \, \delta \mathbf{h} \, \mathbf{h}' \mathbf{r}^2 \omega s \, \delta$ .

Application de la formule de la pression au cas de fluisité.

14. Si an lieu de terres il s'agistrit d'un fluide parfait, on aurait  $\varphi = go^{\circ}$  et g' = o; d'où h = o: alors à cause de sin  $\frac{1}{2}(go^{\circ} + \lambda) = cos \frac{1}{2}(go^{\circ} - \lambda)$ , il viendrait  $P = \frac{1}{cos \lambda}$ ; la formule (d) donnerait on conséquence

$$P = \frac{\delta h^2}{2 \cos \phi} \dots (7),$$

rature qui resulte 'également de l'expression (5) et cela, quel que toit 0, puisque sin (90°+0-0) = cot (0-0) et cot (90°-0) = sin 0. Lord donc que le plan AB soulient un fluide, tout les prismede tels que AB5 exercent contre ce plan la même pression, laquelle est égale au poids d'un volume de fluide, qui aurait pour base le plan AB et pour hauteur la distance du centre de gravilé de ce plan au núcau BC, conclusion tout-à-fait conforme aux principes de l'hydrostatique.

Petation outre les hauteurs sous loguelles la plus grande pression des terres couples vocticalaneent et souvant une inclinaison souvier, devient nulle. 15. De l'élimination de j'entre (b) et (b') il résulte  $h'=h_1\frac{\omega s \cdot \delta \cdot \delta m^2 \frac{s}{2} \cdot \varphi}{\sin^2 \frac{s}{2} \cdot (\varphi+\delta)} \cdot \dots \cdot (e)$ 

formule qui se prêcte fort bien au calcul logarithmique et à laquelle nous reviendrons duns la suité.

Recherche Du moncout de la gludo grande previou par rapport au pied du parement intérieur du revetement.

16. Sow trouver le point d'application de la force I, noud determinerons d'abord, comme l'a fait Coulomb, le moment des cette force relativement au point A, pied du parement inférieur du revitement. La prepion sur un élément que lonque m m' du plan AB, est évidemment indépendante de le hauteur totale AH des terres, mais dépend de la profondeur Hp à laquelle cet élément se touve. Donc si l'on substitue dans l'équation (d) à la hauteur h. la houteur Hp=2, comptée depuis le point H et que l'on différencie ette équation par rapport à a, la pression supportée par le rectangle elementaire m m' répondant à l'accroitsement pp' ou d.2, de la hauteur 2,

$$dP = \int r^2 \omega d d \left(z - \frac{1}{2}h'\right) dz;$$

car brigger la hauteur z devient  $z+\bar{\alpha}z$ , le prisme Bmn et su pression augmentent; mais les pressions sur les éléments de Bm, restoir les mêmes, l'acconstement de pression et la pression viene sur l'élément mm'; a, la distance du point d'application

do cette pression au point A, et indemment h-2; ainti, en appelant I le moment de la force P, on aura

$$dN = \int r^{2}(h-x)(x-\frac{1}{2}h') dx;$$

integrant dequit z = h' jubqu'à z = h, on obliendra  $M = \frac{4}{L} \delta r^{4} (h - h')^{4} (h + \frac{4}{L} h')$  (f)

suprettion du moment de la plut grande proteion.

17. Le quotient de M divité par P, c'et - à-dire,

 $\frac{(h-\dot{h})(\dot{h}+\frac{i}{4}\dot{h})}{3\dot{h}\,\omega\dot{\sigma}\,\dot{\lambda}}$ , or  $\frac{i}{3}$   $\frac{\dot{h}-\dot{h}'}{\omega\dot{\sigma}\dot{\lambda}}+\frac{i}{6}\frac{\dot{h}'}{\dot{h}}\frac{\dot{L}-\dot{h}'}{\omega\dot{\sigma}\dot{\lambda}}$ . (g)

bera la distance du point A au point cherché. On voit qu'elle et comprese entre le ties et la moitie de la partie AA' de AB, effectivement tournite à la protion det terret ; tavoir ; entre les deux distances relatives au cut d'un fluide parfait et à celu d'un corpé tolede.

Connaitant cette dittance on pourra évaluer le moment de la plut grande pretion P, par rapport à tel autre point que l'on soudra du plan ABC.

Withinston entire le moment de la plus grande pastion et le glus grand moment de gration.

18. Supposions que le plan AB, au moyen duquel une puitance normale, appliquée, par oxemple, on B, doit foure équilibre à l'action des terres, soit mobile autour de la droite A, com me charnière: I'I cuitait des prismes dont les pressions particulieres, quoique moindees que la plus grande prettion cuttent reaumoins, par rapport an point A, del moments superieurs à celui de cette plut grandes prettion, ce serait évidenment au plut grand de cet momenté et non pas au moment de la plut grande prettion, que celui de la quittance dourait équivaloit, Sans quoi le plan AB somit infailliblement renverse; de sorte que la pression effective contre le plan terast seulement égale à alle du prisme du plus grand moment et n'attendrait pas julgu'à la plut grande pretion, laquelle ne pourrait point

t'engendror. Il y a done lieu de detingues, dans l'hypothète présente, le moment de la plut grande prettion et le plut grand moment de prettion et de l'attures l'ils différent on non l'un de

il suit que le plus grand moment de pretion sur le plan ontice

Blueble de co memorité, que engret à un grist quelenque de glan vertical parent par la direction de la glade granie gretien. 19. De ce que le brat de levier mA d'un clement m m' du plan AB, par repport au point A che constant, il rébulte immédiatement que le moment de la grethion sur l'élément devient un maximum en mome timps que cette prettion; d'où

AB et par rapport au point A, est identique avec le moment de la plus grande pretion P tur ce plan . Il on terait de même par rapport à tout autre point que A de AB.

On conclut de la que l'identité des deux moments subsisté pour un point queleonque Q du plan ABC; on effet, soit mence la perpendiculaire QR tur AB: puelque la prettion est parallele à QR, les moments de cette force par rapport aux points R & Q ne different millement, non plut que les man imum de cel moments; or le premier maximum obt identique avec le moment de la plus grande pretion ; donc le second 1'st parcillement.

Clink la plut grande pretion contellue la pretion effective ou la noutée des terres contre le plan AB qui les touteent.

20. La houteur h'qui ontre dans la formule (b) et sous laquelle la poutée det terret, c'ett-à-dire, leur plut grande sicale or parallilament is la face info pretion relative ou perpendiculaire au plan AB, l'ancantit, ne différe pas de la houteur sous laquelle la plus grande pretton exame parallelement à la tection AS devient pareillement nulle.

name du prisme de pressions. figure 3

randonate la glus grande

Pour le somontier, Soient, en général 11, la force capable de retener le prime ABS, sur le plan AS et B l'angle que la direction de cette force fait avec A8, on trouvera facilement 7 = q[cos(0-d)-fram(0-d)]-e

cos \$ + f sin \$

Potent succettivement T=p, B=go"-0 et T'=p', B=0; I viendea, à cause de f = cot 4, les relations

p' time  $\varphi = p \cos(\varphi - \theta)$ ,

 $\frac{dp'}{d\theta} \sin \varphi = \frac{dp}{d\theta} \cos (\varphi - \theta) + p \sin (\varphi - \theta);$ 

d'où l'on peut conclure 1º que p' sora nul quand 0 aura una valeur qui rende p rul; 2° que pour un système de valeurs de 0 et de h, qui rendent p et <u>AP</u> ruls, en oura auté. p'et <del>AP</del> ruls; c'et-à-dre, que les valeurs de 0 et de h qui balit-de from aux equations p=0,  $\frac{dp}{d\theta}=0$ , satisficent auth aux equations p'=0,  $\frac{dp'}{d\theta}=0$ , band nearmount que la reigneque mit generalement viace; car, par exemple, p' peut être encore rul, pour cos  $(\varphi-\theta)=0$ , c'est-à-dire,  $\theta=g0^{\circ}+\varphi$ , auquel caro p

the la pressión abolice in reces ; humber or laquelle ou pour les foulles sous un nugle inué rans qu'elles à l'houlent.

21. La plut grande protion etimes dans celle direction particulière metures l'effort que det terest abandonnées à elles memet, tout capables de faire pour se compres als constilue

progrement a gu'on doit entendre par la poutrée abblus, det teired. Or, puilque cette poutée abtolue, qui et un maximum Fanéantit pour h=h' et que par conféquent la preblion parallèle à une section plus ou moint inclinée que celle de la pout see abbolue doit devenir negative; il son suit que les terrels te boutiendroot d'ellet-mêmet, ha la hauteur  $\mathbf{h}'$   $\sigma$  bout l'angle

Mail now woul deligne par h' dant la formule (b), la hauteur sous laquelle les tienes n'exercent plus de prettion perpondiculairement an plan AB, fridant on dehod un angle or avec la verticale; le rébullat h=h' démontre que cette hauteur h' et auti celle à laquelle les torres pouvent te soutenir tous l'angle à, par leur propre cohétion.

Pareillement, la hauteur h, qui ontre dans la formule (b) et auth whe sur laquelle on pout fouiller let terret à pie sans

Puzzle Du talus unturel Des teixes coherentes.

qu'elles l'éboulent. 22. L'équation  $(\mathbf{e})$  dans laquelle on évrirait  $\mathbf{h}$  au lieu de f h' pourra donc être regardée comme caprimant la relatron entre la hauteur des terres, et l'angle sous bequel cel terres dant congres, leur poutsée absolue devient nulle; et de nême que h'indique la valeur de h qui répond à une valeur donnée de it, réciproquement nous désignerons par - 4 la valeur de s, relative à une hauteur donnée to . Or, il est clair que cet angle q'ainti lie avec la hauteur h, n'et autre que celui du talus naturel des terres coherentes.

mayor Viraluer la whitim 200

23. De la formule (b') on tire réciproquement  $\gamma = \frac{1}{4} \delta h$ , tang  $\frac{1}{2} \varphi$ ...(h)

la force de la cohétion des terres se conclura donc de leur petanteur specifique, du talus qu'elles affectent lorsque leur cohétions est détruite et de la plus grande profondeur à laquelle elles pewent, brique leur whithon tubbitte, the coupied à pie, tant s'ébouler; toutes données dont la connaissance résulte d'expérienced fort temples et peu dispendienset. D'aillours h'te déduira de h, par la formule (e) ou te déterminera par une expérience immédiate. C'est à Mo. de Prony qu'est due l'idea de ce moyen autre curieux qu'utile d'évaluer la cohétion des tirred (Micanique philosophique, page 304).

Prellèmes relatifs aux hauteurs et ralus des crecarations et levées de tres.

24. La formule (e), que nous allors reprendre et dans se laquelle nout écrisont h au lieu de h', et - 4' au lieu de . s'applique très-utilement à la construction des ouvragas en ture, tell que fotiés, retranchements, diques, chautices  $\delta \delta \sigma_i^{\alpha}$ ; nous aurons en contiguence

$$h = h_1 \frac{\cos \varphi' \sin^2 \frac{1}{2} (\varphi - \varphi')}{\sin^2 \frac{1}{2} (\varphi - \varphi')} \dots (e')$$

équation qui exprime la relation entre la hauteur et l'angle du talut d'une excavation ou d'une levée de terre, sout la condition que la pouttée absolue soit nulle; de soite qu'on peut déterminer l'une de ces deux chotes, la hauteur et le talus quand l'autre est donnée, pouvu que l'on connaître autre la qualité des terres, c'ett-à-diei, l'angle de leur talus naturel, la cohétion étant détuite; et la hauteur à laquelle elles sont capables de se souteur à pric, la cohétion subtistant.

Le première question, dans laquelle  $\overline{h}_{\eta}$ ,  $\varphi$  et  $\varphi'$  étant donnel, on cherche la quantité  $\overline{h}$  et immediatement résolue: par exemple, is le talus d'une executation doit être o 40 ha babe sur 1 de hauteur, supposé que le talus naturel des terres soit 1 de base sur 1 de hauteur, on a tang  $\varphi'=\frac{340}{2}$ , tang  $\varphi=\frac{1}{2}$ , ou  $\varphi'=21^{\circ}48'5''$ ,  $\varphi=45^{\circ}$  et l'on touve h=3,36.h.

La reconde question, beaucoup plus usuelle et où et laget de détermines  $\varphi'_1$  connaissant h ainsi que  $h_1$  et  $\varphi$ , n'effer pas la même facilité. C'est comme on l'a ou, celle du talub naturel des terres cohérentes.

Soft  $\frac{h_1}{h} = m'_1$ , si. I'm substitue your sin  $\frac{1}{4}(\varphi - \varphi')$  to valeur  $\frac{1}{2}[1-co(\varphi - \varphi')]$ , que l'on développe col  $(\varphi - \varphi')$  et que l'on dévise ner sin  $\varphi$ . La summile (C') deviendra

par  $im \, \varphi$ , la formule (e) deviendra  $(\cot \varphi + m' \tan g \frac{1}{2} \, \varphi) \cot \varphi' + im \, \varphi' = \frac{1}{im \, \varphi} \cdot \cdot \cdot \cdot (i)$ 

L'équation (1) ne terait que du tecond degré par rapport à tang 4; mail on parviendra à del rébultats plus commodel, au moyen d'angles auxiliaires; je pote d'abord

$$\cot A = m' \tan q \frac{1}{2} \varphi \dots (j)$$

of j'obtains (cot  $\varphi$  + cot A) cos  $\varphi'$  + tin  $\varphi' = \frac{1}{\sin \varphi}$ ; facilizant ensuite cot  $B = \cot \varphi + \cot A$ , c'elt-à-dire,

$$\cot B = \frac{\sin(A+\varphi)}{\sin A \sin \varphi} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (j')$$

j'ai finalement

$$col(B-\varphi') = \frac{sim B}{sim \varphi} \dots (K)$$

Let anglet A or B to calcularant aitement par let formule (j) or (j') ot la dernière (K) donnera tout de suite la valeur de  $B-\phi'$ ; d'où l'on conclura celle de  $\phi'$ .

For exemple, it  $h = b_{ij}^{m}$ ,  $h_{ij} = \sigma_{ij}^{m}$  of year le tabled national and tensel best  $f_{ij}^{m}$ ,  $f_{ij}^{m}$  is desired best  $f_{ij}^{m}$ ,  $f_{ij}^{m}$ ,

Turnique in Englustin de frantes 25. Guerque la valeur de h on de q toit ainsi dédecte

d'une équation d'équilibre, il ne sera pas à craindre que les tered no to toutionment point our la hauteur ou tout le talut trouve par le calcul, pouvre que dant let expériences par lesquelles on ours détorniné b, on ait ou égard aux causes accidentelles qui present rompre l'équilibre des terres ce qu'on fait on coupant à pio une même terre sur différented hauteurs, la laisant exposee attoz longtemps aux variations meteorologiques et premant pour h, la plut grande hauteur sous laquelle cette terre aura résitté. Une autre obtervation, c'est que dans la théorie, on suppose la densité et la cohession uniformest; or, d'un côte, la dentité peut bien augmenter avec la profondeur à raison du poids des conches superieures; d'un autre côte, il peut arrivor que la cohétion, aprèt avoir paru sontiblement constante jusqu'à une certaine profondeur, l'affaillite outuité par l'effet de l'humidité det couchet influeured; il est bon d'avertir que dans cers sortet de cat les formules devront être appliquées avec circonspection. Ou texplut, il faudra ici, comme dont let autreso genres de constructions, creer un moment de tabilité.

Résultaté de l'aspérience des la petastem optainance, la fortament et la colotion des times.

26. Voort terminerent la thérre de la peuthé det torret, en rapportant ce que l'expérience a apprit rur let données

nécetaires à l'agglication des formules; 1º Petantin épécifiques des terres, le poids de l'ear étant pais pour unilé;

	Eu	Sables			
Vigetale	Granche	arylente	Glaise	Corecus	Bud
1,4	1,5	1,6	1,7	1,7	1,9

2. Praypart du frothinont à la parthem, lequal s'exprima par la langente de l'angle du talul qu'affecient les lexecho, quand laur colutions est delicute.

guand leur cohlhon et deliuite. Guivant les capérieures de Mr. Bondelet (Out de basia, tome?, uage 15, 59, in) l'augle du talest mateires, jours le table fin, tim ten au paire la grés juderité, de la 54 5/5 jours le taltes articles et publishes de 16 5/6 5/6 jours le later articles et publishes de 16 5/6 au morard 6/7, & elle de légisment l'ameritée, de 65° au plus, ce qui device aspartiment les valeurs 5/69, ..., 5,5 4. ..., 5,5 8 de f'ou de valeur 5/5 50°, 65° 10°, 55° de 9.

3.º Cohelion del terrel.

On mangue of literations graceled it is expert that se you may felt you on fait to be tested rabbilled one you was opened wing grands compositions, to lever franches of let tested feelment regileated, granvest, bout thousand, the composit it gives respectionment the same bountains doe to 2° of 3 it on moment immentation.

In prenout, now he terre franche, d=150 Y, h, = 1,7 gm bit et, now let terre let plus let plus feith, b=150 Y, h, x,7 y 55, on termina par les franche(h), y=16 Y et y=56 Y, retri-tre qu'en quat repredai comma let dans luitet del valent du confficient. I et de la cokehoni det terre.

Application de la théorie de la poubbée de terres à la détermination de l'épaisseur des murs de revoltement.

Witteninative de Pépaitleur Des

27. Now move debtene at bootenin dat lassed classit seguedae comme con compet continue, allot per some fundation consequentibile, pour debter à leur actions de classe monicest differents of pour disc sements on contravant nations de l'hatité estraiserse de les beles, our regentife duragnetalement en glittent per activité, back, de total que para leur personne de l'activité pu'il no clivité, dans le premiere sal que para veu geogre per l'adherence et le factionent des du families.

The plat de généralit, mai attribueure aux rectainns une hautur 18 different de la hauteire le des terres qu'il de délinic à douteurs; alté donniers éras la hauteur rétaite, quand le recolle pel récurrer écaleurge d'une malée de tière, au d'une peulle que briument écaleurge d'une malée de tière, au d'une peulle que douteurge, ch-à dez, que un complexant de étachanges par une tagrège liquicaleur, deut let deus de litte recleurgations étécné dans les parlangement de case, des triungles les protées, ce qui agrecheur s'efferemment de l'une telle de les protées, ce qui agrecheur s'efferemment de l'une telle de

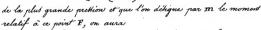
Mygorkiste In conversement.

28. Occupont-nout d'abad du premier cat. On hait que liplut grand memont de pression re différe pas du moment de la plut grande pretion, quel que soit le point auquel cet moments se rapportent. Or, relativement au point A, le beab de levier de la plut grande pretsion et (E)

$$AC = \frac{(\vec{h} - \vec{h})(\vec{h} + \frac{1}{2}\vec{h})}{3\vec{h} \cdot \omega / \delta};$$

mail on regularity par x l'épaiteur AF du revêtement à a babe et abailtant du point F la papondiculaire FI tur AB, on a AI = x tin  $\partial$ ;

de plus la difference de ces deux quantités et le bras de levier par rapport au point F; donc ti l'on reprend l'expression (d),  $\frac{4}{3}h\left(h-h'\right)r^2$  cor à



$$m = \frac{1}{2} \int r^2 \left[ \frac{1}{3} (h - h')^2 (h + \frac{1}{2} h') - h (h - h') x \sin \lambda \cos \delta \right] \dots (9)$$

D'un autre côté, soient e l'angle EFL du talus eulèreux EF avec la verticale, n le rapport de la dentité d' des terres à la dentité d' de la maçonnerie et m' le moment du revêtément ABEF par rapport au même point F; il est clair que le moment du rectangle AFLH sera  $\frac{1}{4}d'H\dot{x}^{\dagger}$ , tandis que ceux des trianglesse EFL, ABH serant respectivement  $\frac{1}{4}d'H^{\dagger}$  tangé et . . . .  $\frac{1}{4}d'H^{\dagger}$  tangé à  $(X-\frac{1}{4}H \tan g)$ , lesquels retranchés du premier donvernt.

 $m'=\frac{1}{2}\delta'H\left[x^2-Hx \tan q + \frac{1}{2}H^4(\tan q^2 + -\tan q^4 \epsilon)\right]......(10).$  Maintenant, la condition de l'équilibre entre la poublée des terres et la résistance du revêtement, consiste dans l'équation, m=m', c'ést-à-dire,

$$\frac{\mathbf{x}^{t}}{H^{t}} - \tan g \delta \left[ 1 - n r^{t} \frac{h \left( h - h' \right) \omega r^{t} \lambda}{H^{t}} \right] \frac{\mathbf{x}}{H} - \frac{1}{3} n r^{t} \frac{\left( h - h' \right)^{t} \left( h + \frac{1}{2} h' \right)}{H^{3}} + \frac{1}{3} \left( \tan g^{t} \lambda - \tan g^{t} \xi \right) = 0,$$

Scient donce

$$A = \frac{1}{2} t \text{tenged} \left[ 1 - n \, r^2 \, \frac{h \left( h - h' \right) \omega^2 \lambda}{H^2} \right], \ B = \frac{1}{3} \, n \, r^2 \, \frac{\left( h - h' \right)^2 \left( h + \frac{1}{2} \, h' \right)}{H^3} \, , \ C = \frac{1}{3} \left( t \text{ang}^2 \lambda - t \text{ang}^2 \lambda \right).$$

il viendra

$$X = H(A + \sqrt{A^2 + B - C}), \dots (m)$$

le signe + du radical convenant teul à la question, comme on le voit par la supposition de à=0 et l'autre signe ne te rapportant qu'à des considerations abstractes d'equilibre.

Otinti, en général et eu égard tant à la cohéhon qu'au fot toment des tieres, on obtiendrait l'épaiteur d'un revêtement, en calculant trois termes atten simples et en entrayant une racine carrée, à quoi les tables trigmométriques ne s'eracient.





memo pas nécestaires, à les angles à ci E élaient donnés par leurs tangentet, c'est-à-dire, par les rapports des bases clos talus à leurs hauteurs; car cot à = 1+16mg 3, et la valeur de 1 résulte immédiatement d'une construction qui se réduit à cliviser en deux parties égales l'angle entre le talus naturel des toires sans cohéhon et le parement intérieur du revêtement.

Sargue be personent interieur of vertical on a  $\lambda=0$  ,  $h'=h_{\tau}$  ,  $\tau=\tan\varphi/\frac{1}{2}$  4 of implement.

$$\mathbf{X} = H \sqrt{\left[\frac{1}{3} \frac{n \tan q^{\frac{1}{2}} \varphi(h-h)^{2}(h+\frac{1}{2}h_{4})}{H^{3}} + \frac{1}{3} \tan q^{2} \varepsilon\right] \cdots (n)}.$$

Comme la reisitance produite par la cohesion del terres est sujette à trop d'accidents pour qu'il soit prudent de s'y fier dans la gratique, et que d'ailleurs elle devient, nulle dans le cas des revêtements remblayés nouvellement, sans que les terres aient été damées, il sera convenable des fuire abstraction de cette force; alors on aura h'=0, h=0 et les formules (m) et (n)

$$\mathbf{X} = H \left\{ \frac{1}{2} \operatorname{Cangent} \left( \mathbf{r} - \mathbf{n} \mathbf{r}^2 \frac{\tilde{\mathbf{h}}^4}{H^2} \operatorname{col}^2 \mathbf{d} \right) + \sqrt{\left[ \frac{1}{4} \operatorname{Cangent} \left( \mathbf{r} - \mathbf{n} \mathbf{r}^4 \frac{\tilde{\mathbf{h}}^4}{H^2} \operatorname{col}^2 \mathbf{d} \right)^2 + \frac{1}{5} \mathbf{n} \mathbf{r}^4 \frac{\tilde{\mathbf{h}}^3}{H^2} - \frac{1}{5} \left( \operatorname{Cangent} \left( \mathbf{r} - \operatorname{Cangent} \right) - \operatorname{Cangent} \left( \mathbf{r} - \operatorname{Cangent} \right) \right) \right\} \right\}$$

$$\mathbf{X} = H \sqrt{\frac{1}{3} \left( \operatorname{nagent} \left( \frac{1}{2} \varphi \frac{\tilde{\mathbf{h}}^3}{H^3} + \operatorname{Langent} \right) - \frac{1}{5} \left( \operatorname{Cangent} \left( \mathbf{r} - \operatorname{Cangent} \right) - \operatorname{Cangent} \right) \right) \right\}$$

$$(p)$$

ti, de plus on suppose que le parement ordéreur soit vertical de même que l'intérieur, ou qu'on ait encore 6=0, la dernière formule se réduira à

$$x = h \tan q \frac{1}{2} \varphi \sqrt{\left(\frac{n}{5}, \frac{h}{H}\right)} \dots (q)$$

Colles sont les formules projects à l'hypothèse du renversement; or, le mun est susciptible, non soulement de sourner autour des l'arêts extérieures de sa base, muis encores de glissos sur cette même base.

De l'hypothère du glissement.

29. Quant à l'hypothèle du glithement, l'observation et le calcul s'accordent à l'arlure des limites ordinaires de le pratique; c'est pourquoi nous nous en tiendrons à la seule hypothèle de la rotution

Determination du moment de stabulité des revêtéments.

30. Les formules théoriques (0), (P) of (9) fondéel s'un les contridenations des l'équilibres trûst entre les poutrées des terres et la résistances opposée du mun qui doit les touterns, ne donnes raient que des épaiteurs très-insufficantes dons l'oxéculaions, malgré qu'en ait négligé le frottoment à l'adhérence des molécules terreules le long du paroment intérieur et la cohétion de ces mêmes molécules; car d'abad les deux premières forces sons de peu de valeur et la cohétion)

des molécules et effectivement nulle, puisque pour construire un revetement on enleve les torres sur toute sa hauteur et jusqu'à un talus sous lequel elles se soutiennent d'elles-mêmes, c'està-dire, plut incline que celui de la plut grande prettion, aprèt quoi l'on remblair avec des terres rapportées et qui ont perdu leur cohétion; en second lieu, l'équilibre pourrait être rompes et le revêtement renvertes, au moindre surcroît occationne dans la pontice des terres, soit par la présence d'un fardeau pote à la surface, soit par quelqu'autre cause accidentelle, comme l'humidité qui change le poids des terres et leur frottement, ou la pluie qui les délais et les fait agis à la manière dels fluided, on la gelée qui accroit leur volume et par contéquent leur pretion la St faut donc de toute nécetité mettre la rélitance du mur au-dettut de l'équilibre, en augmentant les épaitleurs déterminées par la théorie, avant de les employer dans la pratique et c'est cette augmentation qu'il l'agit d'attigner.

Lour cela, les auteurs, notamment Bélidor et Coulomb ont use' d'un expédient qui paraît naturel; ils règlent l'augmentation de la rétitance necessaire à l'équilibre, d'après cette base que le surcroît soit dans un certain rapport avec la poulsée mine et ce rapport se détermine par l'expérience, comme on l'expliquera bientôt. De cette manière le moment du revêtement excedera celui de la poublee d'une partie proportionnelles à ce dernice, et qu'on peut appeler le moment de Mabilité du revetement.

Formules proviques pour trouver leurs Epoisseurs.

31. En conséguence, on égalera le moment m'du revêtement, non par, comme on l'a fait d'abord, au moment m de la poutée, moit au produit n m de ce moment multiplie par un coefficient constant pr, ce qui reviendra évidemment à évrire nn au lieu de n, dans l'équation (m) et dans celles qui en derivent, de sorte que les formules (0), (p), (q) deviendront

 $X = H\left\{\frac{1}{2} \operatorname{timpsh}\left(r - / n \operatorname{Tr}^2 \frac{\underline{h}^2}{H} \operatorname{cot}^2 \lambda\right) + \sqrt{\left[\frac{1}{4} \operatorname{timpsh}\left(r - / n \operatorname{Tr}^2 \frac{\underline{h}^2}{H^2} \operatorname{cot}^2 \lambda\right)^2 + \frac{1}{3} / n \operatorname{Tr}^2 \frac{\underline{h}^3}{H^3}} - \frac{1}{3} \left(\operatorname{cimpsh}^2 \lambda - \operatorname{timpsh}^2 \varepsilon\right)\right\} \dots (0)$ 

$$X = H \sqrt{\frac{1}{5} \left( n n \tan g^{\frac{6}{1}} \varphi \frac{\int_{1}^{3}}{H^{5}} + \tan g^{2} \varepsilon \right)} \dots (P)$$

$$x = h \tan \frac{1}{2} \varphi \sqrt{\frac{n \cdot n}{3} \cdot \frac{h}{H}} \dots (Q)$$

brétermination du coefficient de Stabilité.

32. Le coefficient pe se déterminera par l'application de ces formules à des revêtements d'une solidate à toute épreuve et constatée pase l'appriment. On tout les critiments ne int pas uniquement deltines, arment let mant chamiers du treadir, a trustnie la gastile del tiere i un feetfrientiere les despot deient rélètie mon desanceur à ulte passiles, mais assers avec de effet deltinetieur du l'autillaire et le contin-changed divient mo voite; tier à l'épouve det commentient trustensieres, produit et pase le pass det minus ; l'assertent deux de délitiques les est del continement de freshienters qu'il passit passerser d'un moist de rélètieure, dépondant de contidentiere moletriere et celu det mais columnes de l'entièment.

Final le germine cat, let meellemet termet de comparation ge'en passie charter deux anticité, de critimant constituit par Vauhan, letyarde ent the grande dans let heget en réstate legant un réside à l'action des terres dons l'influence de terret les austré cercitatielle que persont les modifies. On, tourant le capt. commes de l'action de la démandament les profit de Vauhan, on a

x=1, 626+0, 2.H....(1). Monit ce profit suppose le parement intérieur vertical et

Mont co projet regarde es passance concerned and compleyer to facility extreme the sur inquiremen, it faut ampleyer to formule (2), or y failant ting Eno, 2; we qui donnerse

 $X = H\sqrt{\left[\frac{1}{3}/m \ln \frac{1}{2} \exp^{\frac{1}{2}} \varphi \frac{h^3}{H^3} + o, or s^3\right]}$  (2)

que l'on égale les seux valeurs de x, il rébutters de l'équation,

 $n = \frac{5}{n \tan g \frac{1}{2} \varphi} \frac{H[(s, 614 + o, 2.H) - o, o, 55.H^{6}]}{h^{5}} ... (3)$ 

haint maintenant 4=45, n=1, termel megund dija adqtid du templ de Nauban (Science del Inginium, page 16), il viendes

 $p_{k} = 26$ , 228.  $H = \frac{\left(4 - 624 + 0, 2 \cdot H\right)^{2} - 0,0135 \cdot H^{2}}{H^{5}}$  (4)

Cele, Land le grafil de Vauban, l'agrections du raggert entre le moment du revettement et le moment de la posities del tenel.

Opplyment citic superlivers are chapped the healther wargeness the plad general numbers into 18 "18 of common on part depotes superaments. The 18 + 3" or awar for "179 = 19 by, in monthing part, it is it that you had be played that drapped the Product, by summer the tablish the sign is by the drapped the Product, by summer to tablish the sign is by the summer to be by pushing that times. It parent convenients the I'on tenir à ce rébultat d'expérience, et, relativement aux se charpes, d'attribuer au coefficient p, la valeur 1,8 avec d'auteurs plus de raison que les épaisseurs qui l'en déduisont différent peu de celles qu'on obtient, dans les mêmes circonstances, par la règle pratique de Cormontaingne (Maynel, page 83).

If ett à observer nearmoins que à parmir les chaepes caécutées selon le profil de Vauban, il s'en trouvait on maçonneries et terres de moyennes qualités, qui cuttent 15 m de hauteur, il en résultérait p = 1,47, c'est-à-dire, un moment de stabilité, 'gal à environ la meitié du moment de la positée; alors il suffirait de prendre p = 1,5 et les revêtements construit d'après cette détermination auraient la nême stabilité, que les escapes de Vauban, sous 15 m de hauteur.

En géneral, ce profit donne aux revetements un moment de Habilité d'autant moindre que leur houteur est plus grande, en sorte que leur résistance ne se trouve pas proportionnée à les force qui tend à les renverser et c'et pour cette raison que nous avons contidéré la houteur moyenne de somètres.

Le défait, qui à la verité ett en partie covigé pour la présence des contre-forts dont les dimensions croitent avec la hauteur du mun, provient de l'invariabilité de l'épaisteur au cordon, laquelle épaisteur et constamment de 5 si quelle que soit la houteur, ce dont on ne voit d'autre raison que celle de la résistance à la pénétration dels boulets. Un autre défaut qu'on reproche au profil de Vauban, c'est que le talus extérieur, fixe au cinquième, est trop fort et c'est afin d'éviter les inconvenients qui s'en-

Eletricllement, is I'm applique I'expression (4) aux dernières contre-charpes de Vauban, pour lesquelles on a h=H, X=0, g/45+0, 2.H et g'' on prenne successivement, H=6, H=7, M=3, M=3,

de 7 ", ce qui est contraire à l'économie (4).

Quant aux revetements ordinaires ou des terrables, murs en aile, ou des quais, Chausse's bo. qui outre la poutsée des terres ont encore à supporter le poids des voitures et les secontses qu'elles occasionment, nous nous en rapporterons à Bélidor qui ne porte le moment de Mabilité qu'à 4 et meme à 1 du moment de la pouttée (Science det Ingénieurs, pages 47, 57, 89, 90). Il est vrai que par sa théorie fondée sur des hypothèses arbitrair ret, cet Outeur trouvant det épaiteurs déjà trèt-fortes dans le cat de l'équilibre, n'avait pat betoin d'un grand moment de stabilité pour se rapprocher des wages de son temps; neanmoins on admettant le rapport 4 on s'écartera atter peu de la règle suivie par les Constructeurs (Prondelet, art de batis) et un les circonstances négligées dans le calcul, cet excès de 7 au-dettus de l'équilibre paraît devoir suffire pour mettre un revêtement ordinaire à l'abri de l'influence des causes accidentelles de destruction.

En domant les terres à mobire que le remblai t'effectue, on leur procure une cohésion artificielle, dont on tendrait compte, k on le voulait, au moyen des formules (m) et (n), dans lesquelles on subtituerait p, r au lieu de r. Alors il faudrait déterminer les quantités h', h, par des capériences immédiates sur les terres damees; mais comme en général les valeurs de ces quantités sont peu contribérables et que d'ailleurs elles dépendraient du plus ou du moins de soin apporte à l'opération, on fira bien de néglique absolument la cohésion.

Finh pour concilier autant que les divides circonstances le permettent, l'économie et la solidité sans lesquelles il na peut exister de bonne construction, non seuloment on fire contamment h' on h, nul, mois encore on admettra dans les deux cas qui ont été distingués, les valeurs respectivels; n=1,80; n=1,25.....(R)

det considerations particulières fixant dans le premier cas, le

talus extérieur au sixième de la hauteur.

33. Hour avont regarde la base det murd de revitement - comme incompretible et inchantable; agendant il n'on est

Examen de la supposition que la base du mus os métraulable .

<sup>(+)</sup> La discuttion précédente est à quelques changement prèt, tince du moind (96.4, page 172).

put auch, àmoint que este babe ne test une mathe de echas et même la mase fondet en paleté peuvent ilse senvanté, et les palets in vayant per deser paulas ains de l'évante valide, colout à la contine det tiese et frachement en aunsi, il se bair ser que les contineuest commant à manageur pas un défant d'épacteurs, mais et à rês que tage manauré de le vous pieux dest passes, que la fondation et un diférent au la partie de vous pieux dest passes, que la fondation et un diférent de partie en destre delicement, est passes que les fondations et un fait de ment affitant à votte fondation des laquelles de reporte text que le différent à votte fondation des laquelles de reporte text que le différent est cet de deux une pathem test impossantique de différences de dissertient qu'il consideré de desserties que de différences de dissertient qu'il consideré de desserties

Determination de la largeur de fordationse.

figure 5.



came foundations, gover on advance as tainhills (4).

The Se marting CDN's de la formatation, surjoud on a mateir
was de donnere las formes d'un passallalpripiele reclaingles pe taines donneis à l'artiere du triel fares; tennies in on pasques to pariel, la pariel du resilierence et las puedes dal triel : on mande celle action; il tiende à glotter viar des bales et un mannes de celle action; il tiende à glotter viar des bales et un mannes temple à tournes actions d'un case passallele aux actités contionnes et material est cotte bales. La geneme or mannes actionnes et materiales coste bales, la que quelque mangent pour et des trigines less coste bales, la geneme et managent au parement advisiones del formatation. La solutions de la queltion et delances dem unequement de la contridentation des memors de satations.

manuer as traction,

i. le fruit as legal on bath dait abiliament incomposedable, it sufficient que la rehaltante del tent frest quetat dans
l'interesses de la bate du madel, or alle persolution se taiment
l'interesses appele a'lle mane, passe que la moneut deu
poidt du revationent pass respect au point I, ayant élé,
recolut despriseurs à abeu de la positie del terres, la réhabtainet du ce de une forcet palle on dezir la point I, pass
reggert au pour I, il comme alle doit oncer le competer
avec le pout des matifs, la decetion de la réhaltante foiable
avec le pout des matifs, la decetion de la réhaltante foiable
avec le pout des matifs, la decetion de la réhaltante foiable
fois ver plui grand augle avec l'hougest

Mont s'il accus que le fond été emprehible et été le, ce le plus paquent, il fautres, en éngadont le comprehibile le unifame dont tinte l'étendre det fondations, que les chief tante parte pur le coutie de fique de la bete. Es, a caude

<sup>(4)</sup> L'analyse de cost question se trum dans le minorial (96th, page 195).

de la forme du matif, la direction de ton poids patte déjà par le contre de figure de la bate; tout te réduit donc à ce que la résultante du poids du revêtement et de la pouttée des terres, soit dirigée à ce même centre.

Cela poto, la profondeur det fondations, on tant qu'elle depend des circonstances locales et une quantité données et l'on a la position DK de la base du mattif; en outre le centre de gravité & du revitement peut se construire graphiquement et la quantité représentative de son posité et facile à calculer; enfin, puisque la cohésion et supposée malle, le point d'application N de la poutée l'obtiendra par la formule (d) dans laquelle en fora h'= 6. Clints le poids du revêtement et la poutée des terres sont deux forces commes de grandeur et de position. Soient 0 le point de concourt de ces deux forces et OI la direction de leur résultante; cette direction remembrera la ligne DK en un point I et el clair que si l'on porto DI en LIK, la dittance DK tora la larguer des fondations.

Il et ail de teadure la quetion on analyte: I n'y a qu'à substituer les valeurs des données, dans l'équation qui exprime l'égalité entre les moments du revolement et de la poutée, par rapport au point I, milieu de la longueur cherchée DK. L'équation n'est que du premier degré.

Les retraites entérieures ains déterminées occèdent beaucoup celles qui sont en usage, et s'il n'arrive pas plus d'accidents ava revetements, cela doit être attribué soit à la présence des contre-forts soit à l'attention qu'on a de pénétier jusqu'au terain fume, soit enfin à ce que, à force d'art et de dépense, on rend le fond comme incompressible.

On devra donc comparer la dépense qu'il faudrait faire pour donner au terrain le degré d'incompressibilité nécessaire, avec celle qu'exigeraient des fondations construites d'aprèl les principes précédents, ce qui déterminera le chois entre les deux procédés, sur le dennier desquels il est encore à observer que l'épaisseur CD soit proportionnée à la largeur DK, sant quoi, à cause de l'inégale compressibilité dans les différents points, le matif pourroit s'ouvrir on-destous en l'affait-tant au milieu et entraîner ainsi la chete du revitement.

35. Non sulement nout avont regards la base du revetement comme inébranlable, mais encore nout avonts

Examen de la supposition que le mus est d'une seule piece. happele que se existement lei-retine étant une brufe makes untimue, deut de justifié ne le bipaccouriet justif dont le mouvement qu'il prondrait en calant à la jouethe del terret, il et méditure l'acomuser subi, cette happelhèle.

It shouls, be pasted influence due move the la bable quis faith alfibrable? are buisant I sepréance; be partici deprisoner. timbe toit I was paired, but maine que le muse it coultient on pieces bables. Mayonid support, page og de trutient, que det must de 4,5 de houtelier au-labeled dui bel et de 7,5 de faisilisses, betil on bequest, mor habeled dui bel et de 7,5 de faisilisses, betil on bequest, mor habelessest area de mortier de tiest, qui e la proposité de techne promptiment, mais marces avec du marchier relunaire et moise faise auann contier. Ne de det company que par la base of te copies at lone connerquable, dant la descript la balle d'Abullan',

Il ajoute gn'un mur de 20th de hauteur (lequel dorait avoir an moint 4" d'épaiteur) et dont on avait laité contolider la mazonnerie, l'est brit au niveau du tot, parcillement dant la direction du talut d'éboulement ou apru prèt neivant la diagonale du carre contrait sur l'épaiteur ; mail it fait observes que les toures vierges avaient été déllayest à l'exterieur du mur, tandit qu'à l'interieur elles étaient restées à leur bol naturel. Quant à la partie inférience, to be mur a une certaine épaiteur et te les morties n'out pas eu le temps de prendre corps ni de lier suffisamment entre elles toutes les parties de la majonnerie il est vaitembable que dant le mouvement de rotation du mus ABEP autour de l'arête exterieure F de la bate, il restera sur cette bate un prisme AF2, qui ne sua point souleve avec la partie supérieure du mur. La détermination de a prime appartiendrait à la théorie de la rélitaine det supports en maconnerce. Mouit outre qu'on ne connaît par occatement la valeur de la cohetion del majonneries, laquelle de bejette à varier par la nature des matériaux, la manière de contruire, le tempt civilé depuit l'execution du travail, la taiton et le climat même dant lequels it it or occute, cette theorie ne convient pato bien aux must de revelement parce qu'on y regarde la pretnow dot texes comme une force timple et, en igard toutefoit au changement de brat de levier, comme appliquée au tommet du revitement, tandit qu'elle est au contraire

figure 6.



aparabase har leist de painte du gracument intérioux, de vert qu'à l'instêrnt de la mysture, du l'équildre, la tour qu'il faille considere, du passion auscesse contai des façes ARR de une force you ne dont past être musée dans la determination des presents, l'agun s'ore passe ajustrels que celle presentin, est de present que l'agun s'ore passe ajustrels que colle present de la passion de la

Concluent be lest you nive tent avec let précentine dant sei vient de parles, il hypothète ou question de gineralement admitable et qu'il n'y a curume diminution à foire au volume du covitament, fut-il containt ou pieunt delac.

let experiences vilées prouvent autri qu'un resistement ner cede journail qu'un biservant autries de l'arite rathieurs de ra base et neu en glithant un cette base, ce qui pait autri ilse deimentie jaar le calcul.

50m contre-frace.

56. Dand les featification, gaineignelement, ou controut les evolutions ou des controu-fect influences, detribules in traite leur deux françaises à qui agenteur beaucaup à leur teletation. On, le lanieur de le macquirecier de cet matrifi avec celle du mon me passait pair jeunour étie, journait stitus fecte, ou det danne vient qui on a continue de lux donnes journe permettrajable se indevent tout colleire soure lux dans en mouvement de se indevent tout colleire soure lux dans en mouvement de se touteur autilieur de l'actie continueur de la fair commune; ou me journet source le fair de la colleire que en pau d'inscribitée, l'effet parint le source de la fair commune; ou me journet source de la colleire que l'appet à la épassation des parinties la focus de la colleire que l'appet à la épassation des parinties du pérférieur, recharche régulle une mêmete défi-

supports en maconnerie.

En fortification, on determinera tout simplement les épaiteurs des revêtements d'éscarge, par les formules établies; les contre-forts ajoutés procureront un surcroît de solidité, tres-utile relativement aux considerations militaires dont nout avont parle et auront encore l'avantage important de diminuer l'étendue det brechet. La figure, les dimentions et la disposition de ces contre-forts seront d'ailleurs conformet aux reglet prescrites par Nauban. Sinsi, l'apacement tera de 18th de milieu en milieu, ou de 15th si le rempart doit être surcharge; la houteur d'éscarpe étant supposée de 10t; ils auront 4th de longueur, autant de largeur, à la racine, et les deux tiers à la queue, proportion constante; ensuite, pour chaque augmentation de 10 per dans la hauteur d'escarpo, cette longueur augmentera de 2º et la largeur à la racine de 1º seulement. L'excèt de largeur à la racine sur la largenr à la queux est motive par une plut grande adhérence du contre-fort avec le revêtement.

Det revetements on decharge

37. On a imagin's un genre de construction de revêtement, qui mérité d'être remarqué: on adotte au mur, du côté des terres, un ou plutiques rangs d'arcades ou d'arceaus auxquels les contre-forts servent de pieds-droits, c'els ce qu'on appelle voutes en décharge. Les larges retraités que forment ces rangs de voutes, portent une partie des terres dont els intercompont ainsi la poutée, et ces arceaux augmentent le bras de levies de la résistance dans un plus grand rapport que la mastre de mazonnerie; de sorte que cette disposition qu'on peut varier d'une infinité de manières, te prête à une grande économie de matériaux. D'ailleurs ces voûtes, au moyen d'un mue de matériaux. D'ailleurs ces voûtes, au moyen d'un mue de materiaux opposé aux terres, deviennent des souterains ou des casemates dont on tire un parti très-avantageux dans une ville de guerre. (Voyer sur ce sujet, le braité de Mayniel).

# Note;o.

### Sur le nº 1.

1. Les divertes solutions publices ou inedites, antérienres à celle de Coulomb, ont été recueilles par Mi. Mosquiel, et intériel dans son traite qui a paru en 1808. Tour peu qu'on examme ces solutions, on s'appreçoit qu'on y a négligé la plupast des circonstainces physiques, ou que si l'on y a intioduit le frottement, c'est d'une manière tout-à-fait ineacete, et qu'en général elles sont fondées sur des hypothèses arbitravies, quelques contradictoires, on sur des décompositions de forces, mal ontendues. (Noyer à ce sujet, recherches sur la poutée des torres ble par Prony, H<sup>M</sup>. 19 et 38).

2. Coulomb, on analysant le cas où le plan AB ets vertical, le soul dont il se soit occupé, a donné comme résultat utile dans l'occavation des toures, la relation outre leux cohetin, leur frotement et la hauteur sous laquelles elles peuvent être fouilles à pie sans qu'elles s'éboulent; il était facile d'inféces que réciproquement la cohésion pouvait être déterminée par le moyen de cette houteur ains, que du frotement, et des l'exprimes en fonction de ces deux quantités.

Mo de Prony) dans sa mécanique philosophique, a présent trèt-simplement l'analyse de ce meme cas: pour y passenir, il a introduit dans le calcul l'aspression de la cohesion determinée comme on vient de le dire, et sur-tout il a indique, suivant l'usage, le rapport du frotement à la pression, par la tangente de ce qu'on appelle l'angle du frotement et qui n'est autre chose ici que l'angle du talus que prennent naturellement les terres, lorsque leur cohésion est districte; ce qui l'a conduit à une appelsement rest-remarquables de l'angle du pris-me de la plus grande poussée.

Mb." Mayniel a tenté dans son ouvrage la solution du cas général, où le plan AB a une situation quelengue, et où la direction de la parthée n'est certainement plus horizontale, quoi qu'en aient dis Mr." de Prony et Planier (Piecherches sur la poutrie des torres, par Prony), 46° 22; Craité de la construction des pronts, par Gauthey, tome 1°, page 383, note de Navier); mois il n'a pas amené l'expression de l'angle du prisme de la plus grande pression on de la poutsée, sous la

forme, analogue à celle qu'en aoust trimbo, genned le polan AB cless vertical; et il s'obs d'ailleuss orageris dans l'amples qu'il as fuit de celle capacition; pour bralues le moment de la pariste.

Cet defauts out ête consist dans le 96.6 du mémorial de l'Officer du Guiu, où l'on a gueralist autr le résultat de Culomb, concernant l'occavation des terres.

Malgre at perfectionnements, il manquait onever quelque chote à la théore de la poutre det terres et à son application, quant à la riqueur des raisonnements et à la simplicité des calculs : on avait formellement confordu le prisme d'éboulement et celui de la plut grande pretrion, qui tont très-distincts l'un de l'autre ; les transformations par lesquelles on arrivait and formules du cas général, quirque fondées sur les théorèmes élémentaires de la trigonomètrie, sont fort longued at deviennent imprarticalled par leur prolimité, loriqu'on veut tenie compte du frottement ot de l'adhérence tue le parement interieur du mur, et rependant ces transformations general être villes; la hauteur à laquelle des terres coupies suivant un plan donne, peuvent se soutenir d'elles-mones, itait determines par la contideration de la section de la plus grandes pressons personaliculaires à ce plans tandit qu'il faut contiderer la section de la plut grande pretion parallele à cette même tection ; enfin , on oppotait à la rétitance du mur, le pritme de la plus grande pretsion det terret, au lieu du prisme du plut grand moment de pression, que pourrait differer du premier et dont l'identité avec lui, n'est pat évidente, pas même dans le cato particulier traits par Coulomb.

Nows avont liché de donner plus de regueur aux prinigus de la théorie et plus de simplicité au calcul des formules.

#### II. Sur les nos 3 et 6.

Les principes sur lesquels la théorie de la poursée des tou res est fonder, ocigent quelques éclaireitsements.

1.º Dans les fluides qualierques, le degré de fluideté dépende tent le la cabajeur que du fertement des radecules cottes—allés, et amune par rappert à leur nature, les fluides unparfails participent des caps béliets et des fluides pargrament

figure 7.



dit, il doit en être de même par rapport aux loit de leur équilibre.

2.º Soit ABCS le profil d'un valu rectoingulaire, indéfiniment long et rempli d'un fluide imparfait, qui ait une certaine aithèrence avec les parois AB, CS; soit AD la section de la plub grande pretion contre le plan AB; le fond AB du valu pourra être mobile ou fixe, en totalité on en partie et la hauteur AB du fluide surpattera ou non la houteur  $\overline{h}_{1}$ , sous laquelle la plus grande prettion devient nulle.

3°. Si la hauteur AB n'excède par  $\overline{h}_1$ , que le fond AS toit fixe ou mobile, il y aura simplement adherence sur les porous AB, SC et cohesion sur les sections telles que 2x. Il en sera de même, si AB surpanant h, le fond et mobile, tandit que l'il est fixe, il y aura non seulement adherence tur AB, SC et cohetion tur 2x, mais encore pretion et par conséquent frottement sur ces plans, frottement qui, à la vérilé, augmentera avec la houteur du fluide et variera, commes la pression elle-même, d'un point à l'autre de cette hauteur, mais dont on obtiendra evidenment la valeur en multipliant la somme des pressions sur le plan que l'on considere, par le rapport du frottement à la pretion. Lorsqu'une partie a's' du fond 18, auth grande que le double de la bate BD du prisme de plus grande prettion, texa fixe, il y aura auth pretion et par consequent frottement sur les plans AB, SC, LX; mais cette pression ou ce frottement diminuera wee

4. Suppotant dance AB plut grand que I, et le fond AS face; désignant par q le poidé de la matte fluide ABCS; par r'a répitaine abbolue, provenant de la cohédion et du frotement propuel de cette matte, sur la tection 2X, et par r'a résistaine abbolue, provenant de l'adhérence et du frottement sur AB ou SC: tolon que 1 sera ou ne sera pas moindre que 1' le poidé of sera retenu par une force untaire, égale à 21 ou 21' respectivement, de soite que la presson sonferte par le fond A5 sera seulement q-21 ou q-21.

5. Pour savoir comment cette prethion se répartit sur le fond AS, supposons-le réduit à la partie 2'8', plus grande que le double de BD et telle que AB et aB d'une part, 5c et 8c' d'autre part, soient deux tranches égales, sontenues

par la retitance r ou r'(telon que r tera moindre que r'ou r' moindre que r) appliquée suivant AB et a'b', et suivant SC et s'c', résistance qui entrera abort en exercice; il est clair que la prettion sur le fond a's', laquelle tera égale au poids de abcs, le répartire uniformement sur às'. Si le fond avait l'étendue 25, les tranches extremes Ab, Sc seraient encore toutenues par la résistance r sur AB et SC; mais la résistance r' sur a b et à b', ainti que sue sc, s'c' n'entrant point en exercice, la pression sur as, toujours égale au poids de abcs, revoit maintenant repartie uniformement sur tout as et serait moindre qu'auparavant sur une portion queleonque 22'. Or, dans ce dernier cas, rien ne serait change, se l'on ajoutait au fond les parties Aa, SS qu'on avait otées; donc ces parties ne souffrent pas de pression et la partie intermediaire supporte une pression uniforme, egale au poids de abcs, c'est-à-dire, egale à q-2r ou q-2r?

6.º On parvient au même résultat par la décomposition de la masse ABCS, en tranches élémentaires, verticales, telles que x 22'x'. Le fond du vase venant à céder, la partie X 2 5°C, regardee pour un moment comme non pesante, ne sera retenue qu'avec une force I' dirigée suivant SC, et conséquemment ne pourra elle-même retenir l'autre partie ABX2, qu'avec une force egale r' dirigée suivant 2x; ainsi cette partie ABX2 sera retenne par deux forces dirigeed respectivement suivant AB et 2x; mail elle ne peut être retenue suivant z x avec une force r', sans que, en vertu de la réaction, la partie contigue X2SC ne soit tirée suivant X %, avec une force égale 1°; a'où il suit que cette partie X 2 SC, à laquelle nous restituons son poids, sera tirée suivant Xh et retenue suivant SC avec des forces egales à r. Il en sera des deux parties ABx'2', x'2'SC comme des deux ABx2, x x SC, et, par conséquent, de la tranche élémentaire x x x'x', comme de la partie x 25°C; donc en nommant de p la pression sur la bate xx', on aura dp=dq, et en intégrant, p=q+A. La constante A se déterminera d'après la considération que p toit rul quand q=q', poids de la tranche extrême AB ou Sc, equivalent à r ou à r'; d'ou résulte p=q-2r ou p=q-2r'. 7. Remarquent d'abord que c'est par le moyen de la force intérieur r, que la force extérieure r'appliquée suivant SC, se transmet de proche en proche aux tranches élémentaires, et en

quantité igale à z' même, à r n'est pal moinéne que z'; mai luilenent à z', à r et moinéne; que z'. Fareille romanya dant le cal m'est panel 18, 30 clant inclinéel, les tennées maint parallèle à l'ime de cel patril.

thin to people in outer ait to figure it un triumple restrigle ABH, dant to site AH det cattail et que tou contributer uners une trimates illumentair vectable, X-25%; or morecacle bengustalet 20, 26° et la tailemement du 16° 6° toppelique un à chaumen det partiel BHO2, BHO4 dus fluide; citérailers, que le toum frest dur et site à l'adminence qu'un fertiment, tou HO et dus HO, de transmittent oppetitionent une pained B22, B24°; par la mayon éte la frese interne, largeties une moint sighé à la feur celleinaire à vir il dut type la transfer X25°; éten tière vinione X2 par la frese relative à HO. Ette compagne his qu'ille de la même catembre.

8. Dominal aufin an profil du vate la figure d'une transple quelonque. ABS d'Interchent de presionel que le fluida vacere un tel garril AB, AS, on tappo for forman automatique de factione de la faction

dernière AS, biset let monet que dant le fluide g: Vous rélevations d'abord la quolière, ou agardant ABS comme un tolede qui égrouou agardant ABS comme un tolede qui égrouou aut ture let plant inclinés AB, AS, let monet relétainces que le fluide susquafait.

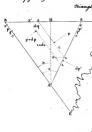
On personal delangeles le perid du parine m deux forest faithmet avec le valiable dels maples achtimes of channes de callet nie on deux neuvalles forest; le garmière, normals, la éconde passables à l'un dei plans AB, AS: l'indérêmination del anglet permethini d'épales le competante, passables à chaque, plan

aver la cibitana totalo, finant co name plan; en aurast outh deux equalitat ac meyon despublis en dominional col maglis de la valeure de la pressione charles. Otto mibble de est teid-parque à foire encouvir emunent l'organdeant les pressions meràndes, s'appeties par est plans 18,45; mos de ser plas simple de ramener le spléime à l'étetd'un angle blue.

Delignous par of le poils du prisme; par à or pur o

jque o

ijure g.



be anythe BAH, BAS; pace p, p be greatived normalists and plane AS, AB; pace p, b the appoint set featurewith new perhimet; pace p, c to whether a b'additionate two colorest plane; and pure x, x' the distributions statule turnant sets amount plane, she total status que x = \$p re. y - x' p re.

il y anna equilibre entic la forest p, p, q, z, z, gystequest, i. I'm vent, on centre de gravité du presime, purcouque la troune de leux comparantes horizontales et alls, de luxi compatantes verticales cient nulls chauser en particular, co qui donne.

 $p \cot \lambda - p'\cot \left(\theta - \lambda\right) + r \tan \left(\theta - \lambda\right) - r' \tan \lambda = 0,$   $p \sin \lambda + p' \sin \left(\theta - \lambda\right) + r \cot \left(\theta - \lambda\right) + r' \cot \lambda - q = 0.$ (1)

d'où d'on live on mateint pour  $\tau$  et  $\tau'$  level valence  $P = \frac{q[at(e-a) + kw(e-a)] - c - c'(at e + kwe)}{\sin \theta + k \cos \theta + k'(cot \theta - k \sin \theta)}$   $cot e - k - k \cos \theta + k'(cot \theta - k \sin \theta)$ (2)

p = q(ot in Limit) = ( c(ot o Limit))

10. Mondonant, pour soir signed a la fluidit du praim,
eleuropérir le ou tranches par des plant praollets à A Eon costà du principe (95%), chaque tranche élémentaire.

XXX' to a retornee dand le bord XX et treée dant le bord continuie XX, avec des fried respectivement proportionnelles à XXXX' et nous part à la schibinist au frettament internet du fluide, mais à l'adhannee et au frettement ner AB.

Ties à ambienant us restouse multimense XXX le necessité.

titut, applyment in pairme quelengue 522, la natidion presidenti et obtenut qui alest la pritt des l'Ament x224 de agrama par Aq; la pertinar de la coldión inc la batu 22, par 47 et Aq; la pertinar tur las facetux de statu 22, par 47 et Aq; la pertinar tur la facetux desse, par 4 par 47 (pa 4p) «6 a 46; me tota que las comportantes harigantelas et verticales des forest appliquées à l'Umant dont d'agos sons

tempedam i to the i to i

iet differentiellet det équatemé () et 3), cét-à-dèse, àposta-àpos((=)+(tàp+à) (m(e-a)-(tàp+à) en a e, -àp ma-àpos((=-a)-(tàp+à) en ((=-a)-(tàp+à) est +àq = e) dent l'indepentem reproduient de promière, chercane à une cont-

don't (integration reproduces to promises, chacune à une contitante pret mait qui tera nulle, parce que puo, quo, r'=0 simal!) co qui 1'explique comme au 96.6.

11.° Suppotent que le plan AB soit vertical ou qu'il étagithe du prisme AHS, nous aurons à =0, et les formules (2) devendent  $p=\frac{(q-c')(\omega t)-f\sin \theta}{\sin \theta +f\omega t)+f(\omega t)-f(\sin \theta)}, \quad p=\frac{q-c'-c(\omega t)-f\sin \theta}{\sin \theta +f(\omega t)-f(\cos \theta -f\sin \theta)}...(3)$ 

12° Si la chelion, l'adhécence et les frettements étaient muls ou que la fluidité fût parfaits, les exprettions (2) et (3), à canse de  $BS = AB \frac{m\theta}{cos(\theta-\delta)} = AS \frac{m\theta}{cos(\theta-\delta)}$  et  $de HS = AS \sin\theta = AH \tan \theta$ ; d'on  $q = \frac{1}{4}AH .AB \frac{\sin\theta}{cos(\theta-\delta)} = \frac{1}{8}AH .AS \frac{\sin\theta}{cos(\theta-\delta)}$  et  $q = \frac{1}{4}AH .AS \sin\theta = \frac{1}{4}AH .AS \sin\theta = \frac{1}{4}AH .AS \sin\theta$ , se reduiraient respectivement à

 $p=AB,\frac{1}{2}AH, \text{ of } p=AS,\frac{1}{2}AH,$ 

 $p' = AS \cdot \frac{1}{2}AH$ ;  $p' = AH \cdot \frac{1}{2}AH$ .

14. Hood powent actuellement determiner on général la nature de la courbe AS: nous avont dc=Jds, dc'=J'da, dq=  $\Delta \cos o$ . a dx of le triangle differentiel  $\pi a a'$  donne  $\cos (o-a)=\frac{dx \cos a}{ds}$ . In  $(o-a)=\frac{dx-da + max}{ds}$ ; on substituent est valeurs dans les la quations (a) et diminant  $\frac{dz'}{ds}$  nous trouverions l'ouprethon de dp. No ait nous y parviendrants bein plus temploment en substituant dans la differentielle de l'exprethon (2) de p, prise par rappost à c,c',q, les valeurs précédentes de dc, dc', sin (o-a), co' (o-a) or celles-ci.

 $\sin \theta = \frac{dx \cdot dx}{ds}$ ,  $\cos \theta = \frac{dx - dx \cdot \sin x}{ds}$ ,  $ds^2 = dx^2 + dx^2 - 2dx dx + \sin x$ 

figure 10

dermaid messes, que le triumque defleuntal  $\Omega$   $\Sigma$   $\Sigma'$ . Il y a plut jeté que comme un a entre les constructes ellequel X,  $\Sigma'$  of let constructes ellequel X,  $\Sigma'$  of let constructes ellequel X,  $\Sigma'$  of let constructes  $\Sigma'$  in  $\Delta'$  a  $\Sigma'$   $\Sigma'$  of  $\Sigma'$   $\Sigma'$  of  $\Sigma'$ 

 $p = \int \frac{y' + \Delta f}{t} \frac{1}{t} \frac{1}{t} \left[ \frac{y' \left( \frac{1}{t} + tong \lambda \right) + \Delta x \left( t - \frac{1}{t} tong \lambda \right)}{t} \right] m + \left[ \frac{y' + y'' - \left( y' \frac{1}{t} + \Delta x \right) tong \lambda}{t} \right] m^{2}} \frac{dx}{t} \dots (b)$ 

capretion dans laquelle on growns supposer l'origine on un point quelcouque de B5 et particulièrement on H .

The prediction for V to explained to a  $\Delta x_i$  be small time the massimum do a to greate of  $V\Delta x$  me; must on a  $VV\Delta x$ , we interpret for  $V\Delta V+\Delta V$  and  $V\Delta V+\Delta V$  and  $V\Delta V+\Delta V$  and  $V\Delta V+\Delta V$ , we interpret fore function; of silbourd, to V in fact, pour abelogue,  $I_i = \frac{\Delta V}{\Delta x}$ ,  $M = \frac{\Delta V}{\Delta x}$ , of vacabor  $\Delta V = I\Delta X + M\Delta m$ ,  $V = I\Delta V + M\Delta m$ , of passes queed for  $\Delta X = I\Delta X + M\Delta m$ , or since V is V in V

Vax + f(Lax de-Lat dx - Mam dx + Madra - Mm ddx); wints, on integrant occurs pass parties, on obtained pass the variation defaults,

(Y-Mm) x + M dx + f(Lax - dM) dx - f(Lax - mdM) dx = 0... (c)

(v-Mm) d'x+Mde+f(t-dx-dM) da-f(t-dx-mdM) dx=0...(c)
Or, 1º les turnes affichts du rigne f donnant l'un comme
l'autic

L dx - dH = 0;

cett deme l'équation de le course checkée; tublituant ou leur de 1. ce colour trèce de d'M. I. d. a. + M. d. m., en tecures l'équation équientente.

N-M TO = C .... (4)
2 La partir delarce du hope of fournit l'équation

dans l'équation (4) la constante C demeure nulle. Cla pote, ti l'on represente par P, Q, R et par A, B les coeficients de xa, dans le numéraleur et dans le dénominateur de V, abtraction faite du facteur constant cot à, qui s'efface, on verra facilement que les équations (4) et (5) reviennent aux desses  $(AR+BQ) m^2 + 2BP m - AP = 0 \dots (6)$  $(AR'+B2)m'^2+2\gamma'Bm'-\gamma'A=0...(7)$ dont les developpements, où l'on cerira t pour tang à , seront  $\left\{\left[f(\mathcal{J}f-\mathcal{J}'f)-(\mathcal{J}'+\Delta f'z)\right](r+t^{2})-(\mathcal{J}+\Delta fz)\left[ff't^{2}-(f+f')t+r\right]\right\}m^{2}-2(\mathcal{J}+\Delta fz)\left[(r-ff')t+f+f''\right]m+(\mathcal{J}+\Delta fz)\left[r-ff'-(f+f')t\right]=o\left(e\right)$  $\left\{ \gamma \left[ \gamma - f f' - (f + f') t \right] + \gamma' (\gamma + f^2) (\gamma + t^2) \right\} m'' + 2 \gamma \left[ (\gamma - f f') t + f' + f' \right] m' - \gamma \left[ \gamma - f f' - (f + f') t \right] = 0.$ 15. Il l'agit d'integrer l'equation (e); mais comme sa generalité rend set coefficients fort compliques, nous les restreindrons d'abord à l'hypothète à = 0, qui implifiera les calculs sans en changes le procédé. Alors elle deviendra  $\left[\gamma'+\gamma'-f(\gamma'f'-\gamma'f)+(f'+f')\Delta'a\right]m'+2(f'+f')(\gamma'+\Delta f'a)m-(\gamma-ff')(\gamma'+\Delta f'a)=0....(g)$  $\Delta z = -\frac{\left[\gamma + \gamma' - f(\gamma f' - \gamma' f)\right] m^2 + 2\gamma(f + f')}{m - \gamma(1 - f f')}$ (f+f')m2+2f(f+f')m-f(1-ff') expression dont le dénominateur résulte du numérateur par la substitution de  $\mathbf{f},\mathbf{f}'$  au lieu de  $\gamma,\gamma'$ ; en sorte que les racines de celuici egale à reio, étant  $-\gamma(\mathbf{f}+\mathbf{f}')\pm\sqrt{(\mathbf{1}+\mathbf{f}'^2)[\gamma^2(\mathbf{1}+\mathbf{f}'^2)+\gamma\gamma'(\mathbf{1}-\mathbf{f}\mathbf{f}')]}$  $\gamma + \gamma' - f(\gamma f' - \gamma' f)$ celles de l'autre, teroni  $-\mathbf{f} \pm \sqrt{\frac{\mathbf{f}(1+\mathbf{f}^*)}{\mathbf{f}+\mathbf{f}^*}}$ Would disignerons les premières par a, a'; les secondes par b, b'; la quantité  $\frac{y+y'-f(yf'-y'f)}{f+f'}$  par F et il viendra  $\Delta z = -F \frac{(m-a)(m-a)}{(m-b)(m-b)}$ D'ailleurs, l'equation  $\frac{dx}{dx} = m$  ou  $\Delta dx = \frac{\Delta dx}{m}$ , intégrée par parties, produit  $\Delta \mathbf{X} = C' + \frac{\Delta \mathbf{z}}{m} + \int \frac{\Delta \mathbf{z} \, dm}{m^2}$ 

 $\delta x'=0$ ; x''=0, A''=AH=h,  $\delta x''=0$ ,  $\delta x''=0$ , et par consequent V'-M'm'=0......(5)

c'est-à-dire, ce que devient b'équation (4) quand on y fait C=0 et A=A'=0,  $m=m'=\frac{dx'}{dx'}$ , d'où l'on conclut immédiatement que

 $\Delta x = C' + \frac{\Delta x}{m} - F \int \frac{m^4 - (a+a')m + aa'}{m^4(m-b)(m-b)} dm$  (4)

Four integral cells fraction nationsells, on be decomposed or fractions particled  $\frac{A}{m} + \frac{A}{m} + \frac{B}{m-b} + \frac{B'}{m-b}$  don't of one acts' d'evalues bet numerations; l'intégrale trae  $-\frac{A}{m} + A'l$ . m + Bl. (m - b) +

KL.(m-b'); on awa done  $\Delta x = C' + \frac{\Delta x - AF}{2} - F[A'L, m+BL.(m-b) + B'L.(m-b)].$  (13)

et en éliminant m entre les équations (g) et (13) on obtinde a celle de la courbe cheuhée.

16. Dans l'hypothèse prévents, let ravines de l'équations (£), he réduitent aux valeurs (8) et l'on a

m'= a, m'= a'....(4)

ditermination qui, comme on l'a va (16.44), rond la constainte C mille . Gunet à la constainte C', elle, sera déterminée d'aprièle la condition que la courbe passe par le point fuez A.

9.º On obtained la valeur maximum P de p, on tubititioant dant l'agrestier (5), au lan de Th. et de t. land valeurl siècle de l'équestier (?) et de celle de la courbe ; andust en prendan l'instignale mêtre de lamité!

18. Name avent tagget be joint A fine two law HA; tit wit till wasable no at acc, to mine you be pout 8, now HC, word without or bomblablement Xuo, Xxuo; Xxuo; deputation determined of fit decrease Muo; the Indiane.

BR"m"\_- AR" m"\_- (AR"-BP")=0 . . . . (h).

Factant induit: x = x" a g, x = x", m = m" dand (c), m auxant
une, seconde squattion onlice x", m", ot d'ilmination de vrx.

motive de dance, delevemencant ", pase contiguent du constanate
C', qui att derance on fruction de x" par d'équation de la

On tenuveral aint deux valeurs pour it, l'une négaition et étangaise à la question, l'autre proteire et à laquelle réproducat le missamme du maximeme de p, de vote quete maximum relatif, algund à 2-11. Et généalité tours lelaiseis dant let au particuleur que moré allons désuber.

ez" Manutinant, baggadout 2"m, f"m, à domenant quadanque, c'ils d'hypothèsis, admites dans la lhavie que noud avand agades. Id 'gualloul (0) et (2) dout la promière danour divible par le farteur 2"+ 8 ° 2, he rebluibur l'une er l'autre à colorie.

ti ce n'est que II y remplace. III, pour la teconde. Cette équacion appartient évidemment à la ligne droite et son intégrale qui est

 $\left[2-C'-x \text{ tang} \frac{1}{2}(\varphi-\lambda)\right]\left[2-C'+x \text{ cot } \frac{1}{2}(\varphi-\delta)\right]=0.....(16)$ engrime deux droites perpendiculaires entre-ches; la même équation donne

$$m = m' = toing \frac{1}{2} (\varphi - \lambda) \text{ of } m' = -\cot \frac{1}{2} (\varphi - \lambda) \dots (17)$$

$$\text{En effet, } -\frac{f + t}{1 - f t} \pm \sqrt{1 + \left(\frac{f + t}{1 - f t}\right)^{\frac{1}{2}}} = -\frac{\cot(\varphi - \lambda)}{\sin(\varphi - \lambda)} \pm \frac{1}{\sin(\varphi - \lambda)} = \dots$$

$$\frac{1 - \cos(\varphi - \lambda)}{\sin(\varphi - \lambda)} \frac{\partial^{-}}{\partial in} \frac{1 + \cos(\varphi - \lambda)}{\sin(\varphi - \lambda)} = toing \frac{1}{2} (\varphi - \lambda) \frac{\partial^{-}}{\partial in} \frac{1}{2} (\varphi - \lambda).$$

20. Det deux droitet données par l'équation (16) la seconde divide en deux parties égales, l'angle entre le plan AB et le talest que le fluide affecterait, si sa cohétion était destruite; elle soule satisfait à la question.

21.º Ces résultats, indépendants de la cohétion, demeurent par contequent les mêmes, loriqu'on fait en outre 1'=0, ce qui est le cas usuel de la pratique; mais si c'est à=0, qu'on suppose en outre, ou le plan AB vertical, ils deviencent

$$m^2 + 2 \int m^{-1} = 0 \dots (18)$$

$$(2-C'-x) tang \frac{1}{2} \varphi)(2-C'+x) cot \frac{1}{2} \varphi)=0...(19)$$
  
 $m'=tang \frac{1}{2} \varphi et m'=-cot \frac{1}{2} \varphi ....(20).$ 

I bundtile 2/2 of 2 2-0 l'expection (h

22° Dans l'hypothèse  $\gamma'=0$ , f=0,  $\lambda=0$ , l'expression (b) se réduit à

$$P = \int \frac{\gamma(1+m^2) + \Delta(f+m) x}{1-fm} dx;$$

or,  $m = -\cot \frac{1}{2}\varphi$ ,  $\lambda = h - x \cot \frac{1}{2}\varphi$ ;  $d'où dx = -d \lambda \tan \frac{1}{2}\varphi$ ,  $1 + m^2 = \frac{1}{2\sin \frac{1}{2}\varphi}$ ,  $f + m = -\frac{1}{2\sin \frac{1}{2}\varphi\cos \frac{1}{2}\varphi}$ ,  $1 - f m = \frac{1}{2\sin \frac{1}{2}\varphi}$ 

ainti, en substituant ces valeurs et intégrant entre les limités  $x=0,\ x=h$  , on obténdra

$$P = \frac{1}{2} \Delta h \left( h - \frac{4 \gamma'}{\Lambda \tan g \frac{1}{2} \varphi} \right) \tan g^2 \frac{1}{2} \varphi;$$

c'et la formule (d') du texte.

23°. En suppotant d'avance le point A, fixe sur l'axe H.A, nout avont eu immédiatement Z'=C'=h; mais s'il était regardé comme variable sur H.A, il faudrait employer l'équation seterminée (h), qui devient ici

$$\gamma(fm''_2-2m''-f)-(1+f^2)\Delta z''=0...(21)$$

or, de son côté, l'équation (15) devient

m" + 2 f m" - 1 = 0 . . . (22)
at reduct la precedente à - (1+f2)(2/m"+02")=0; d'où . .

 $\mathcal{X}'' = -\frac{2V}{\Lambda} m''$ , c'et-à-dice  $\mathcal{X}'' = -\frac{3}{\Lambda} tang' \frac{t}{2} \psi$ ,  $\mathcal{X}' = \frac{3V}{\Lambda} crt' \frac{t}{2} \psi$ . . . . (23)

par la substitution del valencé  $m'' = tang' \frac{t}{2} \psi$ ,  $m'' = -cot' \frac{t}{2} \psi$ 

tired de (22).

On his year sphead by patient indictamines, tills gree (b), downs mightenment to macamam on be minimum related to the bound of the birdy part for controlled, times you have controlled, times the part of the formation of the birdy part of the formation of the macamam of the minimum of the minimum of the minimum of the macaram of the minimum of the part of the formation of the formation of the great formation of the great formation of the great formation of the sphere of the formation of the sphere of the minimum of the sphere of the spher

26! Le net de J. 29! S. Le comparte det réductions parcelle à celle de U. 29; mail y aund en fair bijnarlement Jia, avent le comparte J. 26 Le comparte J. 2

25! Ilst principal dichtil au armeneneurs ile celte note, paraitier unfances de voichbeled bei de legenteles dats fluidet imperfeiët, et duffice preus determens eu généeab lat fluidet imperfeiët, et duffice preus disconnes eu généeab lat partier que cel fluidet concent deu les parail det valet qui let

continuent.

Conhaid a naid: reducedo la reative de la conshu 18, sant le así où armo, p. = o, E-o, s ansi pare la melhode gree de greenist analytes ent complayés prou resende est problemed de itypicamètes et de la bashyteritarione.

Faute du principe (%'7) il sort de la supposition f'=0, et lombre dans l'hypothète f'=f; d'ailleurs, comme il ne s'ots par apperçu que la constante C d'intégration et nulle, la nature de la courbe AS, lui a échappe. Le dans l'équation qu'el a obtenue, on fait  $B=0,\frac{1}{n}=f$ , dx=-dx, y=z, dz=mdx, ou h dans l'équation (e), on pote  $\lambda=0$ ,  $\beta=f'=0$ , f'=f, on trouve également

 $m^2 + 2fm - \frac{7 - f^2}{2} = o_j$ 

équation à la ligne droite.

26. Supposent que la tection AS de la plus grande pretion soit généralement rectilique, et subtatuons dans l'expression (2) de p, les valeurs  $c=\frac{\gamma_{R}}{\cos(\phi-a)}$ ,  $f=\cot\phi$ ,  $q=\frac{\Lambda R^{2}\sin\phi}{2\cot\delta\cos(\phi-\delta)}$ , nouho aurons

 $p = \frac{\Delta h^*}{2\cos \lambda} \sin \theta \sin(\varphi + \lambda - \theta) - y h \sin \varphi - c' \sin(\varphi - \theta) \cos(\theta - \lambda)}{\cos(\varphi - \theta) \cos(\theta - \lambda)} \cdot \dots \cdot (24)$ 

et en changeant les produits de tinus et cotinus en cotinus liné-aires; puis potant, pour abréger,  $\varphi+\lambda-2\theta=u$ .

 $p = \frac{\Delta \dot{h}^2}{2\cos \lambda} \cos u - c' \sin u - \left[ \frac{\Delta \dot{h}'}{2\cos \lambda} \cot (\varphi + \lambda) + 2\gamma \dot{h} \sin \varphi + c' \sin (\varphi - \lambda) \right] \cos u + f' \sin u + \cos (\varphi - \lambda) + f' \sin (\varphi - \lambda)$ (2)

Som abrigue encore davantage, représentint par A et B respetitionent, le terme du numérateur et clui du denominaleur, qui sont independants de la variable 0, et sans autre préparation, différencions par rapport à cette variable, nous trouverons sont de suite, pour la condition du maximum de p, l'équation (4).

 $\left(A+B \frac{\Delta \dot{h}^2}{2\omega\sigma\lambda} \sin u - \left(Af'-Bc'\right)\omega u + c' + \frac{\Delta \dot{h}^2}{2\omega\sigma\lambda} f'=0 \dots (26)$ 

dant laquelle tung 20 ne montivait à la verité qu'au tecond degré, mait dont le développement terait par teop compliqué.

On on conclut given general la valeur de 0, qui rend p un maximum, varie avec la hauteur h: pour connoître la hauteur h, sous laquelle la plus grande prethon et un minimum, il faut egales à rère le coefficient de en se servant de l'expression (24), on obtient tout de suite (4\*)

<sup>(</sup>a) let avoilier in calcul s'applique avec le même succès à l'emperium (4), de la moté I. sur lu pravie in time (Momerial de l'officier des Innie, 96.4, page 212) et inspase de estan-formations si prolices, par lesquelles l'aspessions est prépuele à la différenciation, qui ont tent-à-fait superfines et deviandaicus imperatiables and le ses présent.

<sup>(</sup>AA) Al foureaux differencies l'empression (th), par capport à Te et à 0 qui est une fourteur De Te, determinée par l'équation (26); mais en vertu de cette équations nouve, les seconde partie de la différentielle domit nulle.

$$h_{1} = \frac{y \sin \varphi \cos \lambda}{\Delta \sin \theta \sin (\varphi + \lambda - \theta)}$$
 (2)

From determiner la hauteu h' tout laquelle la plut grande prettion devient nulle, et suffet d'égaler à reis le numérateur de la même exprettion (24), ce qui donne,  $\frac{h \bar{h}^2}{touth} \sin no ton (9+a-0)-J'h' tim <math>\varphi$ -c'sim  $(\varphi-\theta) \cot (\theta-d)=0 \dots (28)$  des hauteurs cherchés et les valeurs de  $\theta$ , qui y répondent résultant de l'égaation (26) combinée succestivement avec l'une

et l'autre. équation (27) et (28). Le c'est nul sant que j'et soit, on a par l'équation (28)  $h'\!=\!2\,h_{_{\!\!4}}\ldots\ldots\ldots(29)$ 

il suit de là que dans ce cas la hauteux sons laquelle la plus grande prethion devient rulle est double de celle à laquelle répond le minimum de cette plus grande prethion. L'équation (28) revient à

 $\frac{\Lambda h^2}{2\cos \lambda}\cos u = A,$ 

comme on le voit par l'expression (25); substituent cette valeur de A dant l'équation (26), où les termes en c'doivent aussi être effacés, nous treuverns

in u (cos u + f' sin u + B) = 0;

Or, le seeme facteur et précisement le dénominateur de l'expection (25) dont le nunchaleur égale à rène a produit (28); c'est donc le premier facteur qui doit être employé à trouver l'angle 0' et la hauteur h' tout lesquels la plus grande pretien devient nulle; de sate qu'en a uniquement

$$\theta' = \frac{1}{2} (\varphi + \lambda) \cdot \dots \cdot (30)$$

of par la substitution dans (29)

$$\vec{h} = \frac{2 \gamma' \sin \varphi \cos \lambda}{\Delta \sin^2 \frac{1}{2} (\varphi + \lambda)} \dots (31)$$

quantité dont la moitié sera la hauteur relative ou minimum de la plus grande pression.

Lordque of est nul en même temps que c', l'équation (36)

$$\frac{\Delta h^2}{2\cos \lambda} \left\{ \left[ \cos (\varphi + \lambda) + B \right] \sin u - f' \cos (\varphi + \lambda) \cot u + f' \right\} = 0,$$

et la valeur de 0, qui rend p un maximum est indépendante de h; l'anéantitéement de ce maximum donne récypoquement h'=0,

independamment de 8. On voit done que dans ce cas non plus que dans le précédent l'équation (26) ne l'abaitle neillement;

ce qui empeche de let appliquer à la pratique.

If on the autrement dans l'hypthèse c'=0, f'=0, que J' soit nul ou non: l'équation (26) se reduit à

sin u = 0,

ot quel que soit h, reproduit la valeux (30) pour l'angle du prisme de la plus grande preshion P, dont ou trouve alors cette expression,

$$P = \frac{\Delta h \left(h - h\right) \sin^{\frac{2}{2}} \left(\varphi + \lambda\right)}{2 \cot \lambda \cot^{\frac{2}{2}} \left(\varphi - \lambda\right)} . \tag{32}$$

dans laquelle  $\hat{h}'$  représente la valeur (31), qui ob-celle de la hautiur à laquelle répond P=0; enfin, le minimum  $P_1$  de P prend la valeur,

$$P_{1} = -\frac{g' \dot{h}' tin \varphi}{4 \cos^{2} \frac{1}{2} (\varphi - \lambda)} \cdot \cdot \cdot \cdot (33)$$

qui est estentiellement negative.

Maintenant, si l'on observe, d'une paet, que le frottement £' des terres contre la mazonnerie et leur adhérence c'avec elle, sont beaucoup moindres que le frottement et la cohésion £, c des leurs elles-mêmes: d'autre part, que les forces £', c' tendent non seulement à retenir les torres sur le plan de rupture, quel qu'il soit, mais enence à augmenter le moment du mun par rapport à l'arête extérieure de la base, on ne fora pas difficulté d'admettre que l'hypothère c'=0, £'=0, tout à la foit favorable à la simplicité du calcul et avantageuse à la stabilité du revêtement, mérite la préférence dans la théorie comme dans la pratique.

## III. Turle N°. 16.

Mor de Promy (Pecherches sur la poutsée des terres, 1802) a askigne à l'intégrale (f.), (16°, 16), les limites h'et h, qui sont incontestablement les veritables (Note I, 16°, 3); judque la il avait puis à l'exemple de Coulomb, les limités 0 et h, dont la première et évidemment fautse; car les térres ne teraient pas moins soutenues, quand bron même on supprimerait du plan M. B, soute la partie qui répond à la hauteur h'. No Navier, dans son nouvel ourrage (Application de la Mécanique à l'élablément des Constructions et des Machines) admet aussi les limités 0 et h; et il en donne pour roison que, quoique la somme des pressions sur l'étendue du plan, relative à h', se réduise à zéro, néanmoins la somme des moments de ces pressions peut n'être pas nulle.

Biturtion Des principaux talus et rections qu'on pent considérer sand les terres.

La pression du prisme ABS déterminé par le plan sécunt AS, a des valeurs différentes, selon la situation du plan et la direction suivant laquelle la pression et estimee; réciproquement, le plan AS à des situations différentes, selon la direction et la valeur qu'on attribue à la pression du prisme déterminé par ce plan.

No canmoins, la situation du plan AS est indépendenté de la direction suivant loquelle la pression est estimée, lorsque cette pression doit être nulles; can l'équation (8), lorsqu'on y fait N=0, se réduit à

q cor  $(\theta - \delta) = fq$  tin  $(\theta - \delta) + c$ , quel que soit  $\beta$ , et exprime alors que le prisme et en équilibre de lui-même sur le plan incliné AS; d'où il suit que la

pression est mulle dans toute direction.

Outro la prettion perpendiculaire au talus catéricur des terres, on peut contideres entre autres, la prettion parallele à une section quelconque AS, et détermines l'angle 0 de cette section, sous lequel la prettion ainsi estimée devient nulle: faitons  $\beta=0$  et substituons pour e,f,q, leurs valeurs dans l'équation (18), il viendra

$$P' = \frac{\int \hat{h} \left[ \hat{h} \sin \theta \sin (\varphi + \lambda - \theta) - \hat{h}' \sin^{\frac{1}{2}} (\varphi + \lambda) \right]}{\text{2 sin } \varphi \cot \lambda \cot (\theta - \lambda)} \cdot \cdot \cdot \cdot (9)$$

egalant cette capacition à rero et potant  $\frac{h'}{h}=m$  , nous aurons sin  $\theta$  hin  $(\theta+h-\theta)-m\sin^2\frac{1}{2}(\theta+h)=0$  . . . . . . . (10)

Lette équation, indépendante de la direction attribuée à la pression, étant symétrique par rapport à  $\varphi$  et  $\varphi+\lambda-\theta$ , ou par rapport à  $\varphi$  et  $\delta$ , il s'en suit que les deux premieres quantités et pareellement les deux autres seront racines d'une même équation. Si, par exemple, on développe sin  $(\overline{\varphi+\delta}-\theta)$  et que lon fathe, pour abelger, cos  $(\varphi+\delta)-m$  sin  $\frac{d}{2}(\varphi+\delta)=A$ , on touvera

tang 
$$\theta - \frac{\sin(\varphi + \lambda)}{A} \tan \varphi + \frac{\sin \frac{1}{2}(\varphi + \lambda)}{A} = 0;$$

résultat analogue à celui auguel Me. de Prony est parvenu, pour le cus particulier de 2=0 et en estimant la pression perpendiculairement au plan AB (No canique philosophique, 16°359).

Désignons par o'et o' les deux valeurs de 0, les coefficients de l'équation donneront immédiatement la relation,

ce qui provue que les deux sections correspondantes, font des angles égaux avec celle de la plus grande pression, estimée perpendiculairement au plan AB et en même temps, indique l'existence d'un maximum de la pression, estimée dans tel sons qu'on voudra:

Changeons done dans l'équation (10), le produit de sinul on cotinul linéaires, nous obtiendrons,

$$lin\left(\theta - \frac{\varphi + \lambda}{2}\right) = \pm lin \frac{\varphi + \lambda}{2} - \sqrt{1 - m}$$
;

les valeurs de  $\theta$  sont imaginaires, quand m>1; égales entre elles et à  $\frac{Q+\Delta}{2}$ , quand m=1; l'une  $\theta'>\frac{Q+\Delta}{2}$ , l'autre  $\theta''>\frac{Q+\Delta}{2}$ , quand m<1; l'une nulle et l'autre égales à  $Q+\Delta$ , si m=0 ou  $h_1=0$ , cas des terres sans cohésions; enfin toutes deux nulles, si  $\Delta=-Q$ .

Otimbe, let touch stant coupéel sons un angle à, il cuitte deux sections pour chacune desquelles la pretiene parallèle à celle section ets nulles. Maintenant si l'on conjacit celo momes terres, sons l'un des angles 0,0,0, il cuitterait deux nouvelles sections du même genre et ainsi de suite, les deux dernières sections se confondant avec le talus naturel des terres privées de la cohésion. Il y a plus, c'ets que l'angle primitif à, peut être regardé comme l'ance des valeurs 0,0 "répondant à une coupe des terres, sous un certain angle X, qu'on trouverait par l'équation (10), en y exevant X au lieu de à et à au lieu de 0. Il son faut donc sien que la section dont il s'aget, soit, comme l'ont ponsé Mª de Prony et Voavier, le talus naturel des terres coherentes.

On peut contidérer la section de la p.g. pretten parallèle à cette section, et déterminer, en général, tant l'angle t de la section que la valeur P de la plus grande pretten et, en particulier: l'angle t', amb que la hauteur h', sous lesquels cette plus grande pretten devient mille. La valeur t en tant qu'elle répond au maximum de la prettion est compribe entre les deux valeurs ci-dettus  $\theta'$ ,  $\theta''$  qui répondent à la prettion nulle et quoignéelle soit unique, dépend d'une équation du 3° degré, laquelle est satisfaite par  $t=t'=\frac{1}{4}(4+2)$  et  $h=\bar{h}'$ .

S'expression (9) de la pression parallele à la section, lorsqu'on y remplace.  $\frac{L}{h}$  par m et  $\theta$  par  $\frac{1}{L}(\theta + \delta)$ , devient

# $\frac{\int h^{2}(1-m)\sin^{2}\frac{1}{2}(\varphi+\lambda)}{2\sin\varphi\cos\lambda\cos\frac{1}{2}(\varphi-\lambda)},$

fraction don't le dénominateur et ettentiellement potitif. De la et de ce que  $\frac{1}{2}(\varphi + \lambda) = \frac{1}{2}(\theta' + \theta'')$ , on conclut que 1º ti l'on a m < 1, ou ti la pretion est réductible à zero par deux valeurs 0,0" de 0, elle demeure positive dans l'intervalle de ces valeures et devient negative au-delà; ce qui tignific qu'alors le prisme ne peut de lui-même surmonter le frottement et la cohestion, et devrait, par cet effet, être tire par une force équivalente à la pression, abstraction faite du signe; dans a cat, it exists done reclement un maximum; 2° is m=1, ou ti la prettion n'est réductible à riero, que par une seule valeur de 0, la prettion correspondante à cette valeur est en même temps un maximum, puisque pour toute autre voileur de 0, la prettion devient negative; 3. 1i l'on a m > 1, ou si la pression n'est pas réductible à riero, elle n'est-port non plut susceptible de maximum. Done, t désignant la valeur de 8, à laquelle répond le maximum de p', et 8' la plut grande des deux valeurs qui rendent p'nulle, on aura en général  $t < \theta', t > \theta''$ .

$$tang^3(t-d) + \left[1 + \frac{cot(\varphi-d)}{B}\right] tang(t-d) - \frac{sin(\varphi-d)}{B} = 0$$

équation qui n'a gu'une racine réelle, laquelle est positive, nulle ou négative, selon qu'on a  $d<\varphi$ ,  $d=\varphi$ ,  $d>\varphi$ . Elle se vérifie par  $t=t'=\frac{Q+\Delta}{2}$  or h=h'ou m=1; d'où

$$B = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cot (\varphi - \lambda),$$

valeurs qui substituées dans (10) l'admostient uniquement l'une l'autre et ramonent à la formule (C).

On conclut de là , que l'angle t de la section de la plus grande prothin parallelo à cette section, varie avec la houteur h, qu'i est généralement moindre que  $\theta'$  la plus grande des deux valeurs  $\theta'$ 0 o  $\theta'$ 0, et devient  $\frac{\theta+\Delta}{2}$ , losque h=h'1, ouquel cas cette plus grande pretsion s'anécantit.

Most is i. In change, and trapestion to  $p_i'$  be product to hard on which business of (g+3-2t) on  $t-2\sin(t-\frac{g+3}{2})$ , get if  $(g+\frac{g+3}{2})$ ,  $g=t-\frac{g+2}{2}$ , we find  $(g+\frac{g+3}{2})$ ,  $g=t-\frac{g+2}{2}$ , or g=t in the space t in (g+1), (

2 time 2 cos 2 + (tim 2 2 - C) tange (t-2) = 0,

put, your le developpement de tong (t-a) = tang(t-b-a), à une aquation complette du  $5^{\circ}$  degré en tong a, don't le dernier tonne tone

C tany

On put towns decement his values particularle of the to be as to the hyper ledgallot to plus genetic position i ananott in oright, legenthin to be a least be be formed by to contain the many town R. In contain the many town R. H. - NAR R. or, made an invalidation at manimum ways town R. H. - NAR R. or, and I ancientificated being made many superties. N. or, squadius qui ridual be presidented in A. N. or par configurate, but valued absorbed boat distributions from lets described with distribution.

 $N = \delta h \left[ h + \sin \theta + \sin (\varphi + \lambda - \theta) - h' + \sin^{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} (\varphi + \lambda) \right] = 0,$   $\frac{dN}{d\theta} = \delta h^{\frac{1}{2}} \sin (\varphi + \lambda - 2\theta) = 0, \qquad (41)$ 

d'ai l'on

= + (+++), h=h'.

ce qui et l'équation (b) du 96: 10.

Il cor outh means de recommation in l'on a ou nour en et (4+2), quel que bet Th.; case, prosèque cette valence de la differt indépendament de la d'A me a trava à l'ame, elle rec vértifiera l'oppations de macament, qu'elle célesté dipà à d'A me, qu'entant qu'elle detétique de même à cette desnice; co, ou es

dR = -2 vin  $\phi$  cot à vin  $(\phi - a)$ ,
répullet qui ne l'avançait print par la subtiliation de la valeur  $\frac{1}{4}(\phi + a)$ . On conclut de la que l'augh t de la rection de la

plut grande pretion parallile à cette tection, varie, comme nout l'avont dija dit, avec la hauteur to et me devient ! (4+1) que to h=h', auquel cat cette plut grande pretion s'aniantet. . En fortant d'avance h'=0, dans les équations (11), ce qui or be cal d'une ture sant whitien, on a également out (0+1), puid time & (+ 2) =0; d'où 2 = - 4, independamment de h; c'ob l'angle du talut naturel des terres sant cohétion.

Dans l'equation (e), qui donne immédiatement Ti borque 2 ch connu, cirwond h autien de h', m' autien de h ot - 2 aulien de à, nous aurons d'abord 1-cos quos 2-tin q tim 2= m' cot à (1-cot à); d'où on préant a=m'+(1-m') cot  $\varphi$ , nouls

tanged -  $\frac{2a \sin \varphi}{\cos^2 \varphi}$  tanged +  $\frac{1-a^2}{\cos^2 \varphi} = 0$ 

tanged = a sin + Va - wo o

Dr, m' che Muntielloment portif et de même à , qui pout se melle tout la forme In' (1-cd 4) + cot 4. On a auti 12 (1-cot 2) 70 d'où m'(1-cot 4)+cot 4>cot 4, ou 2 > cot 4; done les deux rais net tout reellet; mail, he tend cat proper à la question ett m'21 ou 1-m'>0; delà of de 1 > col 4, on déduit 1-m'>(1-m') est ou 1 > a2; done les deux racines sont de même signe et toutes deux politices, puisque a est politif. Soient maintenant q'la plus petite et 4° la plus grande des deux, je dis qu'on auxa 

a  $im \varphi + \sqrt{a^2 - cot^2 \varphi} > tang \varphi$ , inegalited qui revouncest à colles-ci a tim q+ Va - cot of L tim q cot q, a tim q+ Va - cot of > tim p cot q, on the  $\varphi\sqrt{a}$  -  $\cos\varphi$  <  $\sqrt{a}$  +  $\cos\varphi$  , the  $\sqrt{a}$  -  $i\omega\varphi$  >  $-\sqrt{a}$  +  $i\omega\varphi$  ,

lequelled tout indented. Ladgue m'= 1, del deux racinel l'une tang q' che nulle, l'autre tang  $\varphi' = \frac{3}{44}$  tang  $\varphi$ , plut grande que tang  $\varphi$ .

Lorique m'=0, ou h, =0, cas des terres privies de leur cohétion, on a q'= q"= p, quel que tot h.

Il tuit de la, que la quettion de trouver le tales nortures des terres coherentes, n'el tubuptible, pour une hauteur donnée h. que de la teule solution o, puisque la valeur o", qui est l'autre relution de l'équation, surpatte 4, et que l'angle correspondant t'a 9-40 trait negatif, on que la betion pour laquelle la plut grande pretrion parallele à cette tection, et réduite à nero,

tomberait dans le vide, c'est-à-dire, en dehers de la matte des

Le rébultat e/L e bignifie que le talub naturel det terreb et plub ou moint roide, belon qu'elles sont ou ne bont pab coheren

En returnant, to det terres sont conpiet soul un angle 2 et sur une hauteur 1: 1. I mitte une tection de la plus grande prettion, parallele à cette tection, dont l'angle t'est comprise withe 0'et 0"; 2. I'me det quantilet d et Is demeurant la même, il existe une valeur h' ou - φ' de l'autre, pour laquelbe cette plus grande pretion dovent nulle, et alors l'angle de la testion at  $\frac{g-g'}{2}$ , le même que celui de la tection de la plut grande prethon perpendiculaire à la face extérieure AB . Done , let terret to truttendront d'ellet - momet , ti ayant une hauteur to, ellet sont congrest sout l'angle de leur talus naturel, relately a cotte hauteur, on to étant congres souls un angle à, elles ont la hauteur pour laquelle cet angle est celui de leur talus naturel, auxquels cas, on a 2 = -4' of h=h'ou m=1; car, alors let deux valeurs 0',0" to reduisout à la seule 4-4 et l'angle t de la section de la pluse grande pretion, parallèle à cette tection, prend auti la valeur 20; d'ailleurs, cette plut grande pretion devient nulle, puit que la substitution de h'à h, de - p'à 2 et de 4-4'à 0 dant l'exprettion de p', rend le reunirateur nul tant que le denominateur sevanouite. Dans cet état, les tirres tendront à to rompre tuisant la tection même dont l'angle est 2-9', unitque le poids du pritme supérieur y sois on équilibre avec le frottement et la cohision. Il tera donc nécettaire de créer encore ici un moment de Kabilité.

Il reliable unità de la dissussioni reclebante que le del tenei debett d'un une hauteur le julid gande que le jethem le dissusse de la dissus

off  $\frac{1}{2}(\varphi-\delta)$ ; we n'est past seulement non plus le prisme de la poutée abbelue, dequel obt terminé à la section dont l'angle obt  $t-\delta > \frac{1}{2}(\varphi-\delta)$ ; mais c'est tout le prisme qui s'étend jusqu'au talus naturel dont l'angle est  $\varphi'>t-\delta$ .

San exemple, dans le cas des terres coherentes, si l'on suppose  $\lambda=\phi$ , la section de la plus grande pression relative et celle de la poutsée absolue, se confordent on un seul plan qui est vertical, et les valeurs de sin (0'- $\phi$ ), sin (0'- $\phi$ ) se rédustent à  $\pm$  sin  $\phi\sqrt{1-m}$ ; or, il est evident que l'éboulement ne s'arrêtra pas à ce plan vertical et qu'il s'étendra de l'autre côté, jusqu'à la section qui fait avec sui l'angle  $\phi$ !

Par exemple oneore, dans le cas des terres meubles on sans cohésion sensible, l'angle de la section de la plus grande pression relative est toujours  $\frac{1}{4}(\varphi-a)$ ; celui de la section de la poutsée absolue est plus grand que  $\frac{1}{4}(\varphi-a)$ , mais moindre que  $\varphi'$  et l'on a  $\varphi'=\varphi$ ; or, il est bien clair que l'éborlement se portora jusqu'à cette donnière limite.

Il est donc certain que le prisme d'éboulement et celui de la poussée sont tout différents, et c'est une erreur manifeste que de les avoir confondus, comme quelques Ocuteurs s'ent fait, dans la théorie, sur-tout dans les capériences entreprises pour la vérifier.

# V. Sur le nº 29.

Xxypothèse du Glissement.

1.º Nous conserverons les mêmes notations, si ce n'est que nous désignerons par x' l'épositieur du revêtement dans l'hypothère de la translation, et relativement à la majonnerie, par L'le rapport du frottement à la pretion, enfin par V'la cohétion sur l'unité de surface.

D'aberd, la composante horizontale de la pretione p d'un pritme queleonque est p coro, tandis que le frottement dù à la composante acticale est f p sin à et il est clair qu'ici l'angle 6 du prisme doit être déterminé par la condition que l'oxès de la première force sur la seconde soit un maximum; mais est exercis exprimé par

p (cot a - f'sin d)

devient un maximum en même temps que p lui-nême; ainsi, dans l'hypothèse actuelle, c'est encore la plus grande pression.

P, que l'on a à considerer.

Cla pole, le frottement sur la base AF, personant du poids du trapose ABEF est

 $f'S'H[x'-\frac{1}{2}H(tangs+tang E)]...(n)$ 

ot la cohétion du trapèze sur cette même bate a pour moture J'x;

Or, la condition de l'équilibre antitte en ce que la première quantité dans laquelle p doit être romplacé par la valeur (d) de P, viet égale à la tommer det dans antist, ce qui dromae « PLL DE SOUTHER DE SOUTHER L'ANDE L'AN

 $\frac{1}{2} \int h(h-h) x^2 \cos h(\cot h-1^2 \sin h) = \int \int H[x-\frac{1}{2}H(\tan g) + \tan g) d /\pi d$ I'm l'on lie

 $\times = \frac{\delta r^4 h (h-h) (r-h') (ung \lambda) cot^2 \lambda + \delta' f' H^4 (tang \lambda + tang E)}{2 (\delta' f' H + f')} ,$ 

values ginerale de l'igastieux de revilement dans l'hypothèse du platiment et cu égard à la colations de la macomocier mont leur qu'i celle des l'exect. Mais d'une part le teres avec leignebles let recite avec leignebles de recitement inst remblaged, out produc commen mont l'avour déjà dit, tinte laux colaisons, d'auteir part, les macomornes v'asquest les cionnes qu'à les longue; il environt dorse de nér-gliger l'une et la cionnes qu'à les longue; il environt dorse de nér-gliger l'une et l'auteir résistance on de foire 5° ma, 4 ma était de la comme de foire 5° ma, 4 ma était nivellement.

 $\mathbf{X}' = \mathbf{H} \left[ \frac{1}{2} \operatorname{dang} \left( \mathbf{x}' - \mathbf{n} \mathbf{r}^3 \frac{\hat{\mathbf{h}}}{\mathbf{H}^2} \operatorname{cof}^3 \mathbf{x} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\mathbf{f}'} \cdot \mathbf{n} \mathbf{r}^3 \frac{\hat{\mathbf{h}}^2}{\mathbf{H}^4} \operatorname{cof}^3 \mathbf{x} + \operatorname{lang} \mathbf{\varepsilon} \right) \right] \dots (\mathbf{r}).$ 

8: Monationant, il der manifetti, que preur randese he escilitment capables de réditio à la positife del terret y l'aut lui decuner une ignificare nu moint ejale à la plut grande del deux valeur à analoqued (0) et (0) de X et de X; en torte que si dans tart de cet que presente la partique, la dominer de cet valeurs deil monaties que las pranière, con pouvaist sin ténir à las incle degrethies de la vertain.

Comme let deux, agrections (0) et (1) ent le manes premier terme, et suffess de composer le radició de l'une une le tecmiditate de l'autre, et l'en crea autoride à neglique la considera term du glitement, pouveu que dans la peadique est ait tripeal

 $\sqrt{\frac{1}{4}} \operatorname{cong}^{2} \lambda \left(-n \operatorname{Tr}^{2} \frac{\int_{1}^{1}}{H^{2}} \operatorname{cor}^{2} \lambda\right)^{2} + \frac{1}{3} \operatorname{Tr}^{2} \frac{\int_{1}^{3}}{H^{2}} - \frac{7}{3} \left(\operatorname{Cong}^{2} \partial - \operatorname{Cong}^{2} \partial - \operatorname{Cong}^{2} \partial \right) > \frac{r}{2} \left(\frac{r}{4^{2}} \operatorname{Tr}^{2} \frac{\int_{1}^{3}}{H^{2}} \operatorname{cor}^{2} \partial + \operatorname{Iding}^{2} \partial \right). \quad (2)$ 

Eq. d'ribulté des expériences de Mo. Boutland (brailé de la contraction des ports, pas brailées, ême 1, page 346) que la contraction de ports, pas brailées, ême 1, page 346, que la contens de L'est au mond a 1,5; d'inbland en a ghéralaisead dans la paralique  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}, n c_{n}^{2}$  et, à dans  $p^{n} < \frac{1}{2}$ ; aux lathès

nature) deb terret dont la cohébiero et detruite, n'est pas moindre que 30° et son complement 4° ne suspesse pas 70°, donc tang  $\frac{1}{2}$   $\varphi$  ch moindre que  $\frac{1}{2}$  qui est la tangente de 35° 15' 50°.

Cla pobl, nous distinguerons deux cas, selon que le parement intérieur est vertical on incliné:

Dans le premier cas, c'est-à-dire, lorsque 2=0, l'inégalité devient

$$\begin{split} &\frac{\text{1}}{3}(nr^2\frac{\hat{\mathbf{h}}^3}{H^3} + tang^2\mathcal{E}) > \frac{\text{1}}{4}(\frac{\text{1}}{\hat{\mathbf{f}}'}nr^2\frac{\hat{\mathbf{h}}^4}{H^4} + tang\,\mathcal{E})^2;\\ &\text{d'où b'on tive}\\ &\frac{\text{1}}{3}\frac{\hat{\mathbf{f}}'\hat{\mathbf{h}}}{H} - \frac{\text{1}}{2}\frac{nr^2}{\hat{\mathbf{f}}'}\frac{\hat{\mathbf{h}}^4}{H^4} > tang\,\mathcal{E} - \frac{\text{1}}{6}\frac{\hat{\mathbf{f}}'}{nr^4}\frac{\hat{\mathbf{h}}^4}{\hat{\mathbf{h}}^4}tang^4\mathcal{E}, \end{split}$$

ot, on substitution and lieu de  $f'_1$ ,  $\frac{1}{H}$ ,  $n \in \mathbb{R}^2$ , leard limited numériquelo,  $\frac{4}{+} > \tan g \in -\frac{1}{6} \tan g^2 \in ,$ 

condition qui ett tatisfaite non teulement pau  $\varepsilon = 0$ ; mail encere par toute valeur de tang  $\varepsilon$  qui ne surpatie pai  $\frac{\varepsilon}{4}$ ; d'où l'on conclut que l'hypothèse du glittement peut être négligée dans le cat où le parement intérieux étant vertical, le parement extricur. l'est autit ou a un talut dont la bate n'excède point le quart de la houteur, ce qui comprend tout les talut utités.

Dans le second cas, savoir: quand le parement intérieur est incliné, la conclution subsiste encore; mais pour s'en atsure, il est plus simple de calculer immediatement par les formules (0) et (7), les valeurs de x et de x', entre les similés de la practique, comme on l'a fait dans le Mémorial de l'Officier du Genie (76.4, page 186), que de contridère l'inégalité gonérale (12) dont la discussion se complique beoucoup, à raison des valeurs de la quantilé x on  $\frac{\sin \frac{1}{4}(p+a)}{\cos 2\pi \cos \frac{1}{4}(p-a)}$ .

Soient done tang  $\lambda=\pm\frac{1}{4}$ , limite qu'en ne dépathe pai dant la practique, et altérnativement  $\varphi=30^\circ$ ,  $\varphi=45^\circ$ ,  $\varphi=60^\circ$ , valeurs qui répondent, la première aux terres fortes pour lesquelles on suppose  $\pi=\frac{5}{6}$  et les deux autres aux terres légères et moyennes pour lesquelles on prend  $\pi=\frac{5}{6}$ . Cet rapports  $\frac{5}{6}$  et  $\frac{2}{6}$  s'ont un peu freés relativement aux terres des qualités extrêmes, mais la conclusion n'en sera que plus certaines.

Cableau.

Congress de l'angle du		Eparteur du revêtement on millieure de sa hauteur H .						
12 des avec la	unticale.	φ=30°,	$n = \frac{5}{6}$	Q=45°,	$n = \frac{L}{3}$	q=60°,	n= 3	
tang à	tang &	x	. x'	x	X'	X.	X.	
+ ‡	+	479	396	539	462	630	598	
+ ± - ±	*	452 72	271 33	187	337	613 364	284	
- ‡	0	8	nigative	150	négative	340	159	

La comparadore det deux geneel de révallat montre que dans trats l'étendans de limitet de 2,6,4 et 1, qui visembriver la presique, l'Aggrébèle du glimment donne de mondret spailteux que l'hygolobèle de la retation; i "n' è s'en dust que celle dumine suffit au calcul del domentions del resilements.

It he destale, if with past deast compile go 'un more de reinble models table on glittlend', model on short commerces que e letla models table da moure de de se fondataire qui ne glitte don uncle asplace et nou past la majernessió des elle-mêmos; une parein de asplace et nou past la majernessió des elle mêmos; une pacie de asplace de models de fondation.

### VI. Après Nº 32.

leansformation des profils de

1.º On a ou que le moment m'd'un profil quelconque ABEF de revêtement, par support à l'arêle celérieux F, est-

 $m' = \frac{1}{2} H \left[ \left( \mathbf{X} - \frac{1}{2} H \tan g \lambda \right)^2 + \frac{1}{8} H^4 \left( \frac{1}{4} \tan g \lambda - \tan g \lambda \right) \right] ,$ 

et que la surface 5' de ce profil à pour exprethon

 $5' \approx H(x - \frac{1}{2} H \tan g) - \frac{1}{4} H \tan g \in C$ .

Since  $m \in S$  be valeure de ces quantités, quand x = b et c = a.

 $m = \frac{4}{3} H \left[ \left( b - \frac{4}{3} H \tan q \cdot a \right)^2 + \frac{4}{3} H^2 \left( \frac{4}{4} \tan q^2 A - \tan q^2 e \right) \right]$ 

$$S = H\left(b - \frac{1}{2} H \log a - \frac{1}{2} H \log e\right) \dots (e)$$

Cele, poh,  $\dot{n}$ , H,  $\beta$ , e,  $\dot{a}$ ,  $\dot{e}$  itant domaid, on vest que la promia, profil ai la mame étabella que le trevné, il n'y a qu'à égalor m  $\dot{a}$ . m, ce que dorone

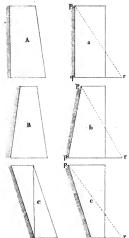
 $X = \frac{1}{2} H \tan g A = \sqrt{\left[\left(B - \frac{1}{2} H \tan g A\right)^2 + \frac{1}{3} H^4 \left(\tan g^2 C - \tan g^4 C\right)\right]} \dots$  (8)

 $5 = H \sqrt{\left[\left(b - \frac{i}{4}H \tan q^{A}\right)^{2} + \frac{i}{3}H^{2}(\tan q^{2}e - \tan q^{2}e)\right] - \frac{i}{4}H^{2}(\cos q^{2}e - 1)}$ 

On peut donc au moyen de la formule (5) teunsformer un profil donné en un autre d'une stabilité équivalente et dont le talus catérieur soit différent. Mais il ets estentiel d'observer que cette formule suppose le même talus intérieur pour les deux profils; autrement, la poutée changerait de l'un à l'autre et alers il faudrait déduire directement de la formule (0), où l'au-gle à de ce talus aura telle valeur qu'on voudra, la base x du nouveau profil.

See la forme la plus avantagense des profils de Prevetement.

figure 11.



2.º La question qu'on vient de résondre sait naître celle-ci, qui a une tiel-grande importance dans la pratique: parmi les diverses formes qu'on peut donner an profit d'un resètement et qui se réduisont ana six A,B,C, a,b,c, quelle est la plus avantagense principalement sous le rapport de l'économie, c'et-à-dire, quelle est celle d'où réselle, à égale stabilité,

la moindre surface ou profit?

Lette recherche dont Mb. Mayniel s'ot occupé, se simplifie pae la solution de la question précidente; supposons e=0, dans le profit transformé et is le même dans les deux; les fromules (8), (5) et (6) deviendront  $x-\frac{1}{4}$  H  $\tan y$   $\Rightarrow \sqrt{(b-\frac{1}{4}H \tan y^2)^2}+\frac{1}{3}H^3\tan y^2$   $\Rightarrow \sqrt{(7)}$ 

$$S=H(\overline{b}-\frac{1}{2}H \tan gd)....(8)$$

$$S'=HV/(b-\frac{1}{2}H \tan gs)^2+\frac{1}{3}H^4 \tan g^2e]-\frac{1}{2}H^4 \tan g'e...(9).$$
Or, la condition  $S \leq S$ , qui revient à

tang 
$$\epsilon < 12 \frac{b - \frac{1}{2}H \log d}{H}$$
 (10)

cht generalement hatilfoite dans la pratique; car on a tinjourd tang à  $<\frac{1}{4}$  et  $\frac{1}{H}>\frac{1}{7}$ ; d'où tang  $\epsilon<\frac{3}{14}$ .

Slinds les profils A, B, C renferment respectivement moins de surface que leurs analogues a, b, c fle plus avantageux de tout, se trouve done dans les trois premiers qu'il suffice par conséquent de comparer entre

eux; nous feront cette comparcison d'après des exemples numériques, la formule (0) ne se prétant point à une discussion entermes généraur, à cause de la complication occasionnée par les différentes valeurs de P.

Let profil to calculerant, be promier par la formule (p) et let deux autres par la formule (0), dans laquelle tongs, sona reppetivement portif et négatif. D'ailleurs, y désignant la base

supérieure du profil, on aura

$$y = x - H(\tan y \partial + \tan y \varepsilon),$$
  
 $S = \frac{1}{2}H(x + y).$ 

Now prendrons  $H=10, h=12, n=\frac{2}{3}, \varphi=45, tuppo-$  tant succetivement tang  $\epsilon=\frac{1}{5},\frac{1}{6},\frac{1}{10},$  avec tang  $\lambda=0$ , pour le profil B et C.

Le tableau ci-après renferme les résultats de ce calcul;

Naleurs	Naleurs de 5 pour le Profil.						
Te tong E	où tang	, , , ,	où tang de	to politif	où tang à est negatif		
1 5	26",	32	28,	00 .	20,00	90	
1/6	27,	42	29,	15	23,	04	
10	29,	92	31,	34	27,	51	

Il prouve que la surface 5 du profil di moindre sons la fama A que sons la forme B ot moindre encore sons la forme C; ainsi, de tous les profils de revêtement, le plus avantageux, c'étrà-dire, celui qui procurerait, à égale surface, la plus grande: stabilité, on, à égale stabilité, la plus petite surface, els le profil C, lequel avec un talus outérieur surplombe vois les terres, l'avantage devenant de plus en plus grand à meture que le surplomb devient plus considérable: parce que la poutée des terres dominue tandés que le moment du mur augmente; de sorte que si le talus du parement intérieur alleignait le talus naturel des lores, la surface S se réduirait à soro.

Neut-on complètes la comparaison? on patrea des profète A,B,C à leurs analogues a,b,c, moyennant les formules (5) et (6) entre les guelles en éliminera  $b-\frac{1}{2}$  H tang ès et que, dans l'hypothète de  $\varepsilon=0$ , donneront

 $S' = \sqrt{\left(S + \frac{1}{2} H^2 \tan g e\right)^2 - \frac{1}{2} H^4 \tan g^2 e}$ , tang e désignant alors le talus extérieur des premiers profils.
On obtiendres par lèvels résultats compris dans cet autre tableau.

Je tang Es	où tang $\lambda = 0$ ,		où tang d=	$\frac{1}{5}$ , $\frac{1}{6}$ , $\frac{1}{10}$	où tang à = - \$ , - 1 , -		
0	34,	43	367	20	28,	66	
0	34,	43	36,	23	29,	86	
0	34,	43	35.	88	32,	00	

d'où l'on conclut temblablement que la hurface 8 du parofel est moindre sous la forme a que sous la forme 5 et moindre oncore sous la forme c, mais de plus, que cette surface est susceptible d'un maximum, lequel est compris entre tang  $\lambda=+\frac{4}{5}$  et tang  $\lambda=+\frac{4}{7}$ .

On voit auti, que l'une queleonque des formes B,B,C comporte moins de surface, non seulement que sou analogue entre les trois a, b,c, mais même que chacune des deux non
analogues. Enfin, toute forme composée de deux autres, participe des propriétés de celles-ci; c'est ainsi que la forme C qui
se compose des deux formes avantageuses A et c a la supériorité
absolue; pareillement, dans la forme B qui est une combinaiser
des formes A,b, l'avantage du à A est détruit en partie par
le désavantage attaché à b.

On emploie encore une espèce de profil, disposé par retraites intérieures. En général, la largeur por est petite relativement à la hauteur q 5 et les sommets des angles 5, p, m se trouvent sur une même droite inclinée tout au plut à 1; et comme les terres pressent les faces horizontales m n, pq, austi bien que les faces verticales am, np, q.b, on peut, sans erreur sensible, substituer à la ligne discontinue am npqb, la droite cd, patant par les milieux des horizontales mn, pq, vu que la prettion sur cette droite, se décomposera en une force horizontale et une autre verticale. Most, on reconnaît, independamment de tout calcul, que le profil discontinu est moins avantageur que le profil rectiligne. En effet, pour transformer le premier dans le second, il suffit de mettre chaque triangle supérieur plein g m h, à la place de l'inférieur vide g a c, qui lui est égal; or, dans cette transformation, la quantité de surface et conservée, mais le moment est visiblement augmenté; done, à égale stabilité, le profil transformé aura moins de surface que le profil primitif.

La discussion des formes de rentements n'a eu pour objet que l'économie de la majonnerie; aussi son application à la practique et elle sujette à restriction. D'abord, le talus extérieur est attens limité: on a observé que les éconhements causés par les pluies et par la vigitation des plantes, se forment d'autant plus facilement que ce talus est plus fort, ce qui en a discrimin' la vidusion de fint dans la fertification; enbute, le surplomb entirieur, se favorable à l'économie, ne doit êtie employé qu'avec meture: il faut non

figure 12

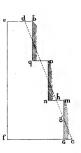


figure 13



sulement que le centre de gravité du mur ne tambe point host de la bale, du ôté des teses; il faut enevre que le moment de la cohésion de la mazonnerie, suivant une seante quelconque et, par rapport à l'extrémité s, surpasse le moment du poids du trapèze supériur, par rapport au même point, sans quoi la mazonnerie s'appuyant en portie sur les teres et celle-ci. s'affaistant sord la presson, il arive-rait que le mux deverserait de ce côté et sout au moins se légarderais à son parement outérieur.

## VII. Après le Nº 34.

Moyen de diminner l'exces de cette largens.

Cette excettive largeur det fondations a fait naître l'idee de chercher à la diminuer, en donnant un talut i K'au parement oppole à la poutée et ne conservant qu'une retraite extérieure, égale à l'intérieure. Comme alors le centre de gravité du mattif ne repond plut an centre de figure ou milieu I de la bate, le poids de ce mastif se combine avec les deux autres forces, ce qui diminue effectivement la grandeur de DI . Il est evident que c'est la difference des moments du profil ABEF et du triangle iK'K', qu'on doit égaler au moment de la possible. Mais parce que l'équation du second degré qu'on obtient par là, se trouve trop compliquée, vu le grand nombre de données, et que la famule, qui en résulté n'est pas d'un usage abter facile, nous nous dispenserons de les rapporter ici (Noyer le 96° cité du Memorial). Au lieu de se servir de cette formule, il sera beaucoup plut simple et suffisamment exact de déterminer, comme précédemment, les forces OP, OQ en grandeur et en direction et de construire ensuité le point K', au moyen d'une courbe d'execurs. Ayant pris une distance arbitraire  $D\mathbf{d}$ , on cherchera le centre de gravité du trapèze  $CD\mathbf{di}$ dont on calculera le poids; on construira la résultante de ce poids et des forces OP, OQ; soit f le point où sa direction rencontre DK, on portera la différence  $D\mathbf{f} - \mathbf{f}\mathbf{d}$  sur la perpendiculaire  $\mathbf{d} \, \mathbf{e}$ , d'un côté ou de l'autre par rapport à DK, selon que cette différence tera positive ou negative et troit operations temblables détermineront la petité courbe ee', dont l'intersection avec DK donnera le point cherche K'.



Fin.





